27
14
16
21
134
28
6
40
148

434



الجزء الثانى

من الرسائل

حررها

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين محمد بن محمد بن الحسن الطوسى
المتوفى فى ذى الحجة سنة (٦٧٢) ببغداد رحمه الله تعالى

مشتملة على تسع رسائل وهى هذه

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة حيدراباد الدكن
لا زالت شموس افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى آخر الزمن سنة ١٣٥٩

كتاب معرفة مساحة الاشكال

لبنى موسى

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

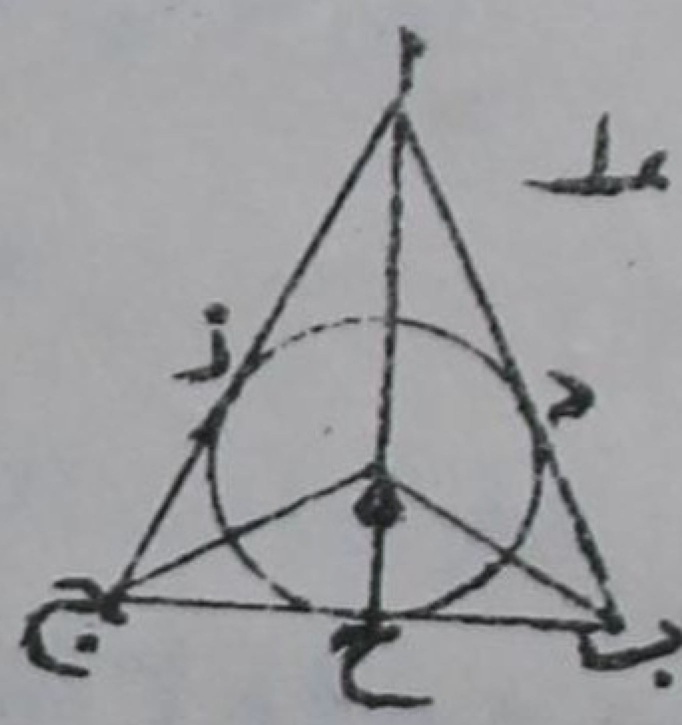
كتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية

لبنى موسى محمد والحسن واحمد .. ثمانية عشر شكلا

صدر الكتاب

٥ الطول اول الاقدار التى تحد الاشكال وهو ما امتد على استقامة فى الجهتين جميعا فانه لا يكون منه الا طول فقط فاذا امتد السطح اعتراضا فى غير جهة الطول فذلك الامتداد هو العرض وليس العرض كما يظن كثير من الناس انه الخط الذى يحيط بالسطح فى غير جهة الطول ولو كان كذلك لما كان السطح ذا طول وعرض فقط ولكان العرض طولا ايضا لأن العرض عندهم خط والخط طول وقد احكم ذلك اقليدس حيث قال الخط طول ١٠ فقط والسطح طول وعرض فقط واما السمك فهو امتداد فى غير جهتى الطول والعرض والذين يظنون ان العرض خط يظنون ايضا ان السمك خط وبيان خطائهم فى ذلك سواء .

وهذه الاقدار الثلاثة تحد عظم كل جسم وانبساط كل سطح والعمل فى تقدير كمياتها انما يتبين بالقياس الى الواحد المسطح والواحد المجسم ١٥ والواحد المسطح الذى به يقاس السطح هو سطح طوله واحد وعرضه واحد وزواياه قائمة والواحد المجسم الذى به يقاس المجسم هو جسم طوله واحد وعرضه واحد



معرفة مساحة الاشكال ص٣

واحد وسمكه واحد وقيام بعض سطوحه على بعض على زوايا قائمة فان المقدار
الذى به تقدر السطوح والاجسام تحتاج الى ان يلتئم بعضه الى بعض عند التضعيف
التياما لا يترك فى خلله شيئا الا اتى عليه وتحتاج مع ذلك الى ان يكون تميز ما اتى
عليه التقدير مما لم يأت عليه سهلا ولاشئ ابلغ فى سهولة ذلك التميز من ان يكون
حكم الواحد الذى به يقدر فى افراده وفى تضاعيفه حكما واحد التكون المؤنة فى ٥
تميز ما قدر مما لم يقدر فى جميع الاحوال واحدة وليس هذا موجود فى شئ من
الاشكال الا فى المربع فانه اذا ضوعف انما يتغير كميته ويكون تربيعه باقيا
واعظم الاشكال المربعة احاطة هو القائم الزوايا فهذا هو العلة فى جعل ذلك
معيارا دون غيره .

الاشكال ١٠

(ا) كل مضلع يحيط بدائرة فسطح نصف قطر تلك الدائرة فى نصف
جميع اضلاع ذلك المضلع هو مساحته فليحط شكل ـ اب ج ـ بدائرة ـ د ح
ز ـ التى مركزها ـ ه ـ ونصف قطرها ـ ه ح ـ ونصل ـ ه ا ـ ه ب ـ
ه ج ـ فظاهر ان ـ ه ح ـ عمود لمثلث ـ ه ب ج ـ وان سطح ـ ه ح ـ فى
نصف ـ ب ج ـ هو مساحة مثلث ـ ه ب ج ـ وكذلك الحكم فى مثلثى ـ اه ب ١٥
اه ج ـ فاذا نصف قطر الدائرة فى نصف جميع الاضلاع هو مساحة مثلث
اب ج ـ ونعلم من مثل ذلك ان كل مجسم يحيط بكرة فان تضعيف نصف
الكرة بثلث مساحة سطح المجسم المحيط بها هو تكسير المجسم وهو اعظم من
تكسير الكرة .

اقول هذا انما يتبين بتوهم قسمه المجسم بمخروطات رؤسها مركز ٢٠
الكرة وقواعدها قواعد المجسم ويكون نصف قطر الكرة اعمدة على قواعدها
فتكون مساحته مساحة تلك المخروطات (١) .

(ب) كل مضلع فى دائرة يحيط به فسطح نصف قطر الدائرة فى نصف جميع
الاضلاع اقل من مساحة الدائرة فليحط دائرة ـ اب ج ـ بمثلثه وليكن

---

(١) الشكل الواحد ـ ١ .

المركز ـ ه ـ ونصل ـ ه ب ـ ه ج ـ وليكن ـ ه د ـ عمودا على ـ ب ج ـ
ونخرجه الى ـ ز ـ ونصل ـ ب ز ـ ج ز ـ فسطح ـ ه ز ـ فى نصف ـ ب
ج ـ تكون مساحة مثلثى ـ ه ب ج ـ ز ب ج ـ وهو اقل من مساحة
قطاع ـ ه ب ز ج ـ واعظم من مساحة مثلث ـ ه ب ج ـ وبمثله تبين
٥ فى باقى الشكل وتبين ان مساحة الدائرة اعظم كثيرا من مساحة مثلث ـ ا
ب ج ـ ويعلم من مثل ذلك ان المجسم الذى يحيط به كرة يكون تضعيف نصف
قطر الكرة بثلث سطح المجسم اقل من مساحة الكرة (١) .

(ج) اذا كان خط محدود ودائرة فان كان الخط اقصر من محيطها امكن
ان يعمل فى الدائرة شكل مضلع يحيط به الدائرة ويكون جميع اضلاعه اطول
١٠ من ذلك الخط وان كان الخط اطول من محيطها امكن ان يعمل على الدائرة
مضلع يحيط بالدائرة ويكون جميع اضلاعه اقصر من ذلك الخط فلتكن الدائرة
ا ب ج ـ والخط ـ ح و ـ وهو اقصر اولا من محيط ـ ا ب ج ـ وليكن
محيط دائرة ـ د ز ه ـ مثل خط ـ ح و ـ فاذا عمل فى دائرة ـ ا ب ج ـ
مضلع لايماس محيط ـ ه د ز ـ كان جميع اضلاعه اطول من محيط ـ ه د ز ـ
١٥ اعنى من خط ـ ح و ـ ثم لتكن الدائرة ـ ه د ز ـ وخط ـ ح و ـ اطول من
محيطها وليكن محيط ـ ا ب ج ـ مثل خط ـ ح و ـ واذا عمل فى دائرة ـ ا ب
ج ـ مضلع لايماس محيط ـ ه د ز ـ كان جميع اضلاعه اقصر من محيط ـ ا ب ج
اعنى من خط ـ ح و ـ ثم اذا عمل على دائرة ـ ه د ز ـ مضلع يماسها ويشبهه
المضلع المذكور كان جميع اضلاعه اقصر كثيرا من خط ـ ح و ـ وذلك
٢٠ ما اردناه (٢) .

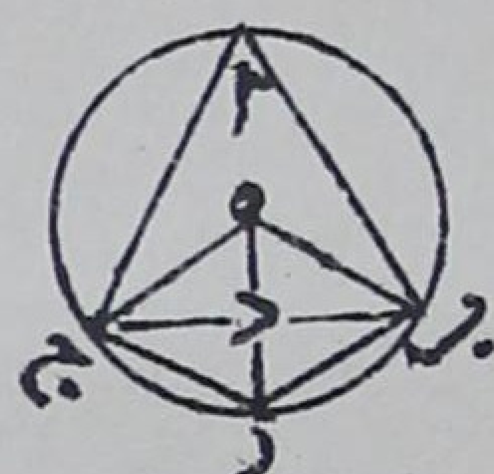
اقول هذا مبنى على وجود دائرة يساوى محيطها اى خط محدود
يفرض وهذا مما لم يتبين فى موضع .

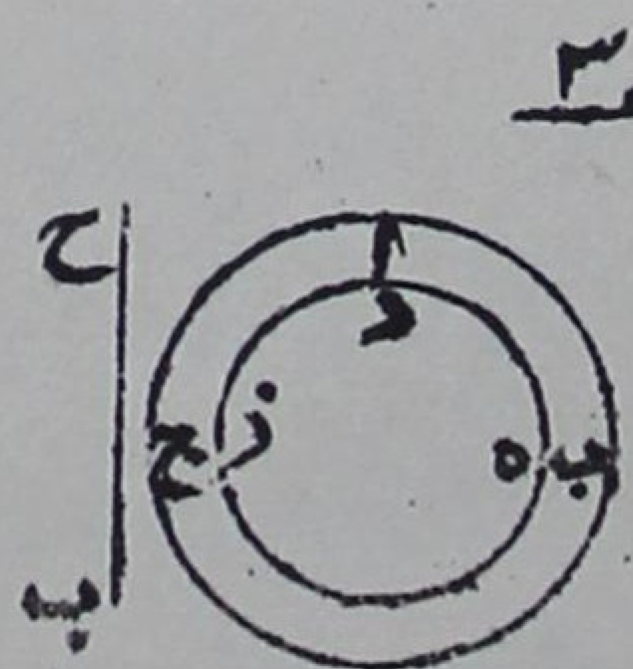
(د) كل دائرة فسطح نصف قطرها فى نصف محيطها هو مساحتها فلتكن

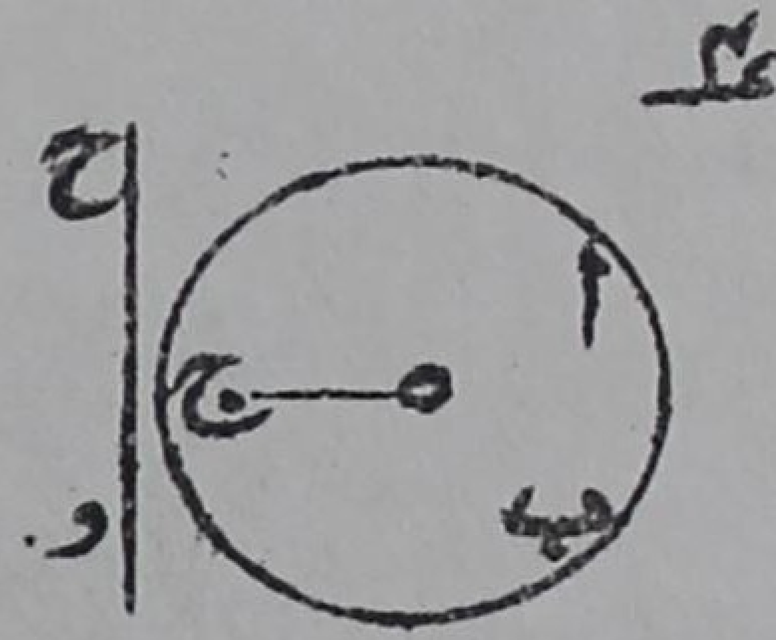
---

(١) الشكل الثانى ـ ٢ (٢) الشكل الثالث ـ ٣ .

الدائرة







معرفة مساحة الاشكال ص ٥

الدائرة ـ اب ج ـ والمركز ـ ه ـ ونصف القطر ـ ه ج ـ فان لم يكن سطح ـ ه ج ـ فى نصف محيط ـ اب ج ـ مساويا لمساحة الدائرة كان السطح ـ ه ج ـ فى خط اما اطول من نصف محيط ـ اب ج ـ او اقصر منه اومساويا لمساحتها وليكن اولا المساوى لها سطح ـ ه ج ـ فى خط اقصر من نصف محيط ـ اب ج ـ وليكن ذلك الخط ـ ح و ـ فضعف ـ ح ـ واقصر ٥ من محيط ـ اب ج ـ وقد يمكن ان يعمل فى دائرة ـ اب ج ـ مضلع يكون جميع اضلاعه اطول من ضعف ـ ح و ـ ونصفه اطول من ـ ح و ـ ويكون نصف قطر ـ ه ج ـ فى نصف جميع اضلاع ذلك المضلع اصغر من مساحة الدائرة فسطح ـ ه ج ـ ف ـ ح و ـ اقل من مساحة الدائرة كثيرا وكان مثلها هذا خلف ثم ليكن المساوى لمساحتها سطح ـ ه ج ـ فى خط اطول من ١٠ نصف محيط ـ اب ج ـ وليكن ذلك الخط ـ ح و ـ وضعف ـ ح و ـ اطول من محيط الدائرة وقد يمكن ان يعمل على دائرة ـ اب ج ـ مضلع يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف ـ ح و ـ ويكون سطح نصف قطر ـ ه ج ـ فى نصف جميع اضلاعه اعظم من مساحة الدائرة فسطح ـ ه ح ـ فى ـ خ و ـ اعظم كثيرا منها وكان مثلها هذا خلف فاذا سطح ـ ه ج ـ ف ١٥ نصف محيط ـ اب ج ـ مساو لمساحة دائرة ـ اب ج ـ وذلك ما اردناه (١)

وقد بان منه ان سطح نصف الكرة فى نصف القطر فى نصف اى قوس فرض يكون مساويا لمساحة القطاع الذى يحيط به تلك القوس ونصفا قطرين يمران بطرفيها .

(٥) نسبة قطر كل دائرة الى محيطها واحدة فلتختلف دائرتا ـ اب ج ـ ٢٠ ده ز ـ وليكن ـ ب ج ـ قطر ـ اب ج ـ و ـ ده ـ قطر ـ ده ز ـ فان لم يكن كما ادعينا فلتكن نسبة ـ ب ج ـ الى محيط ـ اب ج ـ كنسبة ـ ده ـ الى ـ ح و و ـ ح و ـ اما اطول من محيط ـ ده ز ـ او اقصر منه ونجعله اولا اقصر منه

---

(١) الشكل الرابع ـ ٤ ـ .

وينصف ـ ح و ـ على ـ ط ـ وليكن عمود ـ ح ك ـ على ـ ح و ـ مساويا
لنصف ـ د ه ـ ونتمم سطح ـ ك ط ـ فسطح ـ ك ط ـ اصغر من مساحة دائرة
ه ز د ـ ولتكن نسبة ـ ح ك ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة نصف ـ ب ج ـ الى
نصف محيط ـ ا ب ج ـ وسطح ـ ك ح ـ ف ـ ح ط ـ هو سطح ـ ك ط
٥ وسطح نصف ـ ب ج ـ فى نصف محيط ـ ا ب ج ـ هو سطح دائرة ـ ا ب ج
فنسبة سطح ـ ك ط ـ الى دائرة ـ ا ب ج ـ كنسبة ـ ط ح ـ اعنى نصف ـ د
ه ـ الى نصف ـ ب ج ـ مثناة وهى نسبة ـ د ه ـ الى ـ ب ج ـ مثناة .

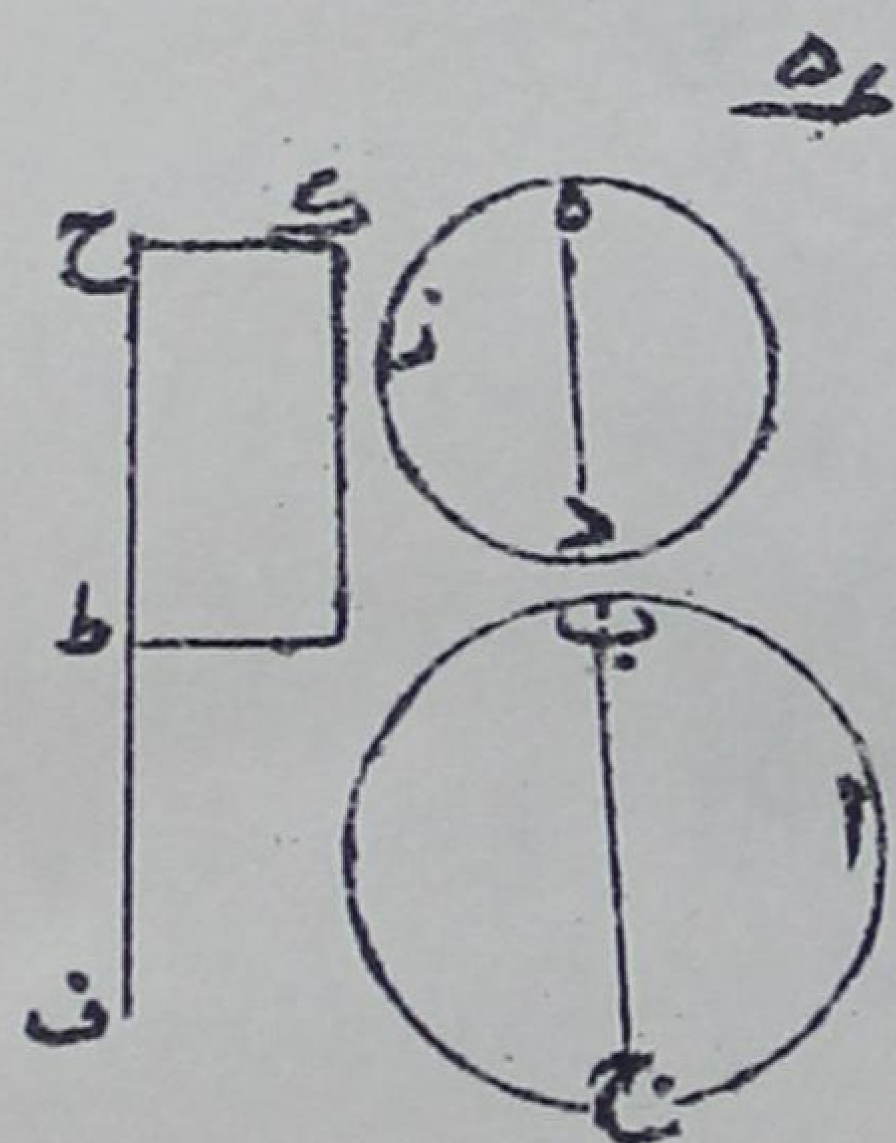
وقد بين اقليدس ان نسبة ـ د ه ـ الى ـ ب ج ـ مثناة كنسبة دائرة
د ز ه ـ الى دائرة ـ ا ب ج ـ فنسبة سطح ـ ك ط ـ الى دائرة ـ ا ب ج
١٠ كنسبة دائرة ـ د ه ز ـ اليها فسطح ـ ك ط ـ مساو لدائرة ـ د ه ز ـ وكان
اصغر منها هذا خلف فليس ـ خط ـ ح و ـ اقصر من محيط ـ د ه ز ـ
وبمثل هذا التدبير تبين انه ليس اطول منه فاذا نسبة ـ د ه ـ الى محيط ـ د ه
ز ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى محيط ـ ا ب ج ـ وكذلك فى كل دائرتين غيرهما وذلك
ما اردناه (١) .

١٥ ثم لتبين نسبة القطر الى المحيط بالوجه الذى عمل به ارشميدس فانه
لم يصل الينا وجه استخرجه احد الى زماننا غير ذلك وهذا الوجه وان لم يوصل
الى معرفة قدر احدهما من الآخر حتى ينطبق به على الحقيقة فانه موصل الى
استخراج قدر احدهما من الآخر الى اى غاية اراد الطالب من التقريب .

(و) وليكن لبيانه دائرة ـ ا ط ب ـ وقطرها ـ ا ب ـ ومركزها ـ ج ـ
٢٠ ونخرج من ـ ج خط ـ ج د ـ يحيط مع ـ ج ب ـ بثلث قائمة ونخرج من ـ ب
عمود ـ ب د على ـ ج ب ـ فالقوس التى يوتر زاوية ـ ب ج د ـ نصف سدس
دائرة ـ ا ط ب ـ وخط ـ ب د ـ نصف ضلع المسدس المحيط بدائرة ـ ا ط ب
وننصف زاوية ـ ب ج د ـ بخط ـ ج ه ـ وننصف زاوية ـ ب ج ه ـ بخط ـ ج

---

(١) الشكل الخامس ـ ه ـ .



معرفة مساحة الاشكال ص ٦

[illegible]

[illegible] اصغر من مساحة دائرة [illegible]

[illegible] نسبة نصف ـ ب ج ـ [illegible]

[illegible] ـ ا ب ج ـ وسطح [illegible] ـ ج ط ـ هو سطح ـ ك [illegible]

[illegible] نصف قطر ـ ا ب ج ـ هو سطح دائرة ـ ا ب [illegible]

[illegible] ا ب ج ـ كنسبة ـ ط ج ـ اعني نصف [illegible]

[illegible] الى ـ ب ج ـ مثناة .

[illegible] الى ـ ب ج ـ مثناة كنسبة [illegible]

[illegible] الى دائرة [illegible] نسبة سطح ـ ك ط ـ الى دائرة ـ ا ب [illegible]

[illegible] سطح ـ ك ط ـ مساو لدائرة ـ [illegible]

[illegible] ـ ط ـ [illegible] اصغر من محيط ـ [illegible]

[illegible] اطول منه فاذا نسبة ـ [illegible] ـ الى محيط ـ [illegible]

[illegible] كنسبة ـ [illegible] ـ الى محيط ـ ا ب ج ـ وكذلك في كل دائرتين غيرهما [illegible]

ما اردناه (١)

ثم تبين نسبة القطر الى المحيط بالوجه الذي عمل به ارشميدس

[illegible] وجه استخرجه [illegible] وربما كان غير ذلك وهذا الوجه [illegible]

[illegible] الامر على [illegible] الحقيقة فانه [illegible]

استخراج [illegible] الى غاية اراد الطالب من التقريب .

(٥) [illegible] دائرة [illegible] قطرها ـ ا ب ـ ومركزها ـ [illegible]

٢ ـ [illegible] ـ ب ج ـ [illegible]

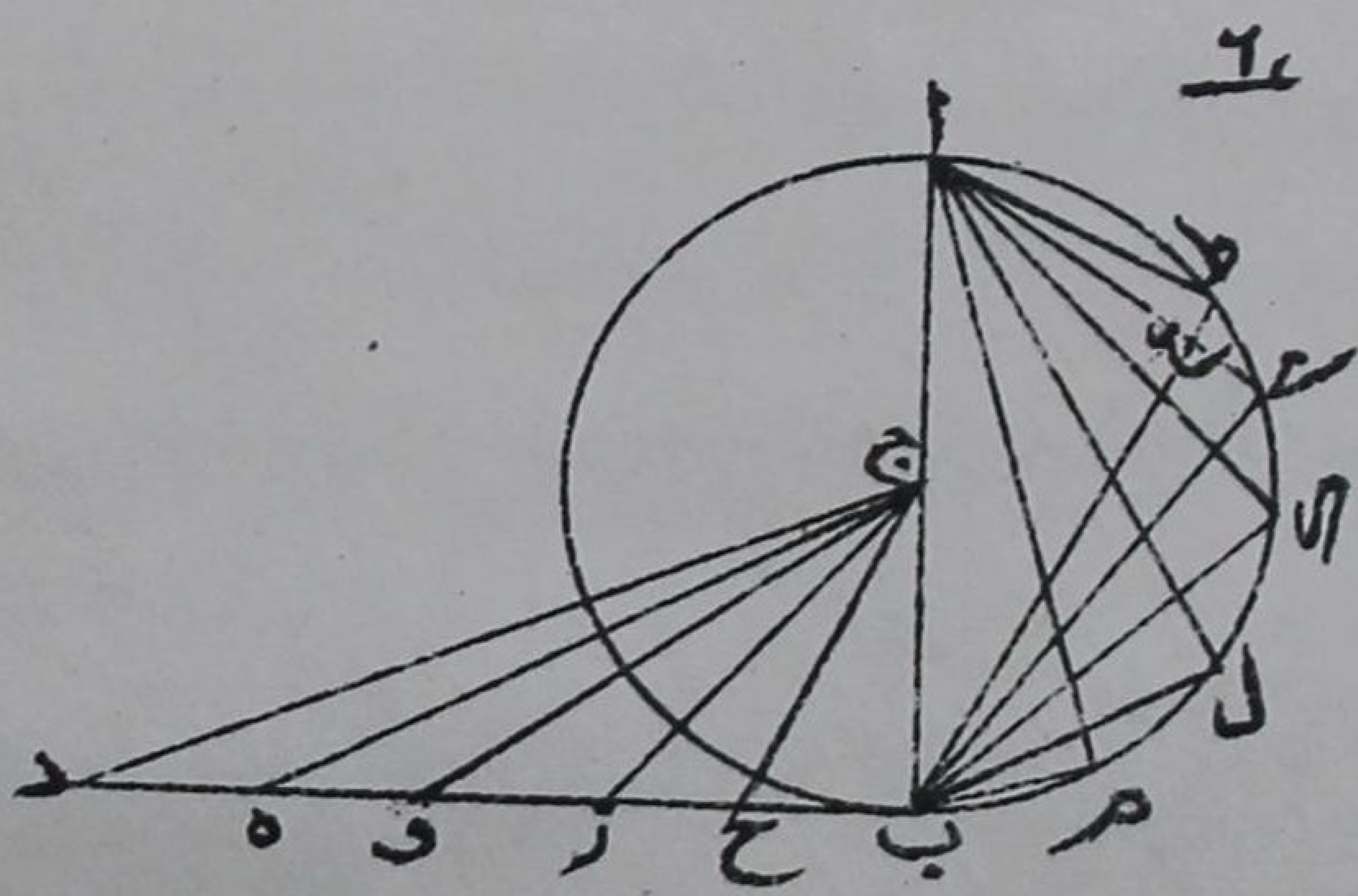
[illegible] الى [illegible] زاوية ـ [illegible]

[illegible] ضلع المسدس المحيط بالدائرة ـ [illegible]

[illegible] ـ ج ه ـ [illegible]

---

(١) الشكل الاول [illegible]



معرفة مساحة الاشكال ص٦

و ـ وننصف زاوية ـ ب ج ـ بخط ـ ج ز ـ وننصف زاوية ـ ب ج ز ـ
بخط ـ ج ح ـ فتبين ان القوس التى توتر زاوية ـ ب ج ح ـ جزء من (١٩٢) من
محيط ـ ا ط ب ـ وان خط ـ ب ح ـ نصف ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط
بدائرة ـ ا ط ب ـ ولنجعل ـ ج د ـ (٣٠٦) لسهولة العمل كما تتبين فيكون
مربعه (٩٣٦٣٦) وكان ـ ب د ـ (١٥٣) لأن زاوية ـ ب ج د ـ ثلث زاوية
ج ب د ـ القائمة وكان مربع ـ ب د ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ب ـ
(٧٠٢٢٧) نخط ـ ج ب ـ اكثر من (٢٦٥) ولكن نسبة ـ ب ج ـ ج د ـ
مجموعين الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ه ـ لأن ـ ج ه ـ ينصف
زاوية ـ ب ج د ـ و ـ ب ج ـ ج د ـ مجموعين اكثر من (٥٧١) و ـ ب د ـ
(١٥٣) فنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ه ـ اعظم من نسبة (٥٧١) الى (١٥٣) ١٠
وبالمقدار الذى يكون ـ ب ه ـ (١٥٣) يكون ـ ج ب ـ اكثر من (٥٧١)
ومربعه اكثر من (٣٢٦٠٤١) ومربع ـ ب ه ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ه ـ
اكثر من (٣٤٩٤٥٠) نخط ـ ج ه ـ اكثر من (٥٩١) وثمن (١) .

وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب د ـ اعظم من نسبة (١١٦٢)
وثمن الى (١٥٣) واذا كان ـ ب و ـ (١٥٣) كان ـ ج ب ـ اكثر من (١١٦٢) ١٥
وثمن ومربعه اكثر من (١٣٥٣٤) ومربع ـ و ب ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ
ج ه ـ اكثر من (١٣٧٣٩٤٣) نخط ـ ج و ـ اكثر من (١١٧٢) وثمن وعلى
ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ز ـ اعظم من نسبة (٢٣٣٤)
وربع الى (١٥٣) فاذا كان ـ ب ز ـ (١٥٣) كان ـ ج ب ـ اكثر من
(٢٣٣٤) وربع ومربعه اكثر من (٥٤٤٨٧٢٣) ومربع ـ ب ز ـ (٢٣٤٠٩) ٢٠
ومربع ـ ج ز ـ اكثر من (٥٤٧٢١٣٢) نخط ـ ج ز ـ اكثر من (٢٣٣٩)
وربع وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ح ـ اعظم من نسبة
(٤٦٧٣) ونصف الى (١٠٣) فاذا كان خط ـ ب ح ـ (١٥٣) كان ـ ج

---

(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ .

ب ـ اكثر من (٤٦٧٣) ونصف وهذا هو قدر ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا
عند القطر فقدر القطر عند جميع اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط بالدائرة
اعظم من قدر (٤٦٧٣) ونصف عند (١٤٦٨٨) وهو اقل من ثلاثة وسبع من
الواحد ثم نخرج فى دائرة ـ اط ب ـ وتر السدس وهو ـ ط ب ـ ونخرج
٥ اط ـ وننصف زاوية ـ ط اب ـ بخط ـ اى ـ ونصل ـ ى ب ـ وننصف
زاوية ـ ى اب ـ بخط ـ اك ـ ونصل ـ ك ب ـ وننصف زاوية ـ ك اب
بخط ـ ال ـ ونصل ـ ل ب ـ وننصف زاوية ـ ل اب ـ بخط ـ ام ـ
ونصل ـ م ب ـ فيكون ـ م ب ـ ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط به
الدائرة ثم نجعل ـ اب ـ (١٠٦٠) لسهولة هذا العمل فيكون وتر ـ ب ط ـ
١٠ (٧٨٠) ويكون مربع ـ اب ـ (٢٤٣٣٦٠٠) ومربع ـ ب ط ـ (٦٠٨٤٠٠)
ومربع ـ ط ا ـ (١٨٢٥٣٠٠) فخط ـ ط ا ـ اقل من (١٣٥١) ولكن نسبة
ـ ط ا ـ اب ـ معا الى ـ ط ب ـ كنسبة ـ اط ـ الى ـ ط ع ـ وهى
كنسبة ـ اى ـ الى ـ ى ب ـ وخطا ـ ط ا ـ اب ـ معا اقل من (٢٩١١)
و ـ ط ب ـ (٧٨٠) فاذا كان ـ ى ب ـ (٧٨٠) كان ـ اى ـ اقل من (٢٩١١)
١٥ ومربع ـ اى ـ اقل من (٨٤٧٣٩٢١) ومربع ـ ى ب ـ (٦٠٨٤٠٠) ومربع
ـ اب ـ اقل من (٩٠٨٢٣٢١) فخط ـ اب ـ اقل من (٣٠١٣) وثلاثة
ارباع وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ اك ـ الى ـ ك ب ـ اقل من نسبة
(٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد الى (٧٨٠) فاذا كان خط ـ ك ب ـ (٧٨٠)
كان (اك) اقل من (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد وقدر (٥٩٢٤) وثلاثة
٢٠ ارباع واحد عند (٧٨٠) كقدر (١٨٢٣) عند (٢٤٠) كان (اك) اقل من
(١٨٢٣) ومربع ـ اك ـ اقل من (٣٣٢٣٣٢٩) ومربع ـ ك ب ـ (٧٧٦٠٠)
فمربع ـ اب ـ اقل من (٣٣٨ ٩٢٩) فخط ـ اب ـ اقل من (١٨٣٨) وتسعة
اجزاء من احد عشر من واحد .

وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ال ـ الى ـ ل ب ـ اقل من
نسبة

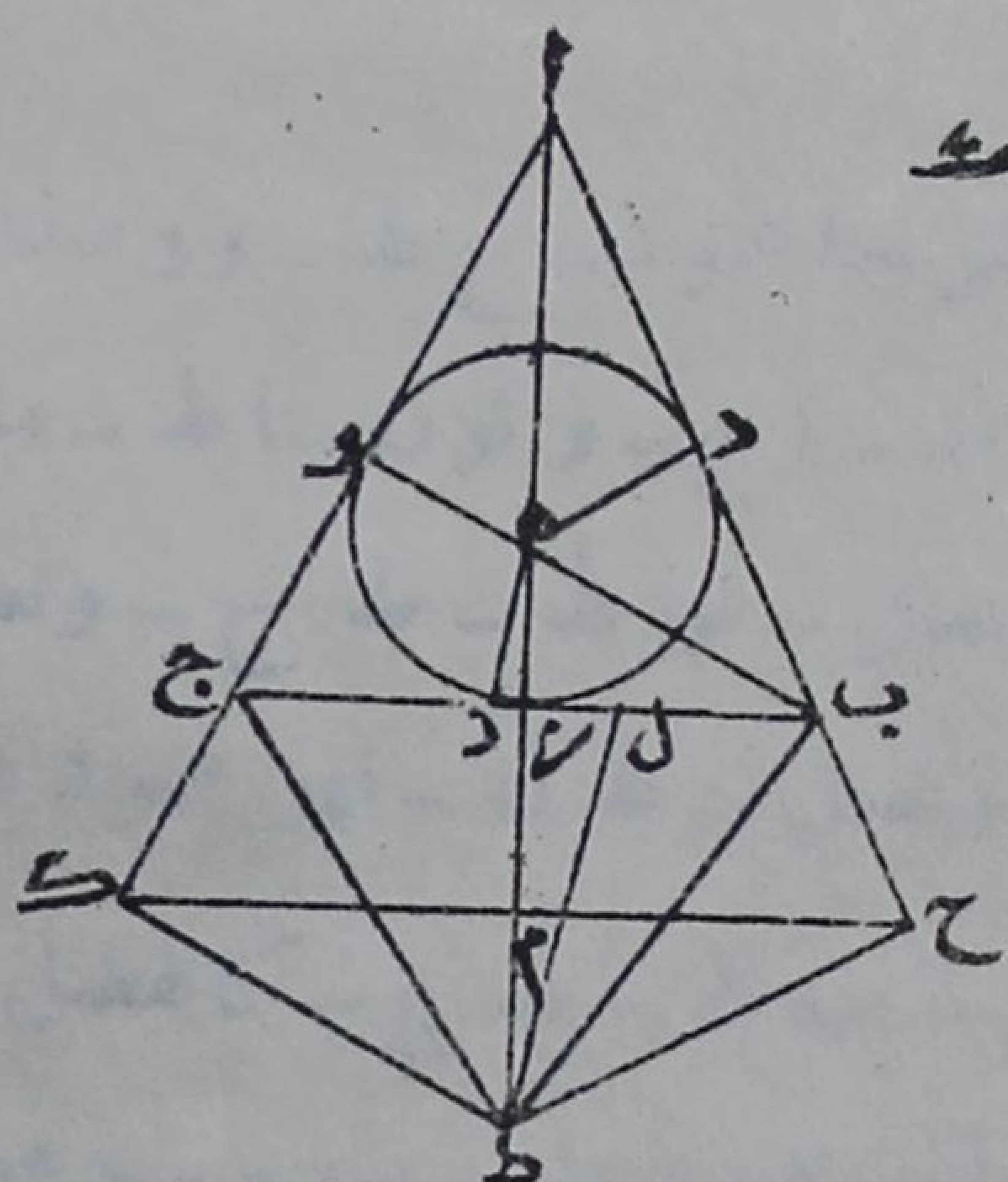
نسبة (٣٦٦١) و تسعة من احد عشر الى (٢٤٠) و قدر (٣٦٦١) و تسعة من احد عشر عند (٢٤٠) كقدر (١٠٠٧) عند (٦٦) و اذا كان ـ ل ب ـ (٦٦) كان ـ ا ل ـ اقل من (١٠٠٧) او مربع ـ ا ل ـ اقل من (١٠٤٠٤٩) ومربع ـ ل ب ـ (٤٣٥٦) ومربع ـ ا ب ـ اقل من (٤٠٥ ١٠١٨) نخط ـ ا ب ـ اقل من (١٠٠٩) وسدس واحد وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ا م ـ الى ـ م ب ـ اقل من (٢٠١٦) وسدس واحد عند (٦٦) فاذا كان ـ ا م ـ اقل من (٢٠١٦) وسدس ومربع ـ ا م ـ اقل من (٤٠٦٤٩٢٨) ومربع ـ ب م ـ (٤٣٥٦) ومربع ـ ا ب ـ اقل من (٤٠٦٩٢٨٤) نخط ـ ا ب ـ اقل من (٢٠١٧) وربع واحد ولكن خط ـ م ب ـ بهذا القدر (٦٦) وخط ـ م ب ـ ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة فنسبة القطر الى اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة اقل من نسبة (٢٠١٧) وربع واحد الى (٦٣٣٦) و قد تبين ان نسبة جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة الى القطر اعظم من نسبة ثلاثة وعشرة اجزاء من واحد وسبعين الى الواحد ومحيط الدائرة اطول من جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة واقصر من جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط بالدائرة فقد صح مما وصفنا ان نسبة محيط الدائرة الى قطرها اعظم من نسبة ثلاثة وعشرة اجزاء من واحد وسبعين الى الواحد واصغر من نسبة ثلاثة وسبع الى الواحد وذلك ما اردناه .

ومن الممكن ان يوصل بهذا الوجه بعينه الى اى غاية يراد من التدقيق فى هذا العمل .

(ز) كل مثلث اذا ضرب نصف جميع اضلاعه فى فضله على كل ضلع من اضلاعه بان يضرب فى فضله على احد اضلاعه ثم فى ثانيها ثم فى ثالثها كان الحاصل مساويا لضرب تكسيره فى نفسه فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ ونرسم اعظم دائرة يحيط بها وهى دائرة ـ د ز و ـ وليكن مركزها ـ ه ـ ونخرج

ه د ـ ه و ـ ه ز ـ الى نقط التماس ونخرج ـ ا ه ـ ونبين ان ـ ا د ـ ا و ـ متسا ويان وكذلك ـ ب د ـ ب ز ـ و ـ ج و ـ ج ز ـ وظاهران احد خطى ـ ا د ـ ا و ـ فضل نصف جميع الاضلاع على ـ ب ج ـ وان احد خطى ـ ب د ـ ب ز ـ فضل نصفه على ـ ا ج ـ وان احد خطى ـ ج و ـ ج ز ـ فضل نصفه على ـ ا ب ـ ثم نخرج ـ ا ه ـ الى ـ ط و ـ ا ب ـ الى ان يصير ـ ب ح ـ مثل ـ ج ز ـ و ـ ا ج ـ الى ان يصير ـ ج ك ـ مثل ـ ب ز فيكون كل واحد من ـ ا ح ـ ا ك ـ مثل نصف جميع الاضلاع ونخرج من نقطتى ـ ح ك ـ عمودى ـ ح ط ـ ك ط ـ فيلتقيان ضرورة على نقطة واحدة من ـ ا ط ـ وهى نقطة ـ ط ـ مثلا ويكون ـ ط ح ـ ط ك ـ متساويين .

وان اردنا اخرجنا عمود ـ ح ط ـ ووصلنا ـ ط ك ـ وبينا انه ايضا عمود لتساوى ضلعى ـ ا ك ـ ا ح ـ وكون ـ ا ط ـ مشتركا وتساوى زاويتى ح ا ط ـ ك ا ط ـ ونصل ـ ب ط ـ ط ج ـ ونصل ـ ب ل ـ من ـ ب ج ـ مثل ـ ب ح ـ ونصل ـ ط ل ـ فهو عمود على ـ ب ج ـ لأن الفضل بين مربعى خطى ـ ب ط ـ ط ج ـ كالفضل بين مربعى خطى ـ ب ح ـ ج ك ـ فلذلك ـ ط ل ـ عمود على ـ ب ح ـ وهو مساو ـ لط ح ـ لكون ب ح ـ مساويا ـ لب ل ـ وب ط ـ مشتركا وزاويتا ـ ح ل ـ قائمتين فتكون زاويتا ـ ل ب ط ـ ح ب ط ـ متساويتين ونصل ـ ب ه ـ فزاويتا ـ ز ب ه ـ د ب ه ـ متساويتان ولكون زاوية ـ ل ب ح ـ مع زاوية ـ ل ط ح ـ كقائمتين تكون زاوية ـ ز ب د ـ مساوية لزاوية ـ ل ط ح ـ ونصفها لنصفها فزاوية ـ ه ب د ـ من مثلث ـ ب د ه ـ مساوية لزاوية ب ط ح ـ من مثلث ـ ب ح ط ـ وزاويتا ـ ب ز ه ـ ب ح ط ـ قائمتان فمثلثا ـ ب ه د ـ ب ح ط ـ متشابهان ونسبة ـ د ه ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ط ـ و ـ د ب ـ مثل ـ ب ز ـ و ـ ب ح ـ مثل


ا
و
ج
ب
د
ز
ل
ك
ح
م
ط

مثل - زج - فنسبة - ح د - الى - ز ب - كنسبة - ز ج - الى - ح ط - و
ضرب - د ه - فى - ح ط - مسا و لضرب - ب ز - فى - ز ج - وايضا
نسبة مربع - ه د - الى ضرب - ه د - فى - ح ط - اعنى الى ضرب - ب
ز - فى - زج - كنسبة - ه د - الى - ح ط - اعنى كنسبة - ا د - الى - ا ح -
فنسبة مربع - ه د - الى ضرب - ب ز - فى - ز ج - كنسبة - ا د - الى ٥
ا ح - فضرب مربع - ه د - فى - ا ح - كضرب - ب ز - فى - ز ج
فى - ا د - واذا ضربنا هما فى - ا ح - صار مربع - ه د - فى مربع - ا ح -
كضرب - ب ز - فى - ز ج - فى - ا د - فى - ا ح - ولكون - ه د -
فى - ا ح - كتكسير المثلث يكون مربع - ه د - فى مربع - ا ح - مربع
تكسير المثلث فاذا مربع تكسير المثلث مسا ولضرب - ب ز - فى - ز ج - ١٠
فى ا د - فى - ا ح - اعنى الفصول الثلاثة فى نصف جميع الاضلاع وذلك
ما اردناه (١) .

وايضا بوجه آخر بعد ان ثبت ان نسبة - ه د - الى - د ب - كنسبة
ب ح - الى - ح ط - انا اذا جعلنا الثانى وسطا بين الاول والرابع كانت
نسبة الاول الى الرابع مؤلفة من نسبة الاول الى الثانى ومن نسبة الثانى الى ١٥
الرابع اعنى من نسبة الاول الى الثالث فنسبة - ه د - الى - ح ط - مؤلفة
من نسبة - ه د - الى - د ب - ومن نسبة - ه د - الى - ح ب - و - د ب -
مثل - ب ز - و - ب ح - مثل - ز ج - فنسبة - ه د - الى - ح ط - اعنى
نسبة - ا د - الى - ا ح - مؤلفة من نسبة - ه د - الى - ب ز - ومن نسبة
ه د - الى - ز ج - فضرب - ا د - فى - ب ز - - فى - ز ج - كضرب ٢٠
مربع - ه د - فى - ا ح - ونتمم البرهان بالوجه المتقدم .

(ح) كل نقطة فى داخل كرة نخرج منها اربعة خطوط متساوية الى
سطح الكرة فوقعت على نقطة ليست فى سطح واحد مستقيم فهى مركز الكرة

---

(١) الشكل السابع - ٧ - .

فلتكن الكرة ـ ا ب ج د ه ـ و النقطة الداخلة ـ ز ـ والخطوط الخارجة منها الى
سطح الكرة خطوط ـ ز ب ـ ز ج ـ ز د ـ د ه ـ وهى متساوية وليست
فى سطح واحد وذلك لأن كل ثلث نقطة فهى فى سطح واحد لما تقرر فى كتاب
اقليدس فندير على ـ ب ج ه ـ دائرة ـ ب ج د ـ وعلى نقط ـ ه ج د ـ
٥ دائرة ـ ج د ه ـ ونخرج من ـ ز ـ على سطح دائرة ـ ب ج ه ـ عمود ـ ز ح
فيقع على مركز دائرة ـ ب ج ه ـ لأنا اذا وصلنا خطوط ـ ب ح ـ ج ح ـ
ه ح ـ كانت متساوية لتساوى خطوط ـ ز ب ـ ز ج ـ ز ه ـ و اشتراك
ز ح ـ وكون الزوايا التى عند ـ ح ـ قائمة ولأن دائرة ـ ب ج ه ـ على سطح
كرة ـ ا ب ج د ه ـ وخرج من مركزها عمود ـ ح ز ـ فهو يمر مركز الكرة
١٠ على ما تبين فى ثانى اشكال كتاب الاكر لثاوذوسيوس .

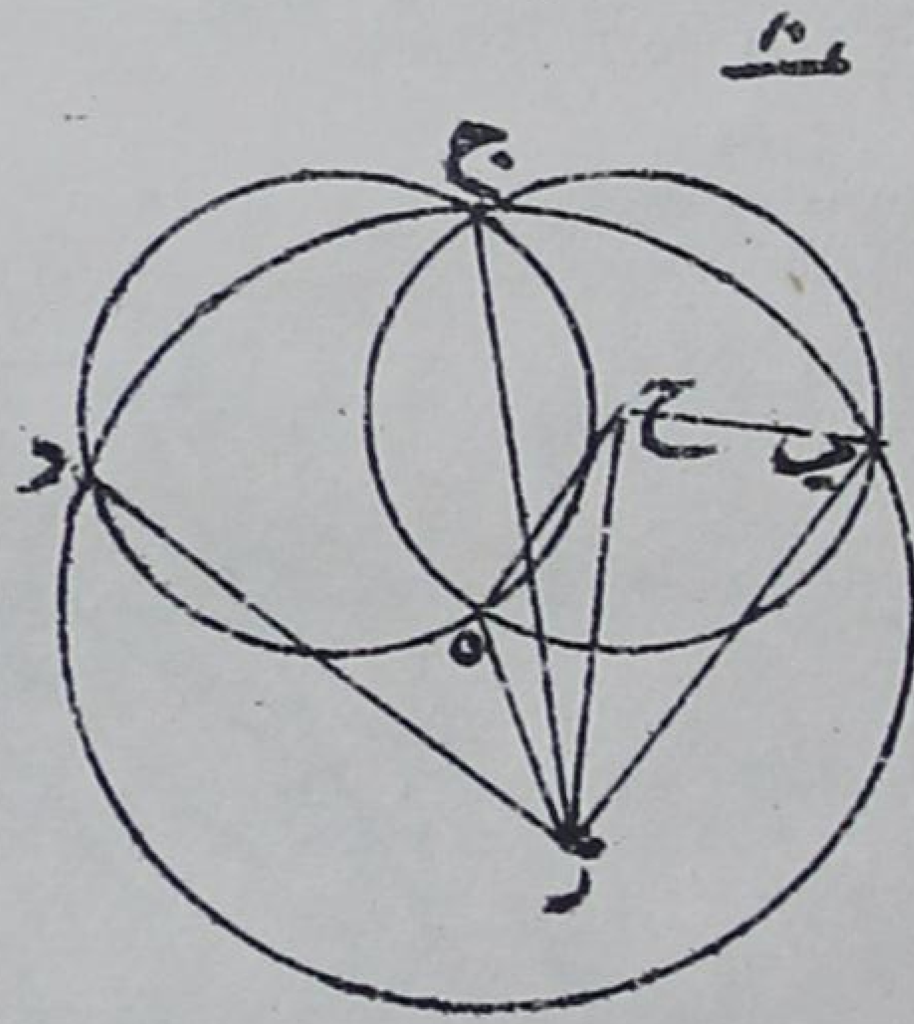
وبمثل ذلك تبين ان العمود الخارج من مركز دائرة ـ ه ج د ـ
تمر بمركز الكرة والعمود ان لا يتلاقيان الا عند ـ ز ـ فز ـ مركز الكرة وذلك
ما اردناه (١) .

(ط) كل مخروط مستدير قائم فسطح الخط الواصل بين رأسه واى نقطة
١٥ فرضت على محيط قاعدته فى نصف محيط قاعدته تساوى سطحه المستدير فليكن
المخروط ـ ا ب ج د ـ ورأسه ـ ا ـ دائرة قاعدته ـ ب ج د ـ ومركزها
ه ـ ومحوره ـ ا ه ـ وهو عمود على سطح القاعدة حتى يكون المخروط قائما
ونصل ـ ا ب ـ فسطح ـ ا ب ـ فى نصف محيط ـ ب ج د ـ هو مساحة
السطح المستدير المحيط بالمخروط والافليكن ـ ا ب ـ فى خط اطول من نصف
٢٠ المحيط اولا وليكن ذلك الخط ـ و ز ـ ونعمل على محيط ـ ب ج د ـ مضلعا
يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف ـ و ز ـ وهو مضلع ـ ح ط ك ـ ولتماس
الدائرة على نقط ـ ب ـ ج ـ د ـ و نخرج خطوط ط ـ ا ح ـ ا ط ـ ا ك ـ
و نصل ـ ا ج ـ ا د ـ فتكون خطوط ـ ا ب ـ ا ج ـ ا د ـ المتساوية اعمدة

---

(١) الشكل الثامن ـ ٨ ـ .

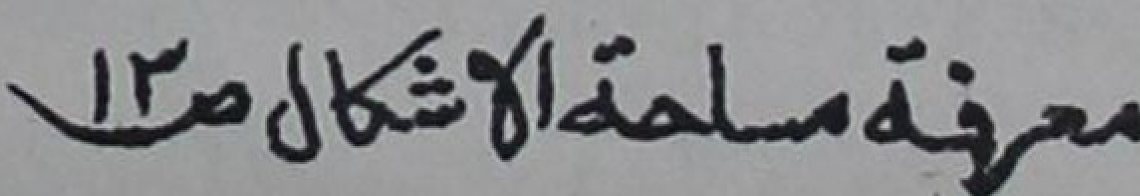
على



معرفة مساحة الأشكال ص١٢

[illegible] اضلاع [illegible] لان [illegible] هو اعظم من مسطح دائرة
[illegible] والخطوط [illegible] وخط [illegible]
والذلك يكون مسطح ا ب في نصف جميع الاضلاع مساويا لمسطح المضلع
المحيط بالمخروط المستدير وهو اعظم من مسطح المخروط المستدير و نصف جميع
الاضلاع اقصر من خط [illegible] كلا مسطح ا ب في [illegible] هو مسطح
المخروط المستدير فمسطح المستدير اعظم مما هو محيط به هذا خلف .

ثم ليكن [illegible] اقصر من نصف المحيط [illegible] ا ب [illegible] هو
مسطح المخروط المستدير وليكن ا ب في نصف ب ج د الذي هو اعظم
مما مساو [illegible] لمسطح مخروط مستدير قاعدته دائرة م ل ورأسه ا
[illegible] دائرة م ل ذا اضلاع [illegible] متساوية [illegible] لدائرة [illegible]
[illegible]
[illegible] اقل من مسطح المخروط المستدير [illegible] م ل [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] نصف اضلاع الشكل اطول من نصف محيط دائرة [illegible]
مسطح المخروط المستدير الذي قاعدته م ل اصغر من مسطح [illegible]
[illegible] مسطح ا ب في نصف دائرة ب ج د
[illegible] مساو لمسطح مخروط [illegible] ا ب ج د وذلك ما اردناه (ن)
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] والسطح [illegible]
[illegible] من السطح [illegible] ب ج د [illegible]
[illegible] اقل من نصف دائرة [illegible]


معرفة مساحة الاشكال ص ١٣

على اضلاع ــ ح ط ــ ط ك ــ ك ح ــ لأن ــ ا ه ــ عمود على سطح دائرة ــ
ب ج د ــ والخطوط الواصلة بين مركزها ونقط التماس اعمدة على الاضلاع
ولذلك يكون سطح ــ ا ب ــ فى نصف جميع الاضلاع مساويا لسطح المضلع
المحيط بالمخروط المستدير وهو اعظم من سطح المخروط المستدير ونصف جميع
الاضلاع اقصر من خط ــ وز ــ وكان سطح ــ ا ب ــ فى ــ وز ــ هو سطح ٥
المخروط المستدير فسطح المستدير اعظم مما هو محيط به هذا خلف .

ثم ليكن ــ وز ــ اقصر من نصف المحيط ــ و ــ ا ب ــ فى ــ وز ــ هو
سطح المخروط المستدير وليكن ــ ا ب ــ فى نصف ــ ب ج د ــ الذى هو اعظم
منه مساويا ــ لسطح مخروط مستدير قاعدته دائرة ــ م ل ــ ورأسه ــ ا ــ
ونعمل فى دائرة ــ م ل ــ ذا اضلاع وزوايا متساوية غير مماسة لدائرة ــ ب ١٠
ج د ــ ونخرج من زواياه الى ــ ا ــ خطوطا فيكون السطح المحيط بالمجسم
الحادث اقل من سطح المخروط المستدير الذى قاعدته ــ م ل ــ لكون
المخروط محيطا به ولكن سطح خط يخرج من ــ ا ــ الى منتصف احد اضلاع
الشكل الذى لا يماس دائرة ــ ب ج د ــ فى نصف اضلاعه هو مثل سطح
ذلك المجسم والخط الخارج من ــ ا ــ الى منتصف ذلك الضلع اطول من ١٥
خط ــ ا ب ــ ونصف اضلاع الشكل اطول من نصف محيط دائرة ــ ب ج
د ــ فسطح المخروط المستدير الذى قاعدته ــ م ل ــ اصغر من سطح المجسم
الذى فى داخله هذا خلف فاذا سطح ــ ا ب ــ فى نصف دائرة ــ ب ج د ــ
خط مساو لسطح مخروط ــ ا ب ج د ــ وذلك ما اردناه (١) .

(ى) كل مخروط مستدير قاعدته دائرة وقد فصله سطح موازلقاعدته ٢٠
كان ذلك الفصل دائرة والمحور يمر بمركزها فليكن المخروط رأسه ــ ا ــ
وقاعدته ــ ب ج د ــ ومركزها ــ ه ــ والسطح الفاصل ــ وط ز ــ والمحور ــ
ا ه ــ وقد مر بنقطة ــ ح ــ من السطح الفاصل فنعلم على ــ ب ج د ــ نقطتى ــ
ب ج ــ على ان قوس ــ ب ج ــ اقل من نصف دائرة ونخرج ــ ه ب ــ ه ج ــ

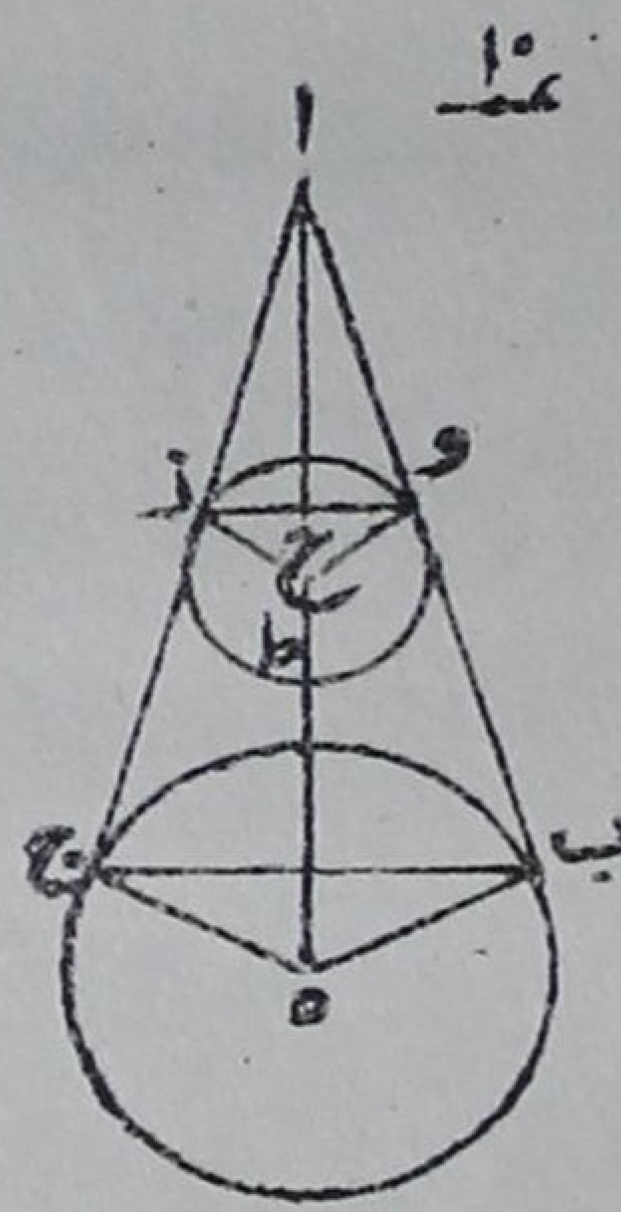
(١) الشكل التاسع ــ ٩ .

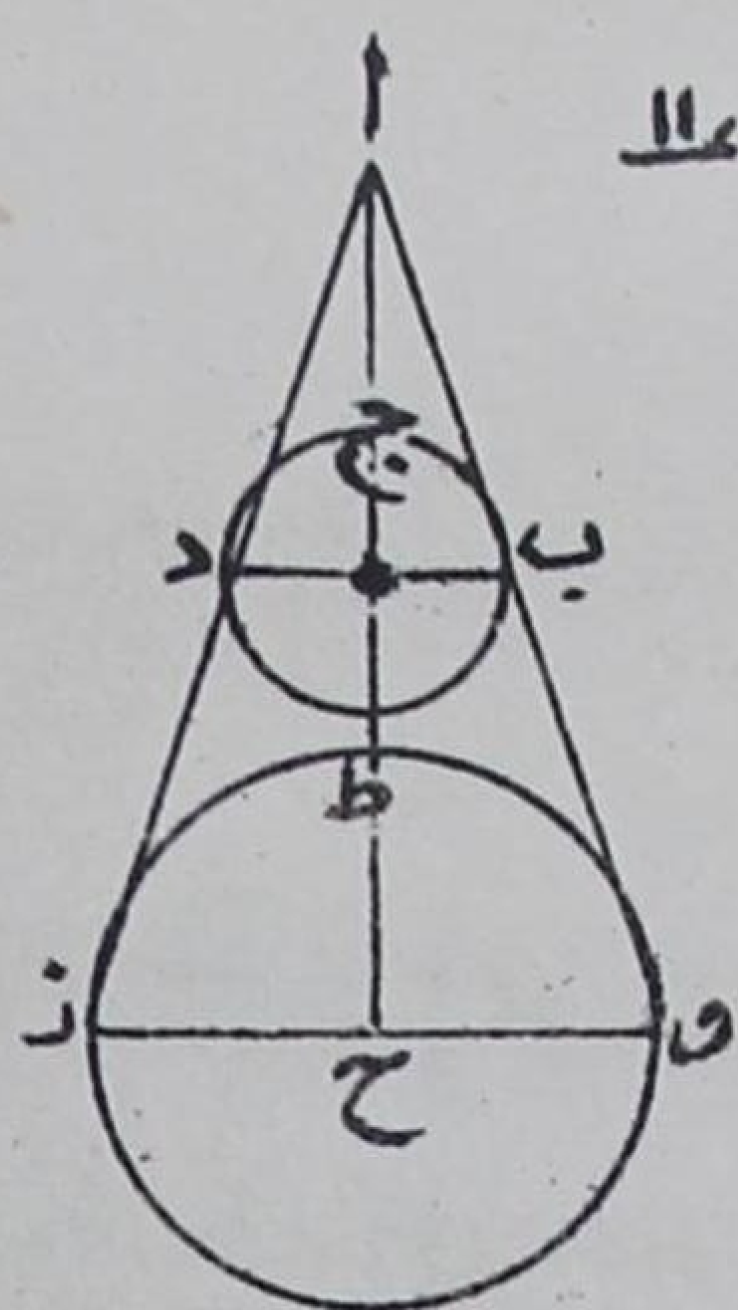
ب ا - ج ا - ب ج - فيمر مثلث - ا ب ه - بفصل - و ح - من السطح
الفاصل و مثلث - ا ه ج - بفصل - ز ج - ومثلث - ا ب ج - بفصل - وز -
ويحدث مثل - وز ح - وتكون اضلاعه موازية لاضلاع مثلث - ه ب ج -
كل لنظيره فيكونان متشابهين ونسبة - ب ه - الى - ه ج - كنسبة - وح -
٥ الى - ح ز - و - ب ه - ه ج - متساويان فكذلك - وح - ح ز - متساويان
وكل خط يخرج من - ح - الى محيط - وز ط - فوز ط - دائرة مركزها -
ح - وذلك ما اردناه (١) .

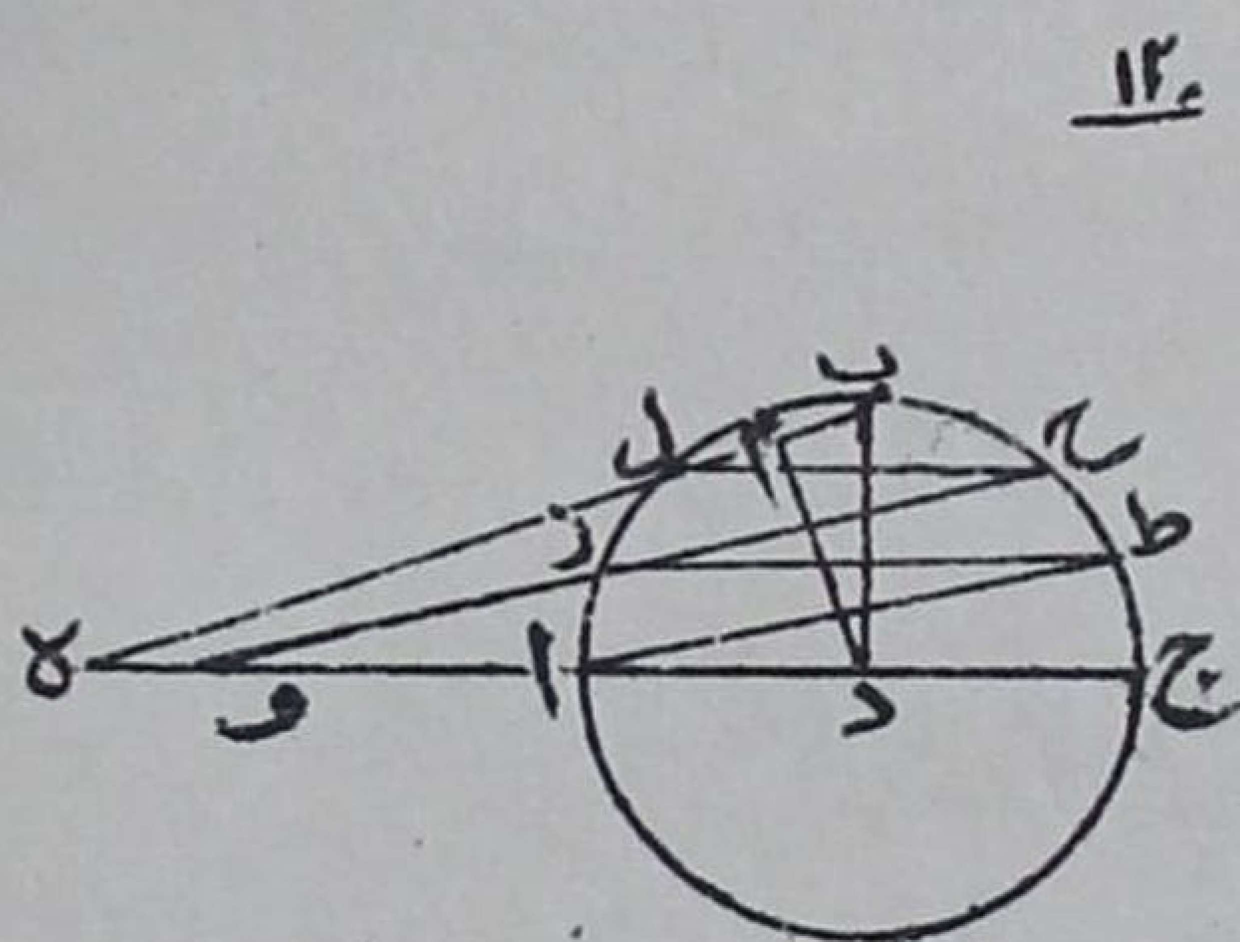
(يا) كل قطعة من مخروط مستدير قائم فيما بين دائرتين متوازيين فاذا
اخرج فيهما قطران متوازيان ووصل بين اطرافهما بخطين متقابلين كان سطح
١٠ احد الخطين فى نصفى محيطى الدائرتين مساويا لسطح القطعة المستدير فلتكن
القطعة - ب ج و ط ز - قاعدتها - و ط ز - والاخرى التى تلى رأس
المخروط - ب ج د - و - ه ح - من المحور ما يقع بينهما وهو عمود على الدائرتين
ولنخرج قطرا - ب د - و ز - متوازيين ولنوصل بينهما - ب و - د ز - نقول
فسطح - ب و - فى نصفى دائرتى - ب ج د - و ط ز - هو السطح المستدير
١٥ المحيط بالقطعة فلنتمم المخروط الى الرأس وهو - ا - ونخرج - ح ه - الى -
ا - وكذلك - و ب ز د - ومعلوم ان سطح - ا و - فى نصف محيط - و ط
ز - هو سطح جميع المخروط وسطح - ا ب - فى نصف محيط - ب ج د -
هو سطح مخروط - ا ب ج د - وفضل الاول على الآخر هو السطح المستدير
المحيط بالقطعة وذلك هو سطح - ب و - فى نصف محيط - و ط ز - مع
٢٠ سطح - ا ب - فى فضل نصف محيط - و ط ز - على نصف محيط - ب ج د
وسطح - ا ب - فى فضل نصف محيط - و ط ز - على نصف محيط - ب ج
د - مساو لسطح - ب و - فى نصف محيط - ب ج د - لأن نسبة - ا ب -
الى - ب و - كنسبة نصف دائرة - ب ج د - الى فضل نصف دائرة - و ط

(١) الشكل العاشر - ١٠ .

على


شكل ١٠
ا
و
ز
ح
ط
ب
ج
ه


ش ١١
ا
ج
د
ب
ط
ز
ه
ح


ش ١٢
ب
ح
ل
ط
ز
ك
و
ا
د
ج

على نصف دائرة ـ ب ج د ـ وذلك ما اردناه (١) .

وقد يعلم من ذلك ان خطى ـ و ب ـ ب ا ـ ان كانا متساويين كيف كان اتصالهما على استقامة او غير استقامة فان تضعيف احدهما بنصف دائرة وط ز ـ وبدائرة ـ ب ج د ـ هو مساحة سطح المجسم الذى رأسه ـ ا وقاعدته دائرة ـ وط ز ـ ومن ها هنا يعلم ايضا انه ان كانت قطع كثيرة من مخروطات الاساطين مركب بعضها على بعض وكان ـ اعلى سطح القطعة السفلى هو قاعدة القطعة التى فوقها وكان رأس القطعة العليا من القطع نقطة وكانت جميع القواعد متوازية والخطوط الخارجة فى جميع القطع من قواعدها الى اعاليها مستقيمات متساويات فان سطح احد تلك الخطوط فى نصف محيط قاعدة السفلى و فى جميع محيطات قواعد سائر القطع التى فوقها هو مساحة سطح المجسم المركب منها جميعا سواء كانت سطوح القطع متصلة على استقامة او على غير استقامة .

(يب) لتكن ـ ا ب ج ـ دائرة قطرها ـ ا ج ـ ومركزها ـ د ـ وقد قام عمود ـ د ب ـ منه على القطر ولنقسم ربع ـ ا ب ـ باقسام متساوية كم كانت ـ وهى ـ ا ز ـ ز ل ـ ل ب ـ ولنخرج وتر ـ ب ل ـ وننفذه وننفذ قطر ـ ج ا ـ الى ان يلتقيا على ـ ه ـ ونخرج من نقطتى ـ ز ل ـ وترى ـ ز ط ـ ل ح ـ موازيين لقطر ـ ج ا ـ .

فاقول ان خط ـ ه د ـ يساوى نصف قطر ـ ج ا ـ ووترى ـ ز ط ل ح ـ جميعا فنخرج ـ ط ا ـ ح ز ـ وننفذ ـ ح ز ـ الى ان يلقى ـ ج ه ـ على و ـ وبمثل ذلك ندبر ان كانت الاقسام اكثر لخطوط ـ ج ه ـ ط ز ـ ح ل متوازية وخطوط ـ ط ا ـ ح و ـ ب ه ـ متوازية لأن قوسى ـ ط ح ـ ح ب ـ متساويتان ـ لقوسى ـ ا ز ـ ز ل ـ فسطح ـ ط ا و ز ـ متوازى الاضلاع ـ و ـ ط ز ـ مثل ـ ا و ـ وبمثل ذلك ـ ح ل ـ مثل ـ و ه ـ فده مثل ـ د ا ـ ط ز ـ ح ل ـ جميعا وذلك ما اردناه (٢) .

---

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ (٢) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ .

وان اخرجنا ـ د م ـ عمودا على ـ وتر ـ ب ل ـ كان سطح نصف
ب ل ـ ف ـ د ه ـ اصغر من مربع نصف القطر واكبر من مربع ـ د م ـ
وذلك لأن مثلثى ـ د ب م ـ ب ه د ـ متشابهان لكون زاويتى ـ د م ب ـ
ه ب د ـ قائمتين وزاوية ـ ب ـ مشتركة ونسبة ـ ب م ـ الى ـ م د ـ
٥ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ه ـ فب م ـ اعنى نصف ـ ب ل ـ ف ـ د ه ـ
مساو ـ لب د ـ فى ـ د م ـ و ـ ب د ـ فى ـ د م ـ اصغر من مربع ـ ب د ـ
واعظم من مربع ـ م د ـ فاذا نصف ـ ب ل ـ فى نصف القطر وفى وترى
ط ز ـ ح ل ـ جميعا اصغر من مربع نصف القطر واعظم من مربع ـ د م ـ
فكل دائرة يخرج قطر فيها وينصف نصفها ويقسم احد الربعين باقسام متساوية
١٠ كم كانت ونخرج من نقط الاقسام اوتارا فى الدائرة موازية للقطر كان
سطح نصف وتر احد تلك الاقسام فى نصف القطر فى جميع الاوتار اصغر من
مربع نصف القطر واعظم من مربع العمود الخارج من المركز الواقع على
احد اوتار تلك الاقسام وذلك هو المطلوب .

(يج) اذا وقع فى نصف كرة مجسم يحيط به نصف الكرة وكان المجسم مركبا من
١٥ قطع مخروطات مستديرة كم كانت وكان اعلى سطح كل قطعة قاعدته للقاعدة التى
فوقها وقاعدة القطعة السفلى هو قاعدة نصف الكرة ورأس المخروط الاعلى نقطة
هى قطب نصف الكرة وكانت القواعد متوازية والخطوط الخارجة من
قواعد القطع الى اعاليها على استقامة متساوية ثم وقع فى المجسم نصف كرة يحيط
به المجسم قاعدتها دائرة فى سطح قاعدة النصف الاول كان السطح المحيط
٢٠ بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف الكرة الاولى واعظم من ضعف قاعدة
النصف الكرة الثانية كان السطح المحيط بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف
الكرة الاولى واعظم من ضعف قاعدة نصف الكرة الثانية فليكن الكرة ـ ا ب
ج د ـ قاعدتها عظيمة ـ ا ب ج ـ وقطبها ـ د ـ وليكن فيه مجسم على ما وصفنا
مركب من ثلث قطع اولاها يرتفع من دائرة ـ ا ب ج ـ الى دائرة ـ ه ط ح ـ

والثانية ترتفع منها الى دائرة ـ ول ز ـ والثالثة ترتفع منها الى نقطة ـ د ـ .

نقول فالسطوح المستديرة المحيطة بهذا المجسم جميعا اصغر من ضعف سطح دائرة ـ اب ج ـ فلنخرج فى نصف كرة ـ اب ج د ـ نصف عظيمة تمر بالقطب وهو ـ ا د ب ـ ونخرج قطر ـ اب ـ للكرة وننصفه على م ـ ونخرج ـ ح ه ز و ـ فهما موازيان ـ لا ب ـ لأنها فصول مشتركة ٥ بين عظيمة ـ ا د ب ـ والدوائر الثلاثة وهما قطرا دائرتى ـ ح ه ط ـ وز ل ـ ونخرج خطوط ـ ب ه ـ ه و ـ و د ـ من القواعد الى الاعالى وهى متساوية بالفرض وسطح نصف واحد منها فى نصف ـ اب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا اصغر من مربع نصف ـ اب ـ لما مر وايضا سطح واحد منها فى نصف محيط دائرة ـ اب ج ـ وفى محيطى دائرتى ـ ح ه ط ـ ز ول ـ جميعا ١٠ مثل السطح المحيط بالمجسم لما مر وسطح واحد منها فى نصف ـ اب ـ وفى ه ح ـ و ز ـ جميعا .

ثم الحاصل فيما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط مساويا لسطح واحد منها فى نصف محيط دائرة ـ اب ج ـ وفى محيطى دائرتى ـ ح ه ط ـ زول ـ جميعا اعنى السطح المحيط بالمجسم وهو اقل من ضعف الحاصل من ١٥ ضرب مربع نصف ـ اب ـ فى ما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط ومربع نصف ـ اب ـ فيما اذا ضرب فيه القطر مساو لسطح الدائرة لأن ضرب نصف اب ـ فيما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط هو نصف المحيط وضربه مرة اخرى فى نصف ـ اب ـ هو سطح الدائرة فالسطح المحيط بالمجسم اقل من نصف سطح دائرة ـ اب ج ـ ثم نرسم فى مجسم ـ اب ج د ـ نصف كرة يحيط ٢٠ به المجسم ولكون سطح قاعدته دائرة فى سطح دائرة ـ اب ج ـ يكون اصغر منها وننصف خطوط ـ ب ه ـ ه و ـ و د ـ على نقط ـ س ـ ع ـ ف ـ ونصل ـ م س ـ م ع ـ م ف ـ وهى متساوية لانها اعمدة من المركز على اوتار متساوية ونرسم على مركز ـ م ـ وببعد ـ م س ـ ف

سطح دائرة ـ ا ب ج ـ دائرة ـ ك ص ى ـ ونخرج فى سطح هذه الدائرة
خط ـ م ص ـ وليس هو فى سطح الدائرة ـ ا د ب ـ ولأن خطوط ـ م
س ـ م ع ـ م ف ـ م ص ـ الاربعة المتساوية التى ليست فى سطح واحد
خرجت من نقطة ـ م ـ الى محيط الكرة الداخلة يكون ـ م ـ مركزا لها
٥ و ـ م س ـ نصف قطر لها ودائرة ـ ك س ى ـ قاعدة لها ومربع ـ م س ـ
اصغر من سطح نصف ـ ب ه ـ فى نصف ـ ا ب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا
فمربع ـ م س ـ فى المقدار الذى اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط اعنى سطح
دائرة ـ ك ص ى ـ اصغر من سطح نصف ـ ب ه ـ فى نصف ـ ا ب ـ
وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا ثم الحاصل فى المقدار الذى اذا ضرب فيه القطر حصل
١٠ المحيط اعنى نصف سطح المجسم المحيط بنصف الكرة الداخلة فجميع سطح المجسم
اعظم من ضعف سطح دائرة ـ ك ص ى ـ وذلك ما اردناه (١) .

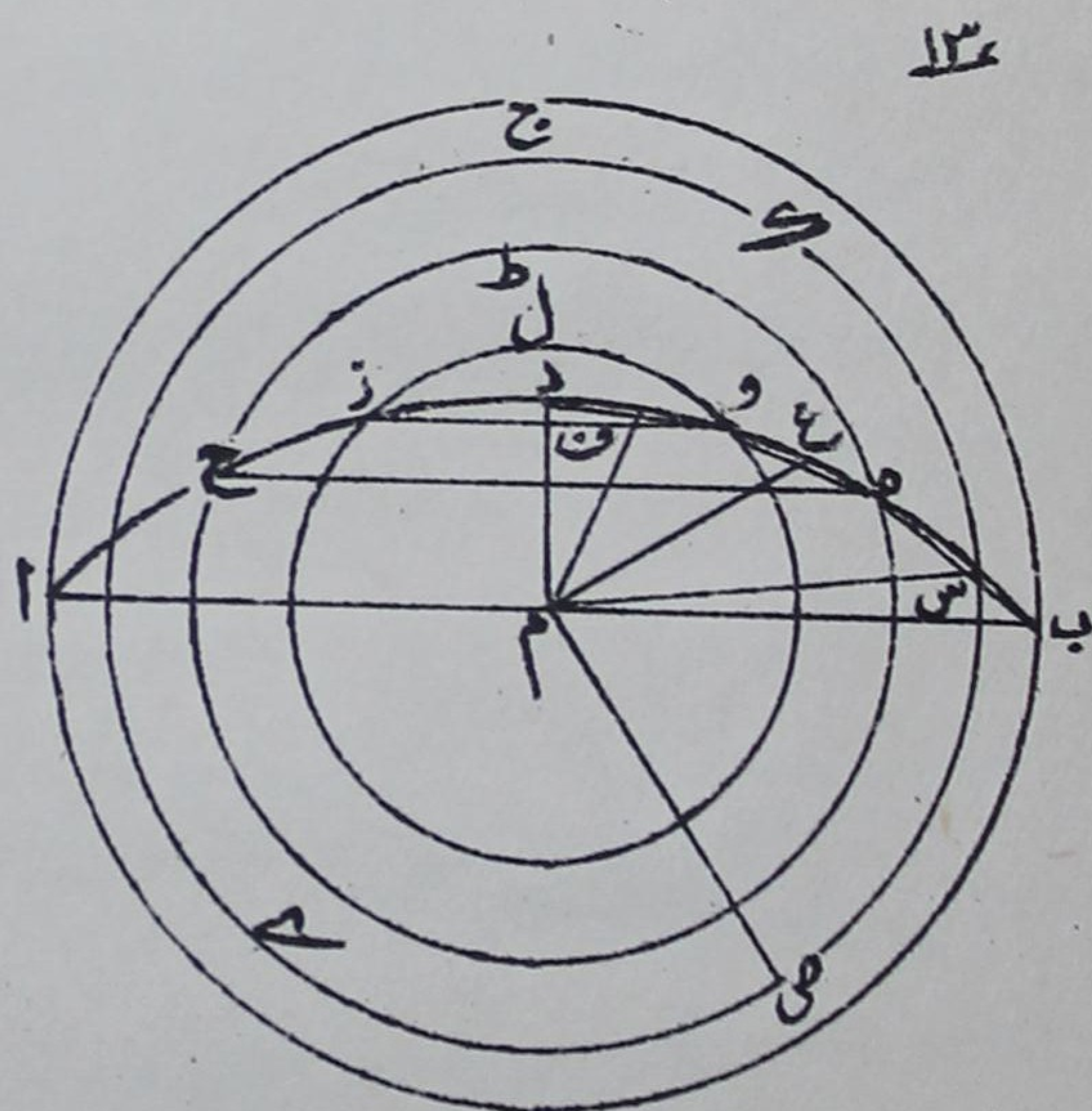
(يد) سطح نصف الكرة المستدير ضعف سطح الدائرة العظيمة التى هى
قاعدته فليكن ـ ا ب ج د ـ نصف كرة ودائرة ـ ا ب ج ـ عظيمة تقع فيها
وهى قاعدته و ـ د ـ قطبها فان لم يكن ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ مساويا
١٥ لسطح نصف الكرة فليكن اولا اصغر منه وليكن مساويا لسطح نصف كرة
اصغر من ـ ا ب ج د ـ وهو نصف ـ ه ح ـ ط ك ـ فاذا عمل فى نصف
كرة ـ ا ب ج د ـ مجسم كما وصفنا قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه نقطة
ـ د ـ بحيث لا يماس نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ كان سطحه اصغر من
ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ واعظم من سطح نصف كرة ـ ه ح ط
٢٠ ك ـ وضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ المساوى لسطح نصف كرة ـ ه ح ط
ك ـ اعظم كثيرا منه هذا خلف .

ثم ليكن ضعف سطح دائرة ـ اب ج ـ اعظم من سطح نصف كرة
اب ج د ـ وليكن مساويا لسطح نصف كرة ـ و ز ل م ـ ونعمل فيه مجسما

---

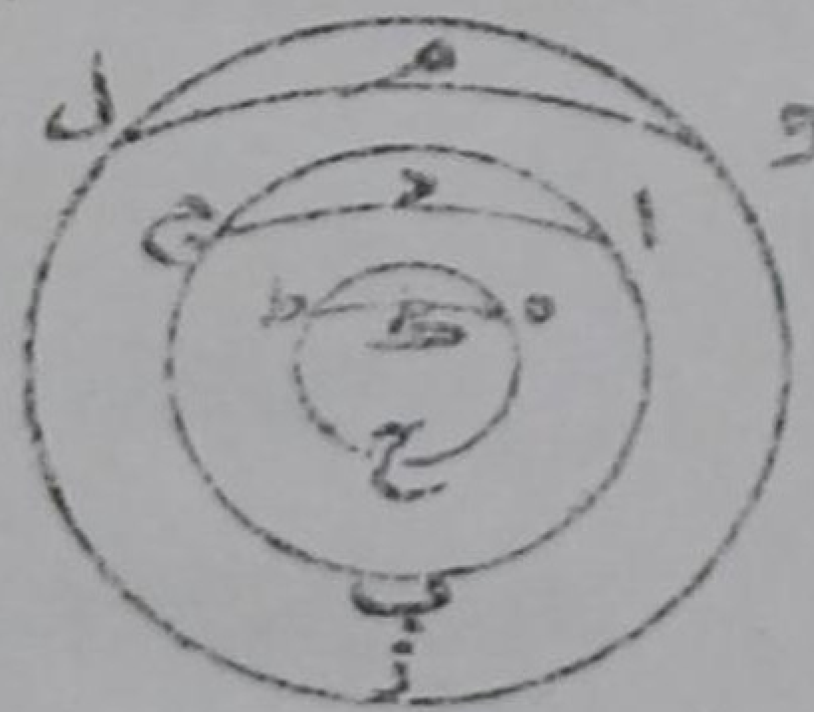
(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ .

كما

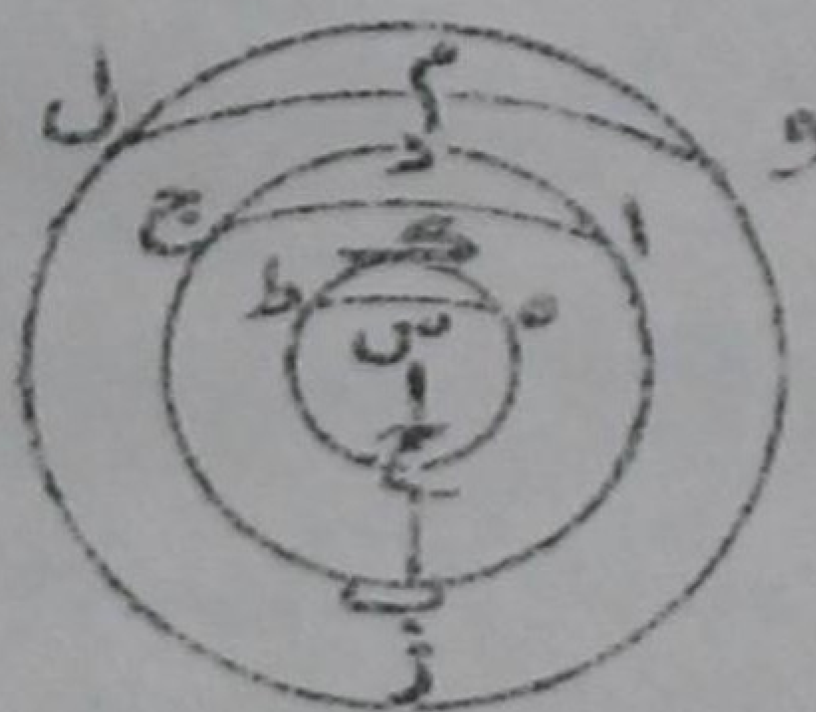


معرفة مساحة الاشكال ص ١٨

ع١٤



ع١٥



كما وصفنا غير مماس لنصف كرة - ا ب ج د - فيكون سطح المجسم اعظم من ضعف دائرة - ا ب ج - لما مر وسطح نصف كرة - و ز ل م - اعظم من سطح المجسم لكونه محيطا به فسطح نصف كرة - و ز ل م - اعظم كثيرا من سطح دائرة - ا ب ج - وكان مثله - هذا خلف فاذا الحكم ثابت وذلك ما اردناه (١).

وقد بان منه ان سطح الكرة اربعة امثال سطح اعظم دائرة يقع فيها. ٥

(يه) كل كرة فان الحاصل من ضرب نصف قطرها فى ثلث السطح المحيط بها مساو لعظمها فلتكن الكرة - ا ب ج د - ونصف قطرها - س ف - فان لم يكن - س ف - فى ثلث سطح كرة - ا ب ج د - عظمها فليكن اولا اصغر من عظمها وليكن - س ب - فى ثلث سطح كرة اعظم من كرة ١٠ ا ب ج د - مساويا لعظم كرة - ا ب ج د - مثلا ككرة - و ز ل م - فليكن مركزاهما واحدا ونعمل على كرة - ا ب ج د - مجسما كما وصفنا لا تماس كرة - و ز ل م - فيلزم مما مر ان - س ب - فى ثلث سطح المجسم يساوى المجسم ويكون اكبر من كرة - ا ب ج د - ويلزم منه ان يكون ثلث سطح المجسم اعظم من ثلث كرة - و ز ل م - المحيط به هذا خلف - ثم ليكن - ١٥ س ب - فى ثلث سطح كرة اصغر من كرة - ا ب ج د - ككرة - ه ح ط ك - مساويا لعظم كرة - ا ب ج د - ونعمل فى كرة - ا ب ج د - مجسما كما وصفنا بحيث لا يماس كرة - ه ح ط ك - ويجب مما مر ان - س ب - فى ثلث مساحة سطح المجسم اصغر من مساحة كرة - ا ب ج د - فثلث سطح - ه ح ط ك - اعظم من ثلث سطح المجسم المحيط به هذا خلف، فاذا الحكم ٢٠ ثابت وذلك ما اردناه (٢).

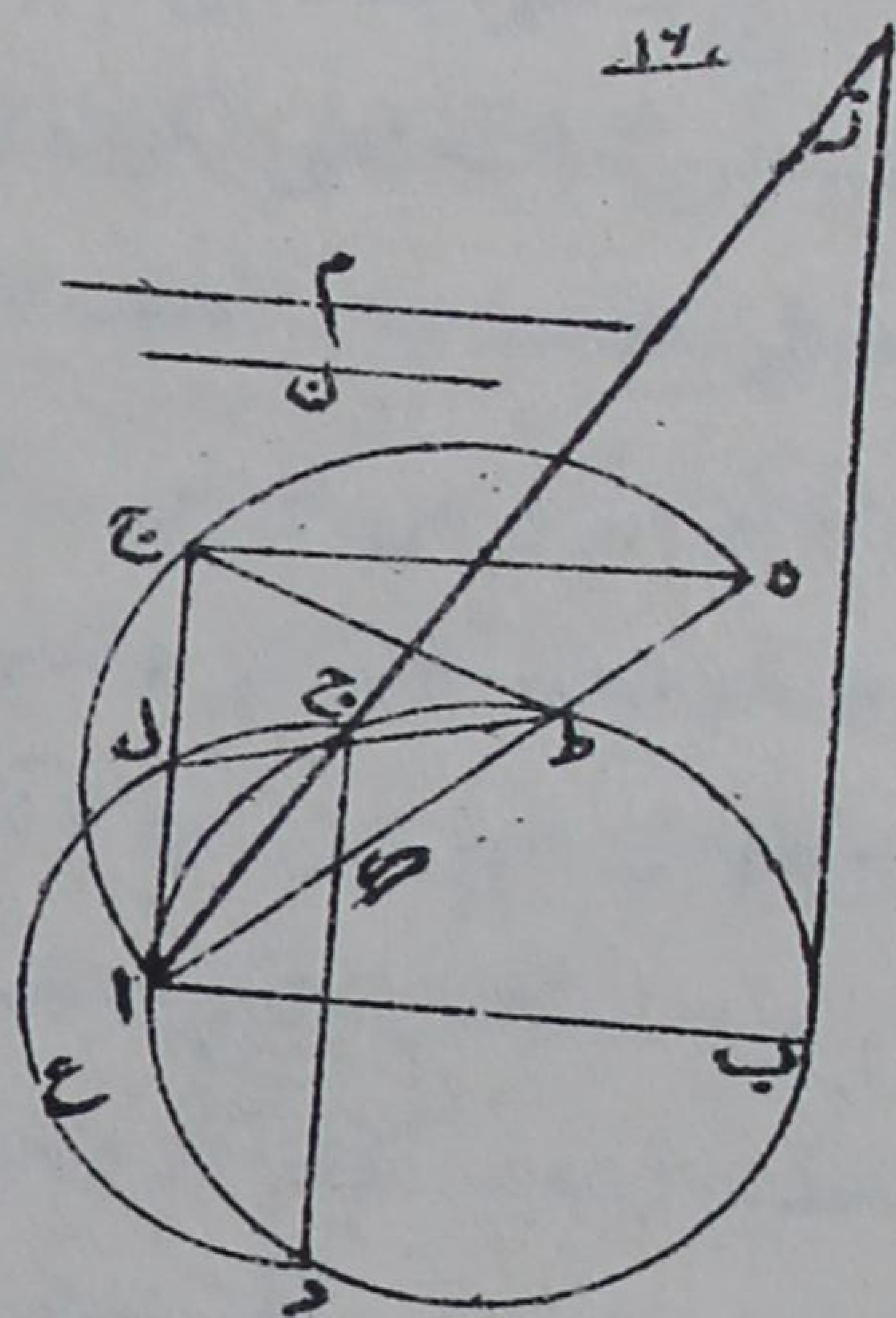
(يو) نريد ان نجد مقدارين يقعان بين مقدارين مفروضين لتتوالى الاربعة على نسبة واحدة وعلم ذلك نافع لطالب الهندسة وبه يعرف ضلع المكعب

---

(١) الشكل الرابع عشر - ١٤ (٢) الشكل الخامس عشر - ١٥ -.

وذلك انا اذا عرفنا مقدارين يقعان بين الواحد والمكعب على نسبة واحدة يكون ثانيها من جانب الواحد ضلعا للمكعب وهذا العمل لرجل من القدماء اسمه مانالاوس اورده فى كتاب له فى الهندسة ونحن نصفه.

ليكن المقدار ان خطى - م - ن - وليكن - م - اعظم من - ن ونرسم دائرة - ا ب ج - ونجعل قطرها وهو - ا ب - مساويا - لم - ونخرج فيها وتر - ا ج - مساويا لمقدار - ن - ونخرج من - ب - عمودا على - ا ب - ونخرج - ا ج - حتى يلقاه على - ز - ونقيم على قوس - ا ج ب - نصف اسطوانة مستديرة قائمة اعنى تكون اضلاعها اعمدة على سطح دائرة - ا ج ب - وندير على خط - ا ب - نصف دائرة يقوم سطحها على سطح - ا ب ج - على زوايا قوائم وهى قوس - ا ج ه - و نثبت نقطة - ا - من قوس - اح ه - فى موضعها كالمركز وندير قوس - اح ه - على مركز - ا - بحيث يكون سطحها فى جميع دورانها قائما على سطح - ا ب ج - على قوائم ليكون قوس - اح ه - يفصل سطح نصف الاسطوانة القائم على قوس - ا ج ب - ونثبت خط - ا ب - كالمركز وندير مثلث - ا ز ب - على محور - ا ب - حتى يلقى خط - ا ز - فصل سطح نصف الاسطوانة ونرسم نقطة - ج - من خط - ا ز - فى دورانه نصف دائرة - ج ع د - قائما على سطح - ا ب ج - على قوائم ونرسم على الموضع الذى يلقى فيه خط - ا ز - فصل سطح نصف الاسطوانة نقطة - ح - ونثبت قوس - اح ه - من مدارها عند نقطة - ح - ونخرج خطى - اح - ح ه - ونرسم حيث يلقى خط - اح - قوس - ج ع د نقطة - ل - ونخرج من نقطة - ح - عمودا على سطح دائرة - ا ب ج - وهو خط - ح ط - ونخرج - ل ك - وهو عمود على سطح دائرة - ا ب ج لأنه فصل مشترك لسطح مثلث - اح ه - ولنصف دائرة - ج ع د - القائمين على سطح - ا ب ج - ونخرج خط - ل ط - ونبين انه عمود على - ا ل - لأن سطح - ج ك - فى - ك د - مثل مربع - ل ك - ولكن ضرب



معرفة مساحة الاشكال ص ٢١

ـ ج ك ـ فى ـ ك د ـ مثل ضرب ـ ط ك ـ فى ـ ك ا ـ فضرب ـ ط ك ـ
فى ـ ك ا ـ مثل مربع ـ ل ك ـ فزاوية ـ ط ل ا ـ قائمة .

وقد تبين ان زاوية ـ ا ح ه ـ قائمة لأنها مركب على نصف دائرة
ا ح ه ـ وان زاوية ـ ا ط ح ـ قائمة لان ـ ح ط ـ عمود على سطح دائرة
ا ب ج ـ وخط ـ ط ا ـ فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ وان زاوية ـ ا ل ٥
ط ـ قائمة لما مر فمثلثات ـ ا ح ه ـ ا ط ح ـ ا ل ط ـ فى كل واحد منها زاوية
قائمة وزاوية حادة مشتركة فهى متشابهة ونسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة
أ ح ـ الى ـ ا ط ـ وكنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ا ل ـ ولكن خط ـ ا ه ـ مثل
مقدار ـ م ـ وخط ـ ا ل ـ مثل مقدار ـ ن ـ فقد وقع بينهما مقدار ـ ا ح
ا ط ـ وتوالت على نسبة وذلك ما اردناه (١) . ١

(يز) ولأن الاشياء التى استعملها مانالاوس وان كان صحيحا فهى اما ان
لا يمكن ان يفعل واما يكون عسيرا جدا طلبنا لذلك وجها اسهل .

فليكن المقداران ـ ا ب ـ ويخط ـ ج د ـ مثل ـ ا ـ ونخرج عليه عمود
د ه ـ مثل ـ ب ـ ونصل ـ ه ج ـ ونخرج ـ ج د ـ ه د ـ لا الى احد ونخرج
من ـ ه ـ عمودا على ـ ه ج ـ الى ان يلقى ـ ج د ـ على ـ و ـ ونخرج من ـ ج ١٥
خطا موازيا ـ له و ـ الى ان يلقى ـ ه د ـ على ـ م ـ وهو ـ م ج ـ ونخرجه
الى ان يصير ـ م ص ـ مثل ـ ه و ـ ويتوهم ان خط ـ و ه ـ يتحرك من ناحية
نقطة ـ و ـ الى ناحية نقطة ـ د ـ ويكون طرفه الذى عند ـ و ـ غير مفارق
فى حركته لخط ـ و د ـ ويكون الخط فى حركته لا يزال يمر على نقطة ـ ه ـ من
خط ـ ج ه ـ كيما اذا تحرك خط ـ و ه ـ كما وصفنا فحيث كان طرفه من ٢٠
خط ـ و د ـ فان كان خط ـ و ه ـ فى تلك الحال يمتد على استقامة ما بين نقطة
طرفه وبين نقطة ـ ه ـ من خط ـ ه ج ـ ثم نرسم على الممدود على استقامة
خط ـ ه د ك ـ ونتوهم ان خط ـ م ص ـ يتحرك من ناحية نقطة ـ م ـ الى

---

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ .

ناحية نقطة ـ ك ـ ويكون طرفه الذى عنـد ـ م ـ غير مفارق فى حركته لخط
م ك ـ ويكون خط ـ م ص ـ فى حركته لا يزال مارا على نقطة ـ ج ـ من
خط ـ ه ج ـ كما وصفنا من حركة خط ـ وه ـ ونتوهم ان خطى ـ و ه ـ
م ص ـ فى حركتهما متوازيان ونتوهم ان على طرف خط ـ و ه ـ على نقطة
٥ ه ـ خطا قائما على خط ـ وه ـ على زاوية قائمة مثبتا معه فى حركته ولا نجعل
لهذا الخط غاية محدودة ليكون هـذا الخط لا يزال يقطع خط ـ م ص ـ عند
تحرك خطى ـ و ه ـ م ص ـ فاذا تحرك خطا ـ و ه ـ م ص ـ وكانا فى
حركتهما متوازيين ولزم طرفاهما خطى ـ ود ـ م ك ـ كما وصفنا فلا محالة ان
الخط القائم على خط ـ و ه ـ على زاوية قائمة الذى يتحرك معه ويقطع خط
١٠ م ص ـ سينتهى الى نقطة ـ ص ـ فاذا انتهى الخط القائم على ـ وه ـ الى ـ ص
اثبتنا هناك خطى ـ وه ـ م ص ـ وخططنا خطى ـ ه ص ـ وم ـ ومعلوم
ان خط ـ ه ص ـ يقوم من كل واحد من خطى ـ وه ـ م ص ـ على زاوية
قائمة لانه هو الخط الذى جعلناه يقوم من خط ـ وه ـ على زاوية قائمة ويتحرك
معه ـ حتى ينتهى الى نقطة ـ ص ـ .

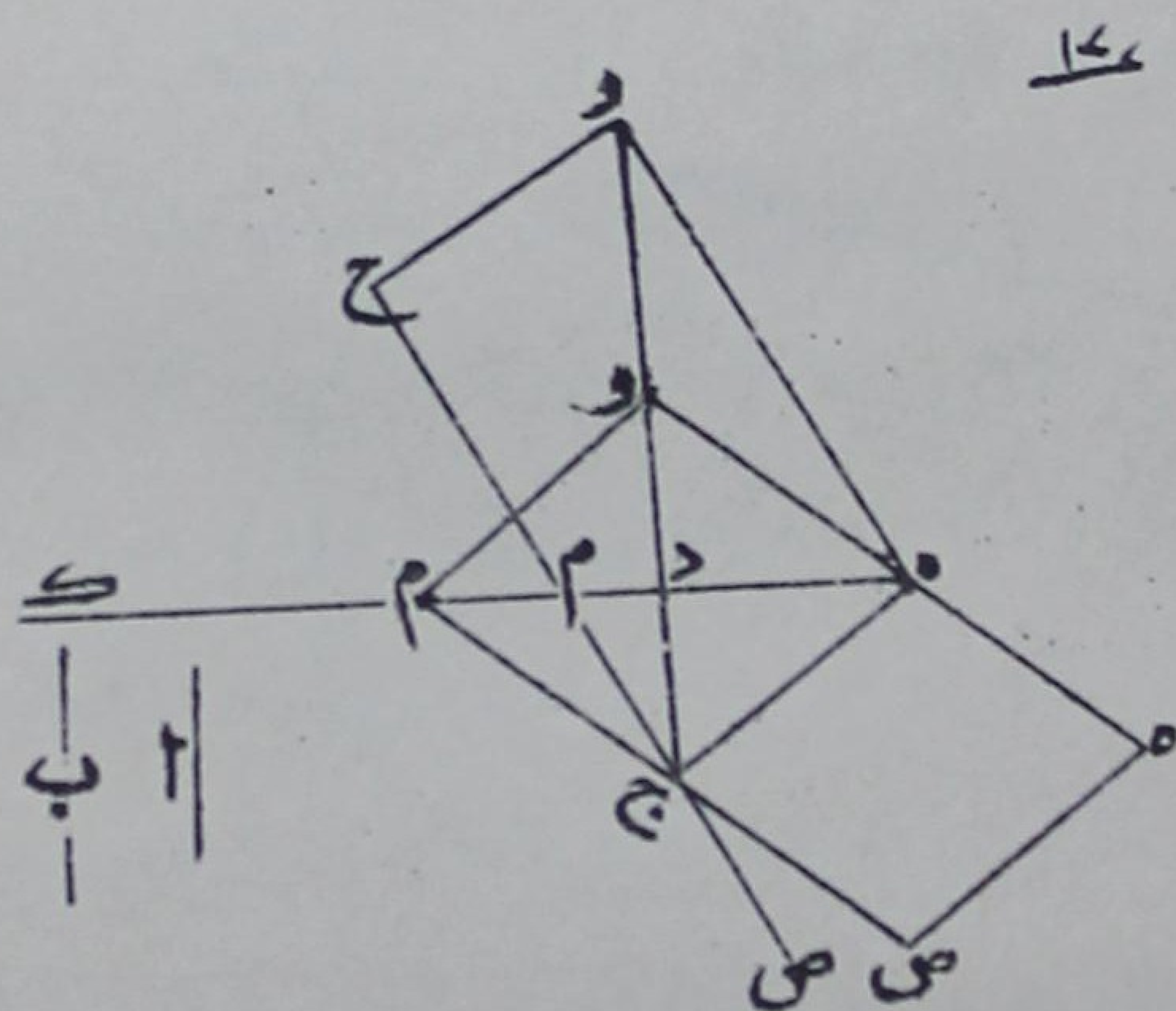
١٥ فاقول ان خطى ـ د م ـ د و ـ بين مقدارى ـ ج د ـ د ه ـ نسبة
ج د ـ الى ـ د م ـ كنسبـة ـ د م ـ الى ـ د و ـ وكنسبة ـ د و ـ الى
د ه ـ .

برهانه ان خطى ـ وه ـ م ص ـ متوازيان متساويان وزاويتى
وه ص ـ م ص ه ـ قائمتان لخط ـ وم ـ مساو لخط ـ ه ص ـ وكل واحدة
٢٠ من زاويتى ـ ه و م ـ ص م و ـ قائمة ولكن ـ م د ـ عمود على خط ـ وج
وخط ـ ود ـ عمود على خط ـ ه م ـ فنسبة خط ـ ج د ـ الى ـ د م ـ كنسبة
د م ـ الى ـ د و ـ وكنسبة ـ د و ـ الى ـ د ه ـ ولكن خط ـ ج د ـ مثل
ا ـ وخط ـ د ه ـ مثل ـ ب ـ فخطا ـ د م ـ د و ـ وقعا بين ـ ا ب ـ وتوالت

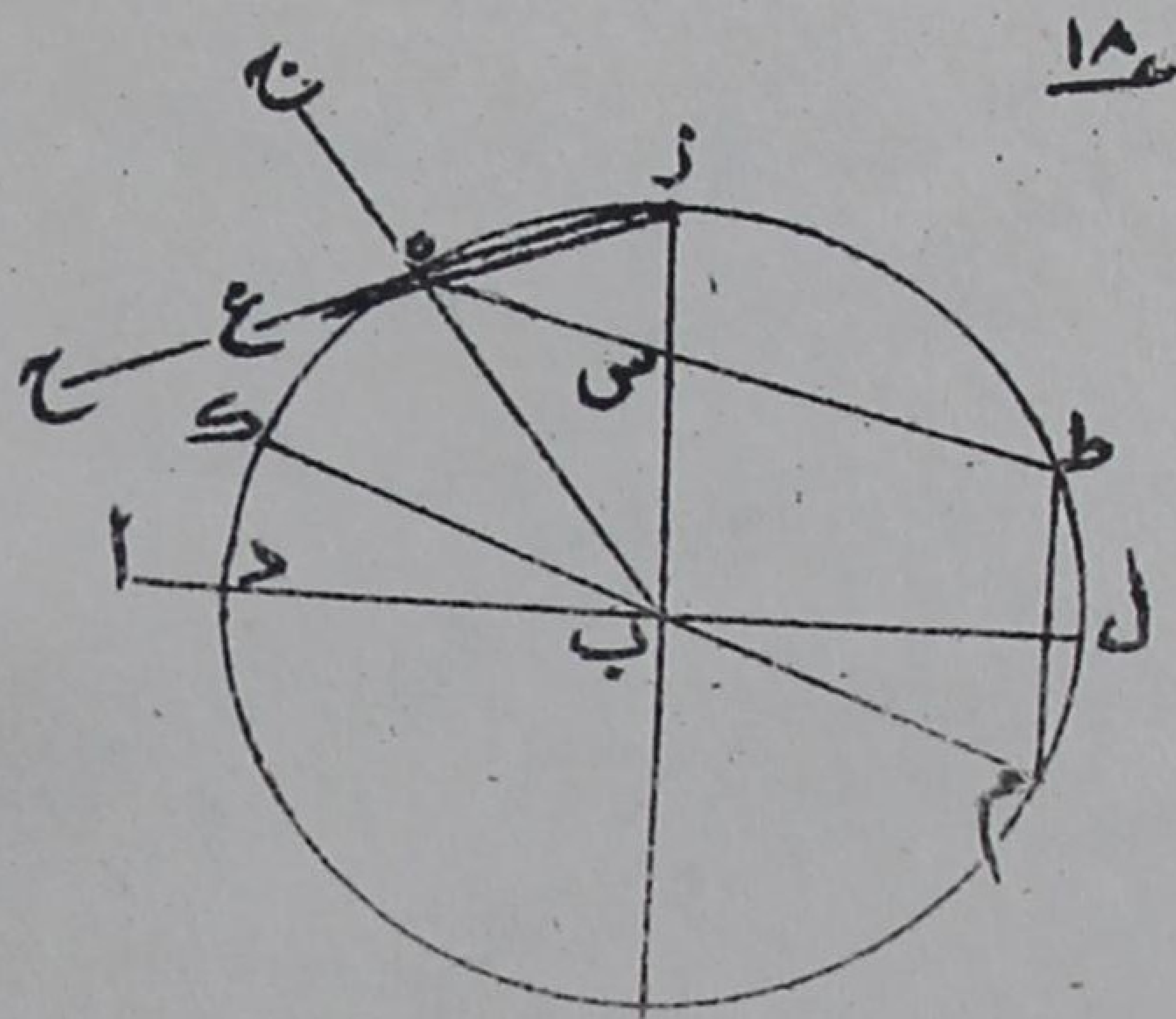
---

(١) الشكل السابع عشر ١٧ ـ .

على



معرفة مساحة الاشكال ص ٣٢



معرفة مساحة الاشكال ص ٢٣

الشكل ١٨ في ص ٢٥ و ١٩ في ص ٢٧ طبع زايدا سهواً

على نسبة وذلك ما اردناه (١) .

ولكى يكون وجود ذلك بالفعل سهلا نجعل مكان خط ـ ه و ـ القائم على ـ ه ج ـ مسطرة ونجعل مكان ـ ه ج ـ مسطرة اخرى ينتظمها مع مسطرة ـ ه و ـ قطب عند نقطة ـ ه ـ مثبت فى موضعه ومسطرة ـ ه و ـ يدور عليه ونخرج خط ـ ج م ـ القائم على ـ ه ج ـ على زاوية قائمة الى نقطة ـ ه ونجعل ـ ج ح ـ مثل ـ ه د ـ ونصير مكان خط ـ ج ح ـ مسطرة ينتظمها مع مسطرة ـ ه ج ـ قطب عند نقطة ـ ج ـ مثبت فى موضعه ومسطرة ـ ح ج ـ يدور عليه كما تكون مسطرة ـ ه ج ـ ثابتة لا تتحرك فمسطرتا ـ ه و ـ ج ح ـ يدوران على قطبى ـ ه ـ ج ـ ونمد مسطرة فيما بين نقطتى ـ و ـ ح ينتظمها مع مسطرة ـ و ـ ه ـ قطب عند نقطة ـ و ـ ومع مسطرة ـ ج ح ـ قطب عندنقطة ـ ح ـ ويكون هذان القطبان مرسلين غير مثبتين كما تدور المساطر الثلاث اعنى مساطر ـ ه و ـ وح ـ ح ج ـ على مسطرة ـ ه ج ـ المثبتة على نقطتى ـ ه ـ ج ـ ونجعل فى ظهر مسطرة ـ ه و ـ شظية دقيقة تجرى على ظهرها فى مجرى ونجعل وسط هذه الشظية موضوعا على خط ـ و ه ـ ونجعل طولها مثل طول مسطرة ـ ه و ـ ونجعل فى طرف هذه الشظية الذى عند ـ و ـ قطبا يكون مركزه نقطة ـ و ـ ونقيم عن جنبتى ـ ود ـ سطحين يكون فضلا هما المشتركان مع فضل سطح ـ ه ح ـ موازيين لخط ـ ود ـ ونجعل هذين السطحين مماسين للقطب الذى فى هذه الشظية ليكون اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح ـ الثلاثة على ضلع ـ ه و ـ الثابت بقى هذا القطب بين هذين السطحين وبقى مركز القطب لازما لخط ـ ود ـ وخرج طرف الشظية عن نقطة ـ ه ـ متباعدا عنها على استقامة الخط الذى فيما بين مركز القطب وبين نقطة ـ ه ـ ونجعل فى ظهر مسطرة ـ ج ح ـ شظية اخرى ونجرى على ظهرها ونجعل ابتداء هذه الشظية من عند نقطة ـ م ـ ومنتهاها عند نقطة ـ ص ـ كيما يكون طول هذه الشظية مثل طول الشظية المركبة على مسطرة ـ ه و ـ ونجعل فى

(١) الشكل الثامن عشر ـ ١٨

طرف هذه الشظية الذى عند ـ م ـ قطبا ونحتال فيه الحيلة التى وصفنا ليكون اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح الثلاثة على ضلع ـ ه ج ـ الثابت تحرك مركز هذا القطب على خط ـ م ك ـ ودنا طرف هذه الشظية من نقطة ـ ك ـ ثم نثبت فى الشظية المركبة على مسطرة ـ ه و ـ فى طرفها الذى عند نقطة ـ ه ـ شظية اخرى على زاوية قائمة منها يتحرك معها ونجعل هذه الشظية تنتهى الى الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ وتقطعها كيما اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح ـ الثلاثة على ضلع ـ ه و ج ـ الثابت دائما وجب ان تكون هذه الشظية الوسطى بين الشظيتين لا محالة تقطع الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ عند طرفها .

وبالبرهان الذى قد مرّ لنا فى الخطوط فى هذا الشكل يعلم ان المساطر والشظايا التى تجرى عليها اذا اثبت فى هذا الموضع الذى انتهت فيه الشظية الوسطى الى طرف الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ فقد تم ما اردنا ان نعمل .

(يح) لنا ان نقسم بهذه الحيلة اى زاوية شئنا بثلاثة اقسام متساوية فلتكن الزاوية ـ ا ب ج ـ وليكن اولا اقل من قائمة ونأخذ من خطى ـ ب ا ـ ب ج مقدارى ـ ب د ـ ب ه ـ متساويين ونرسم على مركز ـ ه ـ وببعدها ـ د ه ل ـ ونخرج ـ د ب ـ الى ـ ل ـ ونقيم ـ ب ز ـ عمودا على ـ ل د ـ ونصل ه ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ لا الى غاية ونفصل من ـ ز ح زع ـ مثل نصف قطر الدائرة فاذا توهمنا ان ـ ز ح ـ يتحرك الى ناحية نقطة ـ ل ـ ونقطة ـ ز ـ لازمة للمحيط فى حركتها وخط ـ زه ح ـ فى حركته لا يزال ـ يمر على نقطة ـ ه ـ من دائرة ـ د ه ل ـ وتوهمنا نقطة ـ ز ـ لا يزال يتحرك حتى تصير نقطة ـ ع ـ على خط ـ ب ز ـ وجب حينئذ ان تكون القوس التى بين الموضع الذى انتهت اليه نقطة ـ ز ـ وبين نقطة ـ ل ـ هى ثلث قوس ـ د ه و ازاوية التى يوترها هذه القوس ثلث زاوية ـ د ب ه ـ

برهانه ليكن الموضع الذى انتهت اليه ـ ز ـ نقطة ـ ط ـ ونخرج ـ ط ج

ط ه - يقطع - ب ز - على - س - فخط - ط س - مساو لنصف قطر الدائرة لكونه مساويا - لزع - ونخرج من المركز قطرا يوازى - ط ه - وهو - م ب ك - ونخرج - م ط - فط س - مساويا وموازيا - لم ب - و - م ط - موازيا ومساويا - لب س - و - ب س - عمود على - ل د - فم ط - عمود على - ل د - ولذلك يكون منصفا بالقطر ويكون - م ل - مثل - ل ط - و - د ك - مثل - م ل - و - م ط - مساو - لط ه - فدك - مثل نصف - ك ه - و ثلث - د ه - وزاوية - ك ب د - ثلث زاوية - ا ب ج - وذلك ما اردناه (١) .

ويحرك بالحيلة المذكورة - ز ح - على ان يتحرك - ز - على المحيط لايفارقه ولا يزال يمر خط - ز ح - فى حركته على نقطة - ه - حتى تقع نقطة ع - على خط - ب ز - ويتم المطلوب وان كانت الزاوية منفرجة نصفناها وثلثنا النصف فيكون ثلثاه ثلث المنفرجة .

ينبغى لنا ان نصف بعد ذلك تقريب ضلع المكعب لينطبق به عند الحاجة ونعمل فى ذلك بالوجه الذى لا تقريب ابلغ منه .

اعنى اذا اردنا ان تكون بينه وبين الحقيقة مثلا اقل من دقيقة او من ثانية قدرنا عليه والعمل فيه ان صير المكعب الى اجزائها ثوالث اوسوادس اوتواسع اوغير ذلك ثم نطلب مكعبا مساويا لذلك العدد ان كان والا طلبنا اقرب مكعب اليه واذا وجدناه حفظنا ضلعه فان كانت الاجزاء ثوالث فهو دقائق وان كانت سوادس فهو ثوانى وعلى هذا القياس امر المسائل .

وكل ما وصفنا فى كتابنا فانه من عملنا الامعرفة المحيط من القطر فانه من عمل ارشميدس والامعرفة وضع مقدارين بين مقدارين لتتوالى على نسبة واحدة فانه من عمل منالاوس كما مر ذكره والحمد لله وحده .

---

(١) الشكل الثامن عشر - ١٨ .

تم الكتاب – وفرغ المصنف رحمه الله منه فى – ز ب يزح – خنج
والناسخ من نسخه يوم الاحد الخامس من شوال السنة المذكورة
فى مدينة تبريز حامدا و مصليا وهو مقبول بن اصيل الرومى الفير شهرى (١) .

(٢) برهان آخر على الشكل السابع من كتاب بنى موسى وهو
الطريق العام لمساحة المثلثات اظنه للخازن و هو هذا

٥ كل مثلث اذا ضرب نصف مجموع اضلاعه فى فضله على احدها ثم فى فضله
على الضلع الثانى ثم فى فضله على الضلع الثالث ويؤخذ جذر المبلغ فيكون تكسير
المثلث .

برهانه ليكن المثلث – اب ح – ونعمل فيه دائرة – ده ز – على مركز
١٠ – ح – ونصل بين المركز وبين نقط التماس بخطوط – ح د – ح ٥ – ح ز –
فتكون اعمدة على الاضلاع متساوية ويكون – ح ٥ – ج ز – متساويين
وكذلك ب د – ب ٥ – وكذلك – اد – ا ز – ونخرج – ج ب – ونجعل –
ب د ا – مثل – د – فخط – ج ط – مثل نصف الاضلاع و – ط ب –
فضله على ضلع – ب ج د – و – ب ٥ – فضله على ضلع – اج – و – ٥ ج –
١٥ فضله على ضلع – اب .

وحاصل الدعوى ان سطح – ط ج – فى – ط ب – فى – ب
٥ – فى – ٥ ج – مساو لمربع تكسير المثلث الذى هو سطح – ح ٥ – فى
– ط ج – فنخرج من – ب – عمود – ب ل – على – ج ب – ومن – ح –
عمود – ح د – على – ج ح – ونخرجهما الى ان يتلاقيا على – ل – نصل
– ج ل – ولكون زاويتى – ج ح ل – ج ز ل – قائمتين يقع ذوا ربعة
٢٠ اضلاع – ج ح – ب ل – فى دائرة يكون قطرها – ج ل – وتكون لذلك
زاويتا – ج ح ب – ج ل ب – المتقابلتين كقائمتين ولكن زاوية – ج ح ب

(١) كذا فى – روف – صف – والكاتب من نسخه – ز ب – ذى القعدة سنة
ذ – لط ( ) من هنا الى آخره من – ر – وليس فى – صف .

مع زاوية ـ ا ح د ـ كقائمتين لأنهما نصفا الزوايا الستة المحيطة بنقطة ـ ح ـ
التي هي كاربع قوائم فتكون لذلك زاوية ـ ا ح د ـ مساوية لزاوية
ج ل ب ـ وكانت زاويتا ـ ج ب ل ـ ج د ا ـ قائمتين فمثلث ـ ج ب ل ـ
تشبه مثلث ـ ح د ا ـ فنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ا د ـ اعني ـ ب ط ـ كنسبة
ـ ب ل ـ الى ـ د ح ـ اعني ـ ج ح ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ د ه ـ
واذا ركبنا كانت نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط ب ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى
ـ ه ط ـ واذا صيرنا ـ ج ط ـ ارتفاعا مشتركا للاولين و ـ ه ج ـ ارتفاعا
مشتركا للاخيرين كانت نسبة مربع ـ ج ط ـ الى ـ ج ط ـ في ـ ط ب
كنسبة ـ ب ه ـ في ـ ه ج ـ الى ـ ه ك ـ في ـ ه ج ـ اعني مربع ـ ه ح
وضرب مربع ـ ج ط ـ الاول في مربع ـ ه ح ـ الرابع كضرب ـ ج ط
في ـ ط ب ـ في ـ ب ه ـ في ـ ه ج ـ ولأن نسبة مربع ـ ج ط ـ الى ضرب
ـ ج ط ـ في ـ ه ح ـ الى ـ ه ح ـ لكون ضرب ـ ج ط ـ في ـ ه ح ا ـ
مفرطا في النسبة بين مربعي ـ ج ط ـ ه ح ـ ويكون لذلك ضرب مربع
ـ ج ط ـ في مربع ـ ه ح ـ المساوي لضرب ـ ج ط ـ في ـ ط ب ـ في
ـ ب ه ـ في ـ ه ج ـ مساويا لضرب مربع ـ ج ط ـ في ـ ه ح ـ الذي
هو التكسير وذلك ما اردناه (١).

(تمت الرسالة بعون الله وحسن توفيقه)

فالحمد لله تعالى اولا وآخرا والصلوة

على رسوله ظاهرا وباطنا وآله

الاطهار واصحابه الاخيار

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ.

كتاب المفروضات

لثابت بن قرة

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لا زالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب المفروضات

لثابت بن قرة الحرانى الصابى

وهى ستة وثلاثون شكلا وفى بعض النسخ اربعة وثلاثون شكلا على الترتيب المثبت بالارقام السود على الحاشية ولم يكن فيه شكل – د – ولا شكل – كج .

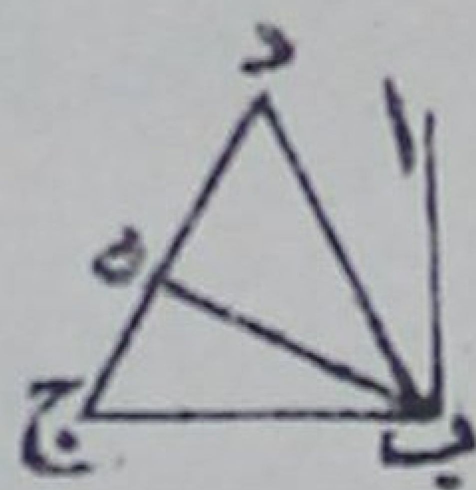
(١) نريد ان مثلث زاوية – اب ج – القائمة فلنعمل على – ب ج – مثلث – د ب ج – متساوى الاضلاع وننصف زاوية – د ب ج – بخط ب ه – فقد عملنا وذلك ان كل واحدة من زوايا – اب د – د ب ه – ه ب ج – ثلث قائمة وذلك ما اردناه (١) .

(ب) نريدان نقسم خط – اب – ثلاثة اقسام على ان يكون مربعا الطرفين متساويين لمربع الوسط فنعمل كل واحد من زاويتى – ب اج – اب ج ربع قائمة (ونخرجهما الى ان يلقيا على – ج – وكل واحدة من زاويتى – اج د – ب ج ه – ايضا ربع قائمة وتم بذلك ما اردناه .

وذلك لانه لما كانت زاويتا – اب ز – ربعى قائمة – ٢) بقيت زاوية

---

(١) الشكل الواحد – ا – (٢) بين القوسين سقط من صف .



المفروضات ص٢

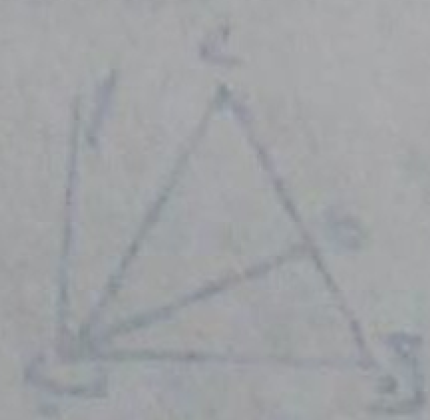
بسم الله الرحمن الرحيم

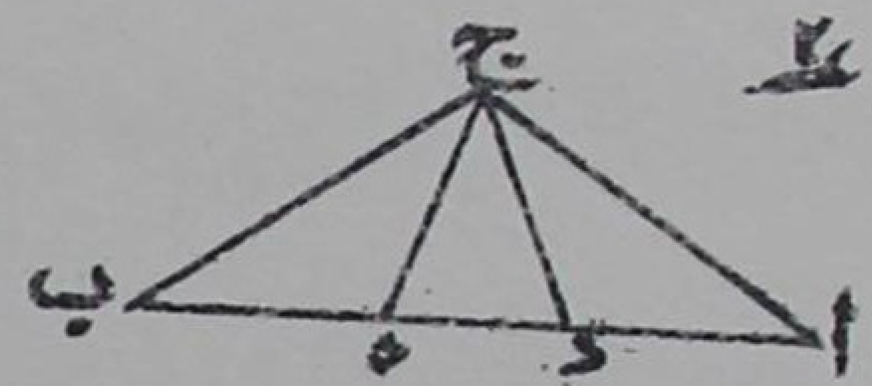
كتاب المفروضات

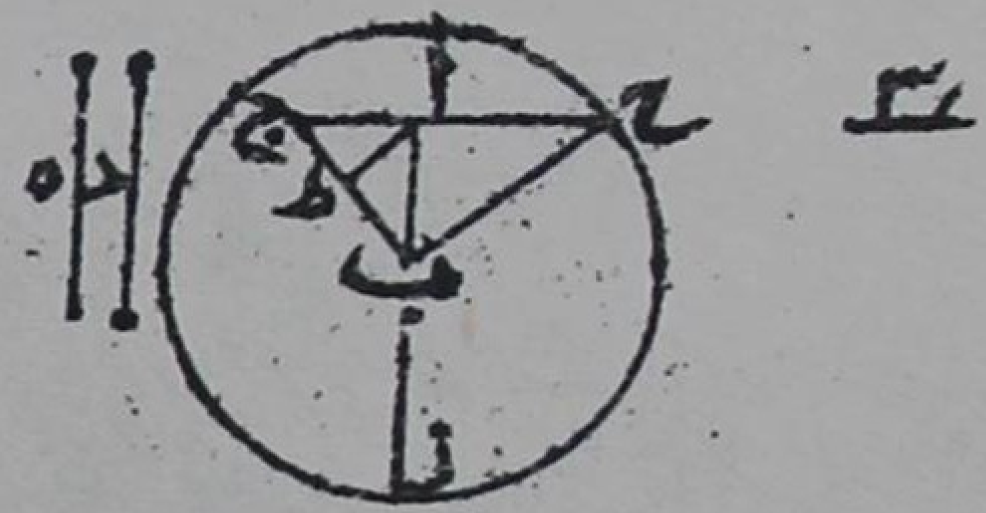
[illegible] بن قرة الحراني الصابي

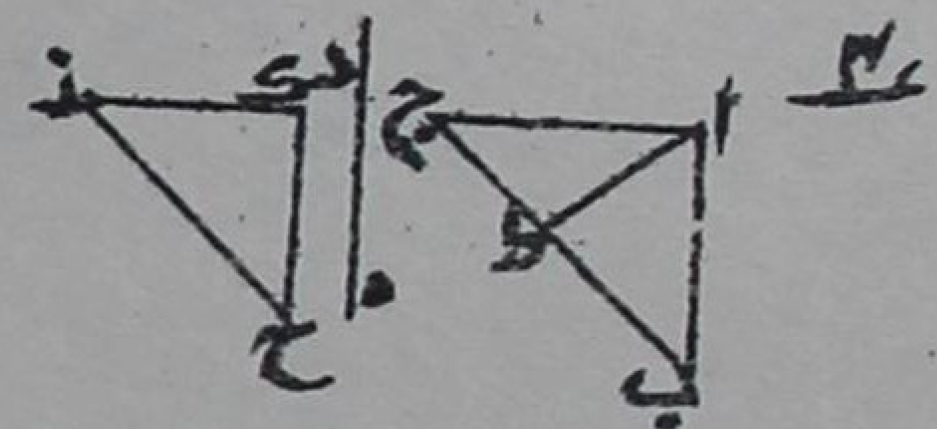
[illegible] شكلا وفي بعض النسخ اربعة وثلاثون

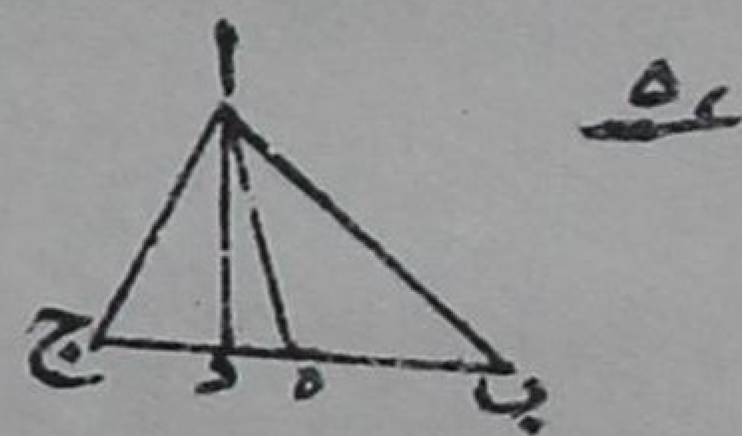
[illegible] على الحاشية و[illegible] فيه شكل [illegible]











المفروضات ص٣

اج ب ـ قائمة ونصف وتذهب منها زاوية ـ ا ج د ـ ب ج ه ـ ربعين فتبقى زاوية ـ د ج ه ـ قائمة ومربعا ـ د ج ـ ج ه ـ كمربع ـ د ه ـ ولكن دا ـ د ج ـ متساويان لتساوى زاويتى ـ دا ج ـ د ج ا ـ وكذلك ـ ه ج ـ ه ب ـ فاذا مربعا ـ ا د ـ ه ب ـ مساويان لمربع ـ د ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

٥

(ج) نريد ان نخرج من زاوية ـ ا ـ من مثلث ـ ب ا ج ـ خطا يقسم ب ج ـ بقسمين تكون نسبته الى احد القسمين مثلا الى الذى يلى ـ ج ـ كنسبة د ـ الى ـ ه ـ فنجعل نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ه وندير على مركز ـ ب ـ وبعد من ـ ب ز ـ دائرة ـ ز ح ـ ونخرج ـ ج ا اليها فيلقاها على ـ ح ـ ونصل ـ ب ح ـ ونخرج ـ ا ط ـ موازيا ـ لب ح فقد عملنا وذلك لان نسبة ـ ب ز ـ اعنى ـ ب ح ـ الى ـ ب ج ـ التى هى كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ هى كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ وذلك ما اردناه (٢) .

١٠

(د) وبوجه آخر ولتكن النسبة كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ز ح ـ ونعمل على ز ـ زاوية مثل زاوية ـ ج د ـ (٣) .

١٥

(ه) ليكن فى مثلث ـ ا ب ج ـ قاعدة ـ ب ج ـ اطول من ضلع ـ ا ج ونريد ان نخرج من ـ ا ـ خط ـ ا د ـ الى ـ ب ج ـ على ان يكون ـ ا د د ج ـ معا مثل ـ ب د ـ فلننصف ـ ب ج ـ على ـ ه ـ ونصل ـ ا ه ـ ونخرج فى مثلث ـ ا ه ج ـ ا د ـ على ان يكون ضعف ـ د ه ـ على الوجه المبين فى الشكل المقدم ونفصل ـ ه ز ـ مثل ـ ه د ـ فيبقى ـ ب ز ـ مثل ـ د ج ـ ويكون ـ ا د ـ ز د ـ متساويين لكون كل واحد منهما ضعف ـ ه د ـ فاذا يكون جميع ـ ا د ـ د ج ـ مساويا ـ لب د ـ وذلك ما اردناه (٤) .

٢٠

(و) نريد ان نخرج فى مثلث ـ ا ب ج ـ من زاوية ـ ا ـ خط ـ ا د

---

(١) الشكل الثانى ـ ٢ ـ (٢) الشكل الثالث ـ ٣ ـ (٣) الشكل الرابع ـ ٤
(٤) الشكل الخامس ـ ٥ ـ .

الى ـ ب ج ـ على ان يكون ـ ا د ـ د ج ـ معا مثل ـ د ب ـ ب ا ـ معا
فلنخرج ـ ج ب ـ ونجعل ـ ب ه ـ مثل ـ ب ا ـ ونصل ـ ا ه ـ فيصير
فى مثلث ـ ا ه ج ـ قاعدة ـ ه ج ـ اطول من ضلع ـ ا ج ـ ونخرج من ـ ا
خط ـ ا د ـ على ان يكون ـ ا د ـ د ج ـ معا مثل ـ د ه ـ بالوجه المبين فى
الشكل المتقدم فيكون اذا ـ ا د ـ د ج ـ مساويا ـ لد ب ـ ب ا ـ وذلك
ما اردناه (١) .

(ز) مثلث ـ ا ب ج ـ اخرج ضلع ـ ب ج ـ منه الى نقطة ما وهى ـ د
ونريد ان نخرج من ـ د ـ خطا الى ـ ا ب ـ يحيط مع ـ د ب ـ ومع القسم
الذى يلى ـ ب ـ من ـ ا ب ـ بمثلث مساو لمثلث ـ ا ب ج ـ فليضف الى ـ ب د
فى جهة ـ ا ـ سطحا متوازى الاضلاع مساويا لضعف مثلث ـ ا ب ج
وزاويته مساوية لزاوية ـ ب ـ وليكن ذلك سطح ـ ب د ه ز ـ ونصل ـ د ز
فهو المطلوب لأن مثلث ـ د ز ب ـ يساوى مثلث ـ ا ب ج ـ لكون السطح
مساويا لضعف كل واحد منهما وذلك ما اردناه (٢) .

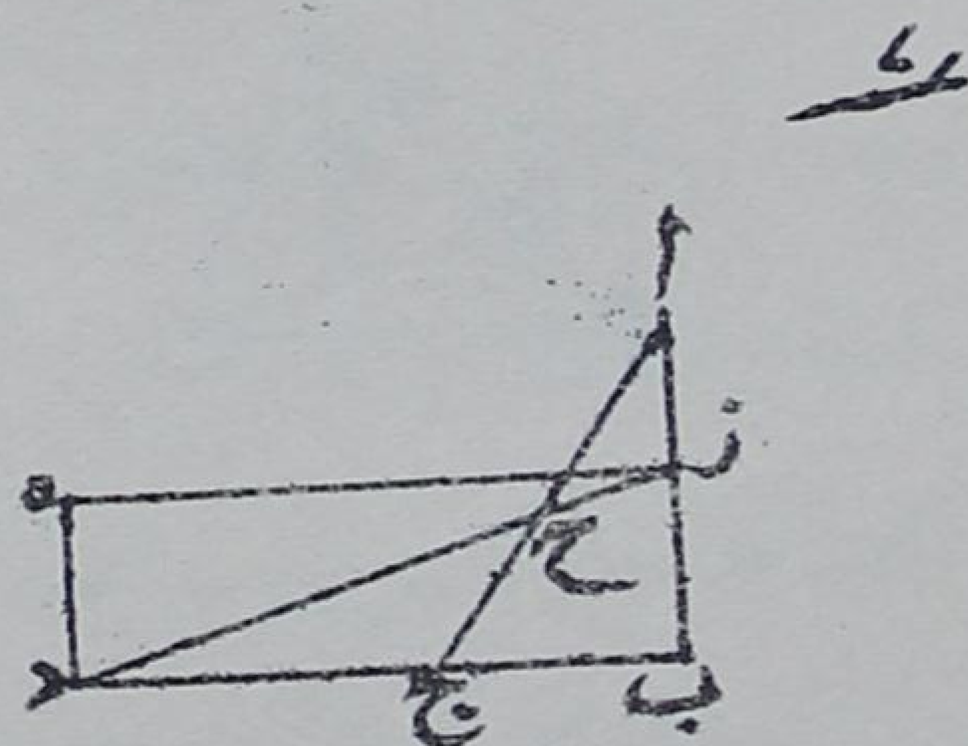
(ح) نريد ان نخرج من نقطة ـ ا ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ خطى ـ ا د ـ
د ج ـ على ان يكونا مساويين لخطى ـ ا ج ـ ج ب ـ فيكون ـ ج د ـ على
استقامة ـ ج ب ـ فلنخرج ـ ب ج ـ ونجعل ـ ج ه ـ مثل ـ ا ج ـ ج ب
ونصل ـ ا ه ـ ونعمل على ـ ا ـ منه زاوية مثل زاوية ـ ه ـ وهى زاوية
ـ ه ا د ـ فيكون لذلك ـ د ا ـ مساويا ـ لد ه ـ فجميع ـ ا د ـ د ج ـ مساو لجميع
ا ج ـ ج ب ـ وذلك ما اردناه (٣) .

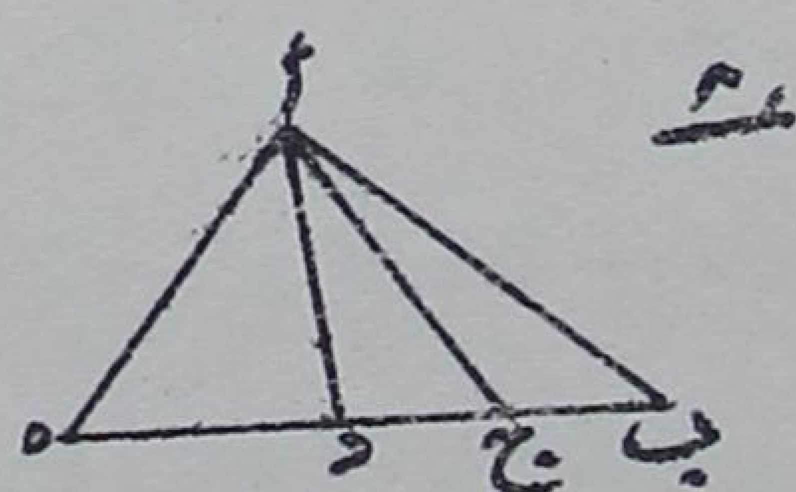
(ط) نريد ان نخرج فى مثلث ـ ا ب ج ـ خطين ينصف احدهما الآخر
ونفصل الآخر منه ثلاثة مثلا فلننصف ـ ا ب ـ على ـ د ـ ونفصل ـ ا ه ـ
ثلث ـ ا ج ـ ونخرج ـ د ز ـ موازيا ـ لا ج ـ و ـ ه ز ـ موازيا ـ لا ب
وليلتقيا على ـ ز ـ ونصل ـ ب ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ و ـ د ج ـ ونخرجه الى

---

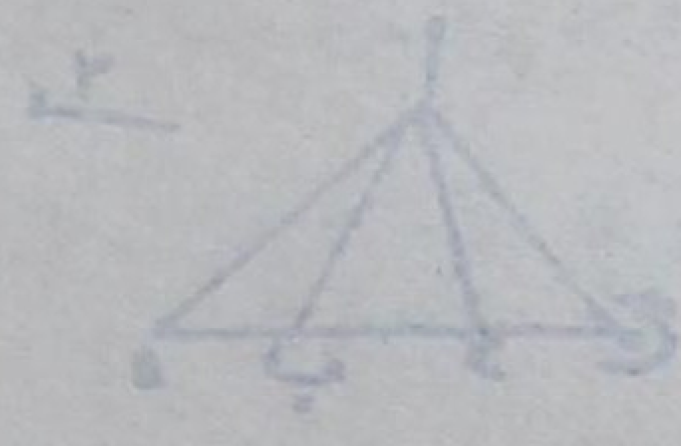
(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ (٢) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٣) الشكل الثامن ـ ٨ ـ
ط







المفهومات ص٢



ط ـ ب ـ مها ما اردناه .

وذلك لأن فى مثلث ـ ب اح ـ نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ه ا ـ الى ـ د ا ـ وفى مثلث ـ ح ا ط ـ نسبة ـ ح ط ـ الى ـ ط ز ـ كنسبة ـ ح ا ـ الى ـ ا د ـ فاذا قد نصف ـ ب ح ـ لج ط ـ و نصل من ح ط ـ ط ز ـ يليه ـ ب ح ـ وكذلك فى سائر النسب وذلك ما اردناه (١) .

(يد) نفرض مثلث ـ ا ب ج ـ ونخرج فيه ـ ا د ـ كيف كان ونريد ان نخرج فيه خطا مثل خط ـ ى ط ك ـ على ان يكون ـ ى ط ـ مثل خط ـ ه ـ ط ك ـ مثل خط ـ و ـ فلنخرج ـ على ان تكون نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ مثل نسبة ـ ه ـ الى ـ و ـ وذلك بان نقسم ـ ب ـ على تلك النسبة ونخرج من موضع القسمة خطا موازيا ـ لج ا ـ وليقع على نقطة ـ ز ـ من خط ـ ا د ـ ونصل ـ ب ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ فتكون نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ه ـ الى ـ و ـ وان كان ـ ب ح ـ اطول من ـ ه و ـ جميعا كانت المسئلة ممكنة والا فلا .

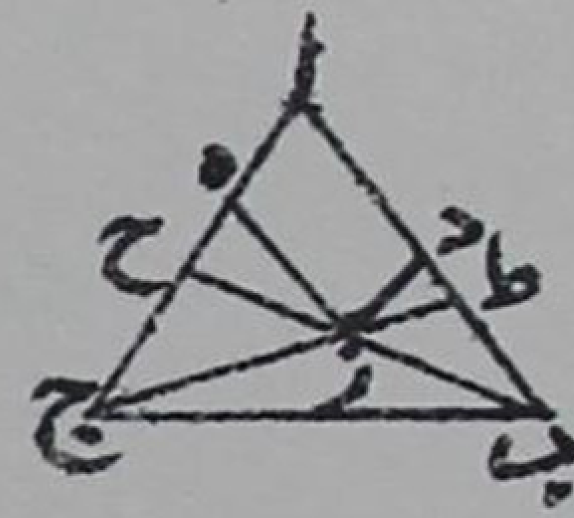
ثم نجعل ـ ب ز ـ الى ـ ه ـ كنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ط ـ ونخرج من ـ ط ـ خطا موازيا ـ لب ح ـ وهو ـ ى ط ك ـ فهو المراد وذلك لأن نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ى ط ـ كنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ط ـ وكانت نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ى ط ـ الى ـ ط ك ـ وكنسبة ـ ه ـ الى ـ و ـ و ـ ى ط ـ مثل ـ ه ـ و ـ ط ك ـ مثل ـ و ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(يه) نخرج فى دائرة ـ ا ب ج ـ وترا ـ كا ج ـ ونريد ان نخرج فى قوس ـ ا ج ـ خطين ـ ا د ـ د ج ـ على نسبة خطى ـ ه ز ـ ح ط ـ فنعمل على نقطة ـ ه ـ من ـ ه ز ـ زاوية مثل الزاوية التى تقع فى قطعة ا ج د ـ ونفصل ـ ه ك ـ مثل ـ ح ط ـ ونصل ـ ز ك ـ ونعمل على ـ ا ـ من خط ـ ا ج ـ زاوية ـ ج ا ط ـ مثل زاوية ـ ك ز ه ـ وعلى ـ ج ـ منه زاوية ـ ا ج د ـ

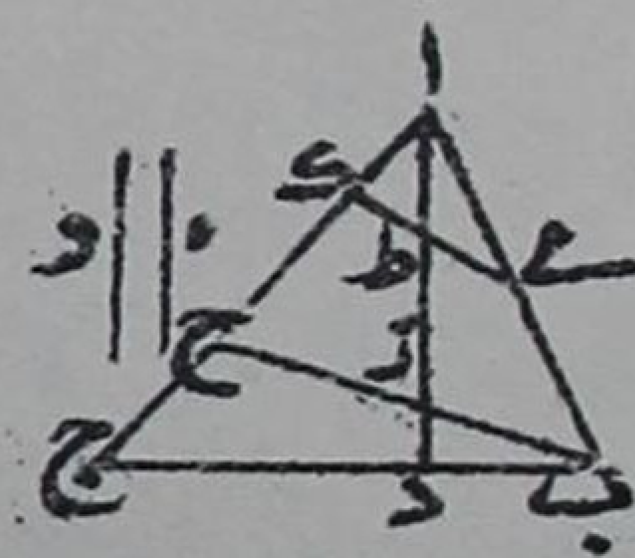
---

(١) الشكل التاسع ـ و (٢) الشكل العاشر ـ ١٠ .

ش٩



ش١٠



المفروضات ص٥

ط بب - فهما ما اردناه .

وذلك لأن فى مثلث - ب اح - نسبة - ب ح - الى - ز ح - كنسبة - ه ب ا - الى - د ا - وفى مثلث - ج اط - نسبة - ج ط - الى - ط ز كنسبة - ج ا - الى - ا ه - فاذا قد نصف - ب ح - لج ط - و فصل من ج ط - ط ز - يليه - بب ح - وكذلك فى سائر النسب وذلك ما اردناه (١) . ٥

(ى) نفرض مثلث - ا ب ج - ونخرج فيه - ا د - كيف كان ونريدان نخرج فيه خطا مثل خط - ى ط ك - على ان يكون - ى ط - مثل خط - ه - مثلا و - ط ك - مثل خط - و - فلنخرج - ب ح - على ان تكون نسبة - ب ز - الى - ز ح - مثل نسبة - ه - الى - و - وذلك بان نقسم - ب ا - على تلك النسبة ونخرج من موضع القسمة خطا موازيا - لج ا - وليقع ١٠ على نقطة - ز - من خط - ا د - ونصل - ب ز - ونخرجه الى - ح - فتكون نسبة - ب ز - الى - ز ح - كنسبة - ه - الى - و - فان كان - ب ح - اطول من - ه و - جميعا كانت المسئله ممكنة والا فلا .

ثم لنجعل - ب ز - الى - ه - كنسبة - ز ا - الى - اط - ونخرج من - ط - خطا موازيا - لب ح - وهو - ى ط ك - فهو المراد وذلك لأن ١٥ نسبة - ب ز - الى - ى ط - كنسبة - ز ا - الى - اط - وكانت نسبة - ب ز - الى - ز ح - كنسبة - ى ط - الى - ط ك - وكنسبة - ه - الى - و - و - ى ط - مثل - ه - و - ط ك - مثل - و - وذلك ما اردناه (٢) .

(يا) لنخرج فى دائرة - ا ب ج - وترما - كا ج - ونريدان نخرج فى قوس - ا د ج - خطى - ا د - د ج - على نسبة خطى - ه ز - ح ط - فنعمل ٢٠ على - ه - من - ه ز - زاوية مثل الزاوية التى تقع فى قطعة - ا ج د - ونفصل ه ك - مثل - ه ط - ونصل - ز ك - ونعمل على - ا - من خط - ا ج - زاوية - ج ا ط - مثل زاوية - ك ز ه - وعلى - ج - منه زاوية - ا ج د -

---

(١) الشكل التاسع - ٩ (٢) الشكل العاشر - ١٠ .

مثل زاوية - ز ك ه - فيجب ان يتلاقى الخطان على مثل - د - من المحيط
والا فليتلاقيا على مثل - ل - اما خارجا واما داخلا ولنقطع - ا ل - المحيط
على - م - ونصل - ج ل - ج م - فمثلثا - ا ل ج - ز ه ك - متشابهان وزاوية
ا ل ج - مثل زاوية - ه - اعنى زاوية - ا م ج - فزاويتا - ا ل ج - ا م ج -
٥ الداخلة والخارجة متساويتان هذا خلف وعند تلاقيهما على - ه - اعنى المحيط
وكون المثلثين متشابهين يجب ان تكون نسبة - ا د - الى - د ج - كنسبة - ه
ز - الى - ه ك - اعنى نسبة - ه ز - الى - ح ط - وذلك ما اردناه (١) .

(يب) قطر - ا ب - فى دائرة - ا ب ج - ونقطة - ج - على محيطها
مفروضان ونريد ان نخرج من نقطة - ج - وترا يقطعه القطر على نسبة - د
١٠ ه - فلنصل - ج ب - ونخرجه ونجعل نسبة - ج ب - الى - ب ز - كنسبة
د - الى - ه - ونخرج من - ز - خطا يوازى - ب ا - فان لم تلق الدائرة
كانت المسئلة غير ممكنة واذ لقيها فليلقها على - ح - ونصل - ج ح - وهو
المطلوب وليقطع - ا ب - ج ح - على - ط - فلان نسبة - ج ب - الى - ب
ز - كنسبة - د - الى - ه - تكون نسبة - ج ط - الى - ط ح - ايضا
١٥ كذلك وذلك ما اردناه (٢) .

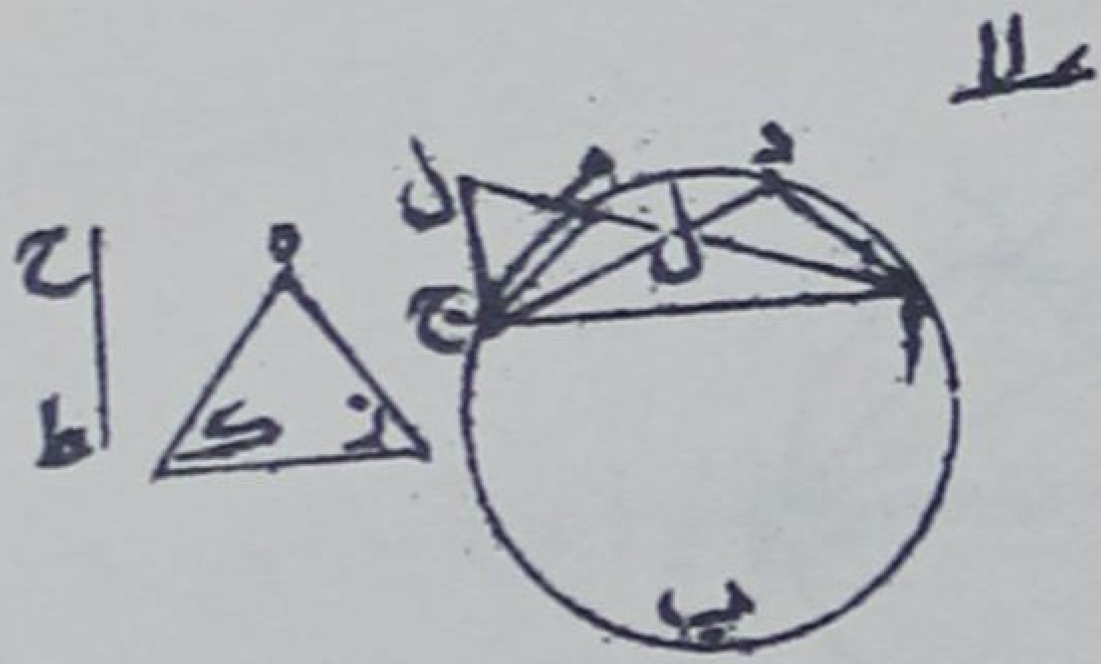
(يج) خط - ا ب - قسم على - ج - وفصل من - ا ج - الاطول مثل
ب ج - الاقصر وهو - ج د - ففصل - ا د - نقول فسطح - ا ب - فى -
ا د - يساوى مربع - ا د - وسطح - ا د - فى - د ج - مرتين وذلك لان
سطح - ا ب - فى - ا د - تساوى سطوح اقسام - ا د - د ج - ج ب - فى -
٢٠ ا د - وهى مربع - ا د - وسطح - ا د - فى - د ج - مرتين وذلك ما اردناه (٣) .

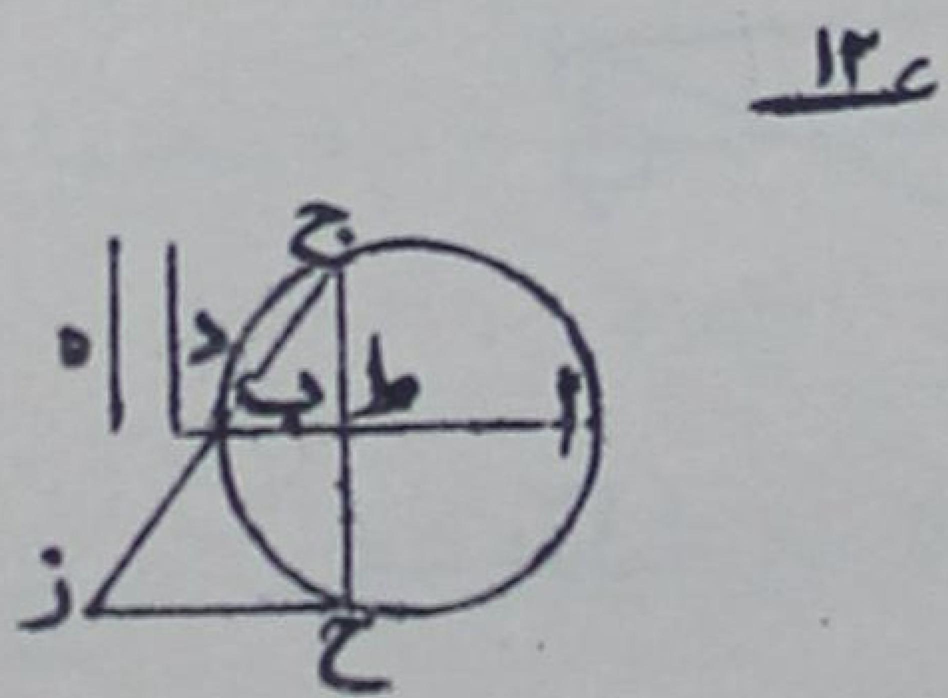
اقول وقد تبين من ذلك انه اذا قسم خط كخط - ا ب - مثلا على - ج
كان الفصل بين مربع القسمين مساويا لسطح جميع الخط فى الفصل بين القسمين
وانه اذا كان اثنان من هذه الثلاثة معلومين كان الآخر ايضا معلوما .

---

(١) الشكل الحادى عشر - ١١ (٢) الشكل الثانى عشر - ١٢ (٣) الشكل الثالث عشر - ١٣ .

يب





ع١٣

ب ج د ا

(يد) [illegible] قطر ـ ا ب ـ في دائرة ـ ا ب ج ـ ووتر ـ ج د ـ بمقدر وضعهما وأخرج من ـ ا ـ خط ـ ا ه ـ مماسا للدائرة وأخرج خطا ـ ب ج ـ ب د ـ الى أن تلتقى ه ـ ز ـ فأقول فلذا ـ ب ج ه ـ ب ز ه ـ متشابهان فنصل ـ د ا ـ فلتكون كل واحدة من زاويتى ـ ب ا د ـ د ج ه ـ مع زاوية ـ ب ج د ـ كقائمتين تكون زاوية ـ ب ا د ـ مساوية لزاوية ـ د ج ه ـ ولكن زاوية ـ ب [illegible] مشتركة وزاويتا ـ ب ا ز ـ ب د ا ـ قائمتين تبقى [illegible] مساوية لزاوية ـ ب [illegible] ـ ب ز ا ـ مساوية [illegible] زاوية ـ ب [illegible] لزاوية ـ ب ز ه ـ [illegible] ب ج ه ـ ب ز ه ـ زاويتا [illegible] ـ ب ز ه ـ متساويتين [illegible] فاذا المثلثان متشابهان (١).

[illegible] ونصل ـ ا ج ـ فلأن في مثلثي ـ ا ب ج ـ ه ب ا ـ [illegible] مشتركة وزاويتي ـ ا ج ب ـ ه ا ب ـ قائمتان تبقى زاوية [illegible] ـ ب ه ا ـ ولكن زاوية ـ ب ج [illegible] مثل زاوية [illegible] ـ ب د ج ـ [illegible] د ـ ه ـ متساويتان [illegible] مشتركة فهما متشابهان وذلك ما أردناه.

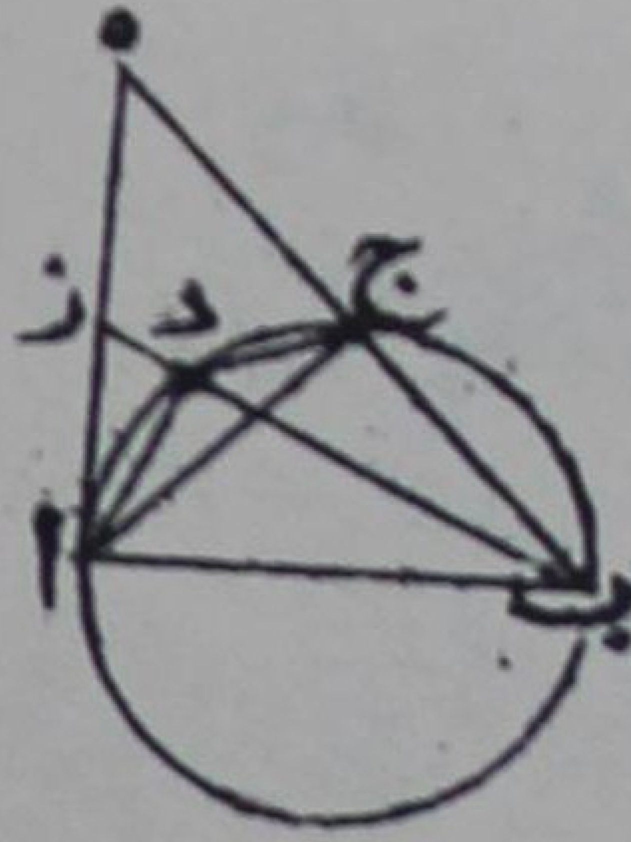
[illegible] ج د ـ عمود [illegible] خرجا من طرفي خط ـ ب ج ـ في [illegible] معلوم ووصل ـ ا [illegible] معلوم ولنخرج ـ ا ه ـ [illegible] ج ه ـ الى ان يلقاه على ـ ه ـ و ـ ه ج ـ اعنى [illegible] معلوم و ـ ا ه ـ اعنى ـ ب ج ـ معلوم والزاوية [illegible] معلوم وذلك ما اردناه (٢).

[illegible] قائم الزاوية متساوى الساقين فان كانت قاعدة [illegible] واحد من الساقين معلوم وبالعكس وذلك

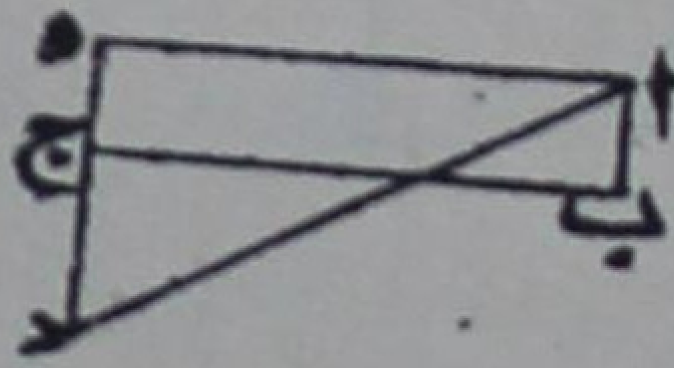
---

(١) [illegible] (٢) الشكل الخامس عشر [illegible] (٣) الشكل

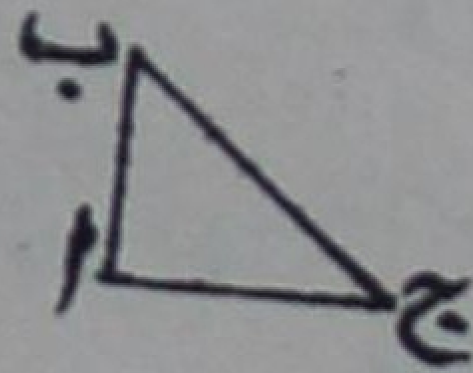
١٤



١٥



١٦



المفروضات ص٧

(يد) قطر - اب - فى دائرة - اب ج - ووتر - ج د - مفروضان واخرج من ا - خط - ا ه - مماسا للدائرة واخرج خطا - ب ج - ب د - الى نقطتى ه - ز - نقول فمثلثا - ب ج د - ب ز ه - متشابهان فلنصل - د ا - فلكون كل واحدة من زاويتى - ب ا د - د ج ه - مع زاوية - ب ج د - كقائمتين تكون زاوية - ب ا د - مساوية لزاوية - د ج ه - ولكون زاوية - ب فى مثلثى - ا ب د - ز ب ا - مشتركة وزاويتى - ب ا ز - ب د ا - قائمتين تبقى زاوية - ب ا د - مساوية لزاوية - ب ز ا - فزاوية - ب ز ا - مساوية لزاوية - د ج ه - وتبقى زاوية - ب ج د - مساوية لزاوية - ب ز ه - وتصير فى مثلثى - ب ج د - ب ز ه - زاويتا - ب ج د - ب ز ه - مساويتين وزاويتا - ب - واحدة فاذا المثلثان متشابهان (١) .

وبوجه آخر نصل - ا ج - فلأن فى مثلثى - ا ب ج - ه ب ا - زاوية - ب - مشتركة وزاويتى - ا ج ب - ه ا ب - قائمتان تبقى زاوية - ب ا ج - مثل زاوية - ب ه ا - ولكن زاوية - ب ا ج - مثل زاوية ب د ج - فاذا فى مثلثى - ب د ج - ب ه ز - زاويتا - د - ه - متساويتان وزاوية - ب - مشتركة فهما متشابهان وذلك ما اردناه .

(يه) خطا - ا ب - ج د - عمودان خرجا من طرفى خط - ب ج - فى الجهتين وجميعها معلوم ووصل - ا د - فهو ايضا معلوم ولنخرج - ا ه - موازيا - لب ج - و - ج د - الى ان يلقاه على - ه - و - ه ج - اعنى ا ب - معلوم بجميع - ه د - معلوم و - ا ه - اعنى - ب ج - معلوم وزاوية - ه - قائمة - فا د - معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(يو) مثلث - ا ب ج - قائم الزاوية متساوى الساقين فان كانت قاعدة - ب ج - معلومة فكل واحد من الساقين معلوم وبالعكس وذلك ما اردناه (٣) .

---

(١) الشكل الرابع عشر - ١٤ (٢) الشكل الخامس عشر - ١٥ (٣) الشكل السادس عشر - ١٦ -

(يز) مثلث - ا ب ج - زاوية - ا - منه قائمة وزاوية - ج - ثلث قائمة فان كان ضلع منه معلوما كان باقى الاضلاع معلوما فليكن اولا - ب ج - معلوما ونعمل على - ا - زاوية - ب ا د - ايضا ثلثى قائمة فتكون زاوية - ا د ب - ايضا ثلثى قائمة ويكون مثلث - ا ب د - متساوى الاضلاع وتبقى زاوية - ج ا د ثلث قائمة يكون - ب - ثلثى قائمة مثل زاوية - ج - ويكون - ا د - د ج - ايضا متساويين - فد ج - د ب - متساويان و - ا ب - لكونه مثل كل واحد منهما معلوم - فاج - معلوم ثم ليكن - ا ب - معلوما فيكون - ج ب - ضعفه ويصير منهما - ا ج - معلوما وايضا ليكن - ا ج - معلوما فليكون مربع - ب ج - اعنى اربعة امثال مربع - ا ب - مساويا لمربعى - ا ب - اج - يكون مربع - ا ج - المعلوم ثلاثة امثال مربع - ا ب - فا ب - معلوم وكذلك - ب ج - وذلك ما اردناه (١).

(يح) خط - ب ج - خرج من احد طرفيه - ب ا - على نصف قائمة - و - ج ح - من الطرف الآخر على قائمة والثلاثة معلومة ووصل - ا ح - فهو معلوم ولنخرج - ا ح - عمودا على - ب ج - فيكون مثلث - ا ب ه - قائم الزاوية متساوى الساقين ولذلك يكون - ب ه - معلوما ويبقى - ه ج - معلوما - و - د ا ه - ايضا يكون معلوما - فا ح - معلوم وايضا ان كانت خروج - ب ا - على ثلث قائمة او ثلثى قائمة يكون لمثل ما مر - ا ه - ه ج - معلومين - فا ح - معلوم وذلك ما اردناه (٢).

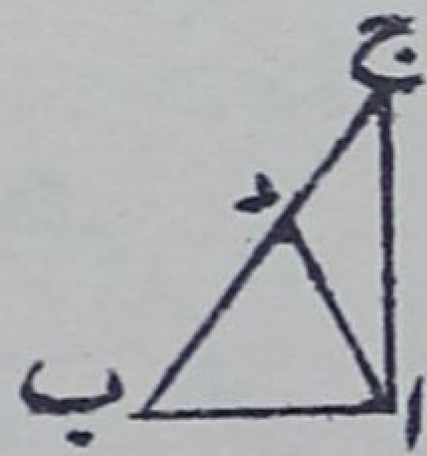
(يط) ذو اربعة اضلاع - ا ب - ج د - اضلاعه وقطره الذى عليه - ا ج معلوم فقطره الآخر معلوم ولنخرج من نقطتى - ب - د - عمودى - ب ه - د ز - على - ا ج - فلكون مثلث - ا ب ج - معلوم الاضلاع يكون عمود ب ه - مسقط حجر - ج ه - او - ه ا - معلومين ويكون مثلث - اج د - ايضا معلوم الاضلاع يكون عمود - د ز - وخط - ا ز - معلومين ويبقى من - ا ه -

---

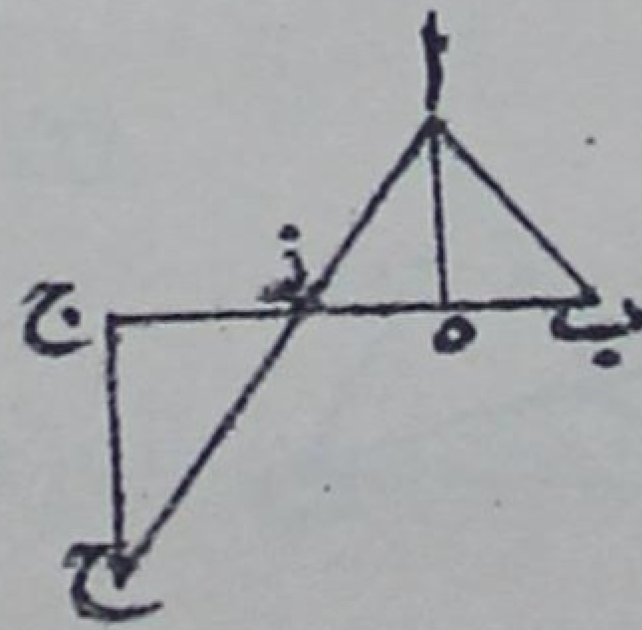
(١) الشكل السابع عشر ١٧ - (٢) الشكل الثامن عشر ١٨ -

المعلوم

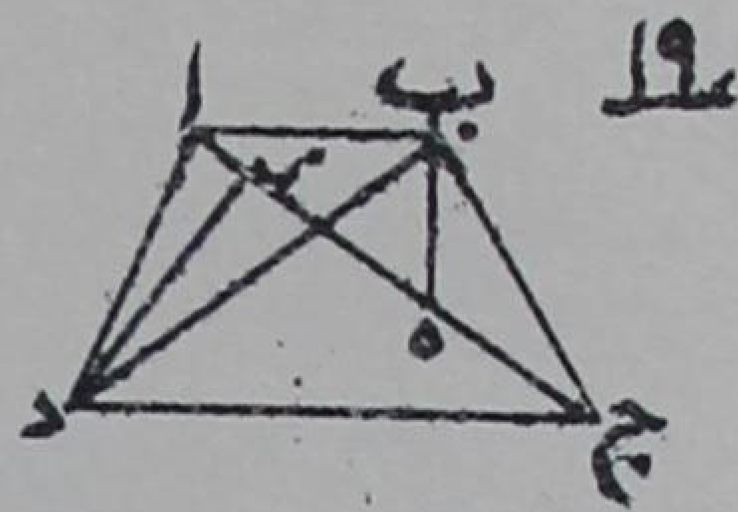
ش ١٧

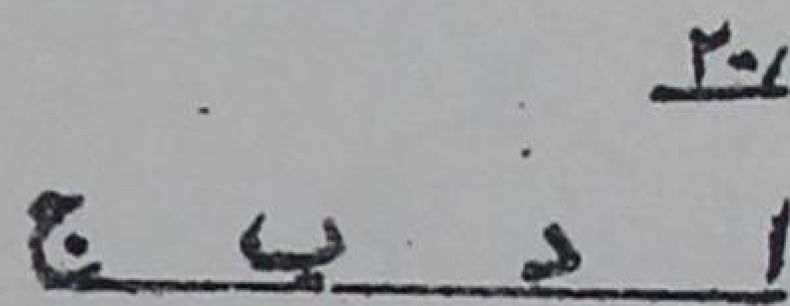


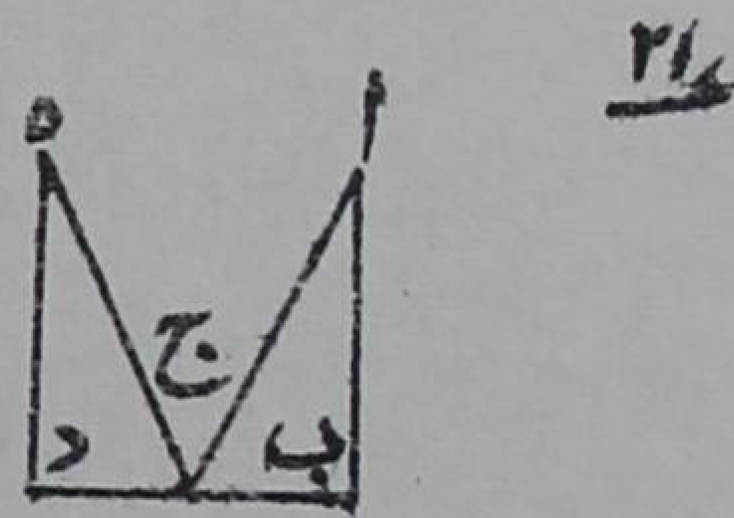
ش ١٨

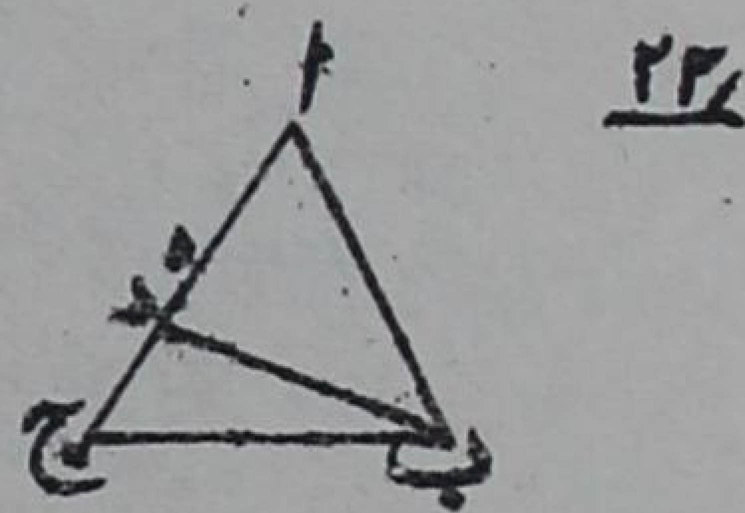


المفروضات ص٨









المفروضات ص٩

المعلوم - ه ز - معلوما ولكون - ب ه - ه ز - ز د - جميعا معلومة يكون قطر - ب د - معلوما وذلك ما اردناه (١) .

(ك) خط - ا ب - معلوم وزيد فيه - ب ج - وكان سطح - ا ج - فى - ج ب - معلوما فكل واحد من - ا ج - و - ج ب - معلوم ولننصف ا ب - على - د - فلأن سطح - ا ج - فى - ج ب - ومربع - ب د - معلومين ٥ يكون مربع - د ج - بل - د ج - معلوما - و د ب - معلوم - فب ج - معلوم وكان - ا ب - معلوما - فا ج - ايضا معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(كا) ا ب - ه د - عمودان على - ب د - والثلاثة معلومة - وا ج - ج ه - متساويان فهما ايضا معلومان فلأن مربعى - ا ب - ب ج - مثل مربعى - ه د - ج د - يكون الفضل بين مربعى - ه د - و - ا ب - المعلوم - ١٠ كالفضل بين مربعى - ب ج - و - ج د - فهو معلوم وخط - ب د - المعلوم قسم على - ج وكان فضل مربع احد القسمين على الآخر معلوما فكل واحد من - ب ج - ج د - معلوم فكل واحد من - ا ج - ج ه - معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(كب) مثلث - ا ب ج - متساوى الساقين وتكسيره معلوم وساقاه وهما ١٥ ا ب - ا ج - معلومان فقاعدته معلومة ونخرج من - ب - عمود - ب د - وننصف (ا ج - ٤) على - ه - فلأن فى مثلث - ا ب ج - التكسير ونصف القاعدة معلومان يكون عمود - ب د - معلوما - و ب ا - معلوم - فد ا - معلوم ويبقى - د ج - معلوما - وكان - ب د - معلوما فاذا - ب ج - معلوم وذلك ما اردناه (٥) . ٢٠

(كج) ساقا - ا ب - ا ج - من مثلث - ا ب ج - متساويان وزاوية - ا ثلث قائمة والتكسير معلوم فالاضلاع معلومة ولنخرج عمود - ج د - على

---

(١) الشكل التاسع عشر - ١٩ - (٢) الشكل العشرون - ٢٠ - (٣) الشكل الحادى والعشرون - ٢١ - (٤) من ر - (٥) الشكل الثانى والعشر - ٢٢ -

اب - وننصف - اب - على - ه - فجد - فى - ب ه - معلوم - و - ج د
نصف - اج - فاج - فى - اب - اعنى مربع - اب - معلوم - فاب -
معلوم - فاج - معلوم وضعفه - ج د - معلوم - فاد - معلوم ويبقى - دب
معلوما - فجب - معلوم وذلك ما اردناه (١) .

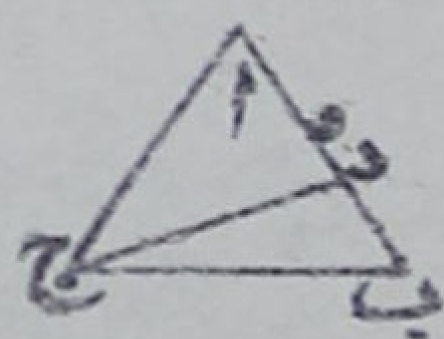
(كد) مثلث - ادج - قائم الزاوية معلوم الاضلاع وقد عمل على - ا
من خط - اج - زاوية - ج اب - مثل زاوية - اج د - واخرج - دج
الى ان يلقى - اب - على - ب - فكل واحد من - د ب - اب - معلوم
ولنخرج من - ب - عمود - ب ز - على - اج - فهو ينصف - اج - على
ز - و - من - د - عمود - د ه - على - اج - فنسبة - ب ز - الى - ز ج -
كنسبة - د ه - الى - ه ج - وكل واحد من - زج - د ه - ه ج - معلوم
فب ز - معلوم - و - زا - معلوم - فب ا - معلوم - و - ب ج - مثله و - ج
د - معلوم - فب د - الباقى معلوم فكل واحد من - د ب - اب - معلوم
وذلك ما اردناه (٢) .

(كه) مثلث - اب د - معلوم الاضلاع وعمل على - دا - زاوية - داج
مثل زاوية - داب - واخرج - ب د - الى ان يلقى - اج - على - ج -
فكل واحد من - ج ا - ج د - معلوم - ونخرج عمود - ب ز - على - اد -
فلآن زاوية - ج اه - مساوية لمبادلتها وهى زاوية - اه ب - وكانت
مساوية لزاوية - ه اب - فزاويتا - ب ه ا - ب اه - بل ضلعا - ب ا - ب
ه - متساويان ومثلث - اب د - معلوم فعمود - ب د - ومسقط حجر
از - معلومان ولكون - ب ه - ب ز - معلومين يكون - ز ه - ثم - د
ه - معلوما فاضلاع مثلث - د ه ب - معلومة وهو شبيه لمثلث - اد ج -
وضلع - اد - معلوم فضلعا - ج ا - ج د - الباقيان معلومان وذلك
ما اردناه (٣) .

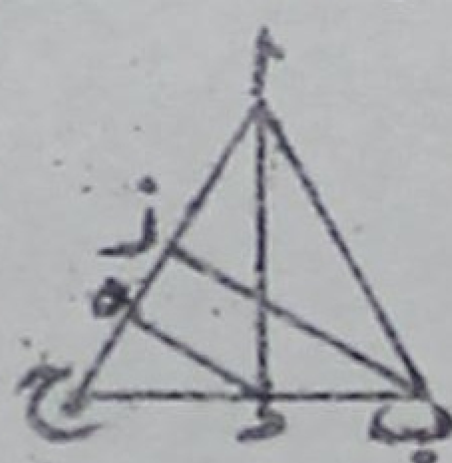
---

(١) الشكل الثالث والعشرون - ٢٣ - (٢) الشكل الرابع والعشرن - ٢٤ - (كو)
(٣) الشكل الخامس والعشرون - ٢٥ - .

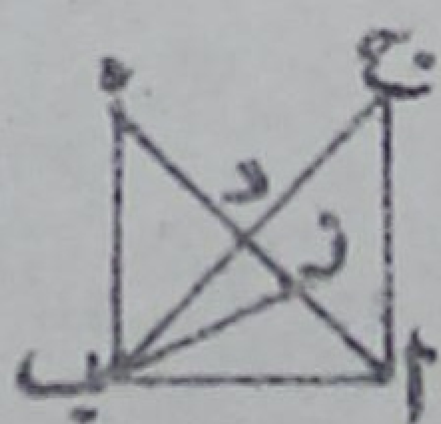
٢٣

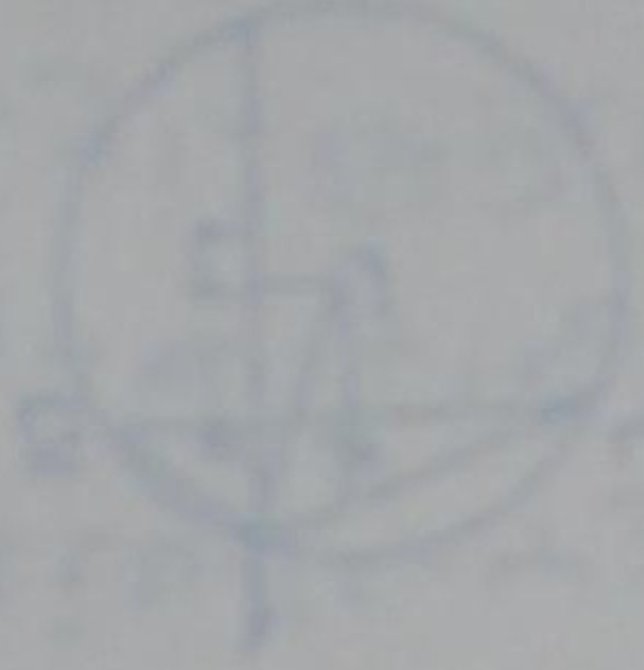


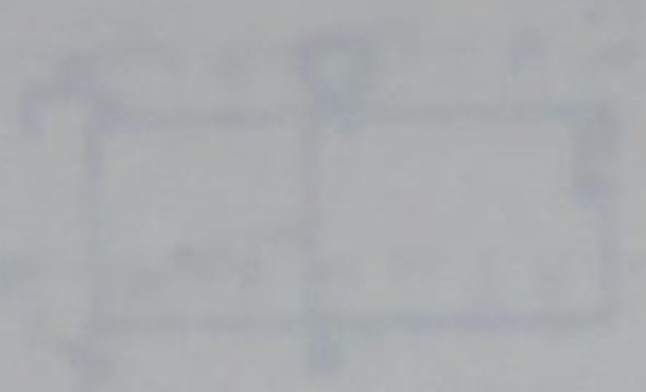
٢٤



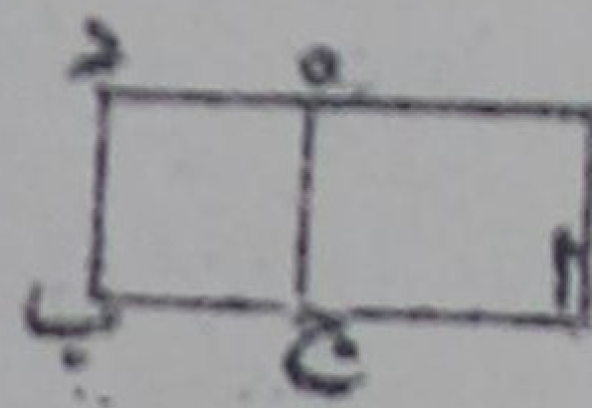
٢٥



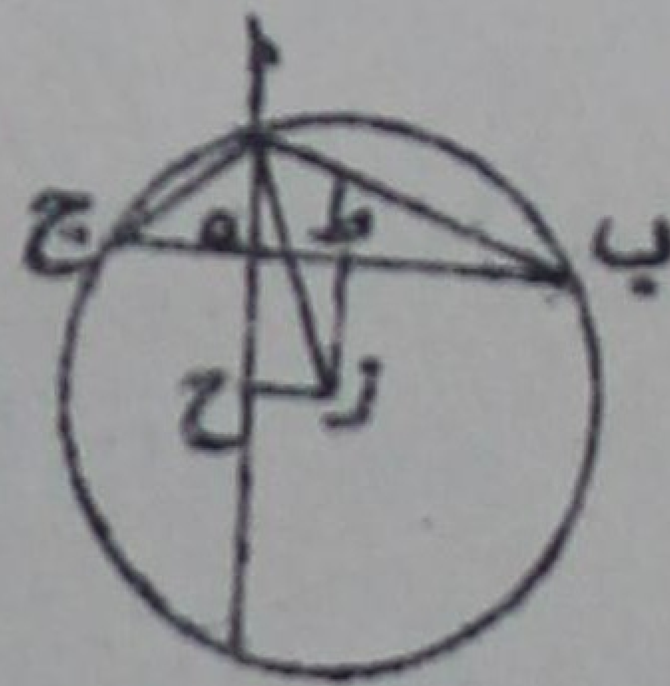




٢٦



٢٧



المفروضات ص١١

(كو) خط - اب - قسم على - ج - وكان سطح - اج - فى - ج ب -
ونسبة - اج - الى - ج ب - معلومين فالقسمان معلومان والخط معلوم فلنعمل
على - ج ب - مربع - ج د - ونتمم سطح - اه - فنسبة - اج - الى - ج ب
بل نسبة سطح - اه - الى مربع - ج د - معلومة و سطح - اج - فى
ج ب - الذى هو سطح - اه - معلوم فمربع - ج د - بل خط - ج ب ٥
معلوم ولكون نسبة - اج - الى - ج ب - وخط - ج ب - معلومين يكون
اج - ايضا معلوما فجميع - اب - ايضا معلوم وذلك ما اردناه (١).

(كز) دائرة - اب ج - فيها مثلث - اب ج - معلوم الاضلاع فقطرها
معلوم فنخرج عمود - اه - والى - د - من المحيط فعمود - اه - معلوم
وكذلك مسقط الحجر وهو - ب ه او - ه ج - وسطح - ب ه - فى - ه ج - اعنى ١٠
سطح - اه - فى - ه د - فه د - معلوم و - اد - معلوم وليكن المركز - ز - ويصل - زا
ونخرج من - ز - عمودى - زح - زط - فما ينصفان وترى - اد - ب ج - فاح
معلوم وايضا - ب ط - معلوم و - ب ه - معلوم - فط ه - اعنى - زح
معلوم ولكون - زح - ح ا - معلومين وزاوية - زح ا - قائمة يكون نصف
قطر - زا - معلوما فقطر الدائرة معلوم وذلك ما اردناه (٢). ١٥

(كح) دائرة - اب ج د - فيها وترا - اب - ج د - متوازيان غير
معلومين ويوصل بين اطرافهما - اج - ب د - فقسم احدهما وهو - اج -
مثلا الآخر بقسمين معلومين وهما - ب ه - ه ز - واحدثا مثلثين معلومى
التكسير فالوتران والقطر معلومة وذلك ان زاويتى - ب اج - ب د ج - متساويتان
لكونهما على قوس - ب ج - ومبادلتا - ب اج - اج د - متساويتان فزاويتا ٢٠
- ه د ج - ه ج د - بل ضلعا - ه د - ه ج - متساويان وكذلك ضلعا - ه ا - ه ب
فمثلث - ج ه د - متساوى الساقين وساقاه معلومان والتكسير معلوم فقاعدة - ج د
معلومة وكذلك - اب - معلوم ونصل - اد - ونخرج عمود - اد - فمثلث - اه ب

---

(١) الشكل السادس والعشرون - ٢٦ (٢) الشكل السابع والعشرون - ٢٧ -.

معلوم وعموده ـ معلوم وهو ـ از ـ ومسقط حجره وهو ـ ه ز ـ معلوم
وجميع ـ اب ـ معلوم ويبقى ـ زد ـ معلوما ـ فذا معلوم ولكون اضلاع
مثلث ـ اب د ـ معلومة وهوفى دائرة ـ اب ج د ـ فقطرها معلوم وقد
صار الوتران ايضا قبله معلومين وذلك ما اردناه (١) .

٥ (كط) دائرة ـ ب د ج ـ قطرها ـ ب ج ـ وهو معلوم واخرج ـ ب ا
مماسا لها وهو معلوم ولتكن القطعة معلومة على ـ ب ج ـ وهى ـ ح ـ واخرج
اح ـ فكل واحد من ـ اح ـ اط ـ ط ح ـ معلوم اما كون ـ اح ـ معلوما
فلأن اب ـ ب ح ـ معلومان وزاوية ـ ب ـ قائمة واما كون ـ اط ـ
ط ح ـ معلومين فليكن لبيانه ـ ه ـ المركز ونصل ـ اه ـ ويكون معلوما
١٠ لكون ـ اب ـ ب ه ـ معلومين وزاوية ـ ب ـ قائمة ولكون ـ ب ه ـ ب ح
معلومين يكون ـ ه ح ـ معلوما فمثلث ـ اه ح ـ معلوم الاضلاع ونخرج
من ـ ه ـ عمود ـ ه ز ـ على ـ اح ـ فيقع خارجا لكون زاوية ـ اح ه ـ
منفرجة ويكون معلوما و ـ ح ز ـ مسقط الحجر معلوما ونصل ـ ه ط ـ وهو نصف
القطر فيكون معلوما ومن كون ـ ه ز ـ ه ط ـ معلومين يكون ـ زط ـ
١٥ معلوما وكان ـ زح ـ معلوما يبقى ـ ح ط ـ معلوما وكان ـ ح ا ـ معلوما
يبقى ـ ط ا ـ معلوما وذلك ما اردناه (٢) .

(ل) دائرة ـ اب ج ـ قطرها ـ اب ـ وليكن عليه نقطتا ـ ه د ـ و ـ ده
معلوما ولنخرج منهما عمودا ـ د ز ـ ه ح ـ فكانا معلومين نقول فالقطر معلوم
وليكن المركز ـ ط ـ ونصل ـ زط ـ ط ح ـ فهما متساويان لكونهما نصفى
٢٠ قطرين ولكونهما متساويين ولكون كل واحد من ـ زد ـ ده ـ ه ح ـ
معلوما يكونان معلومين فالقطر معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

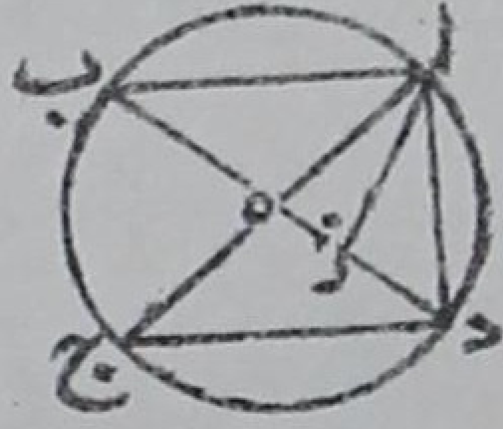
(لا) مثلث ـ اب ج ـ قائم الزاوية والقائمة ـ ب ـ وضلع ـ ب ج
منه معلوم وضلعا ـ اب ـ اج ـ معا معلومان نقول فهما مفردان معلومان

---

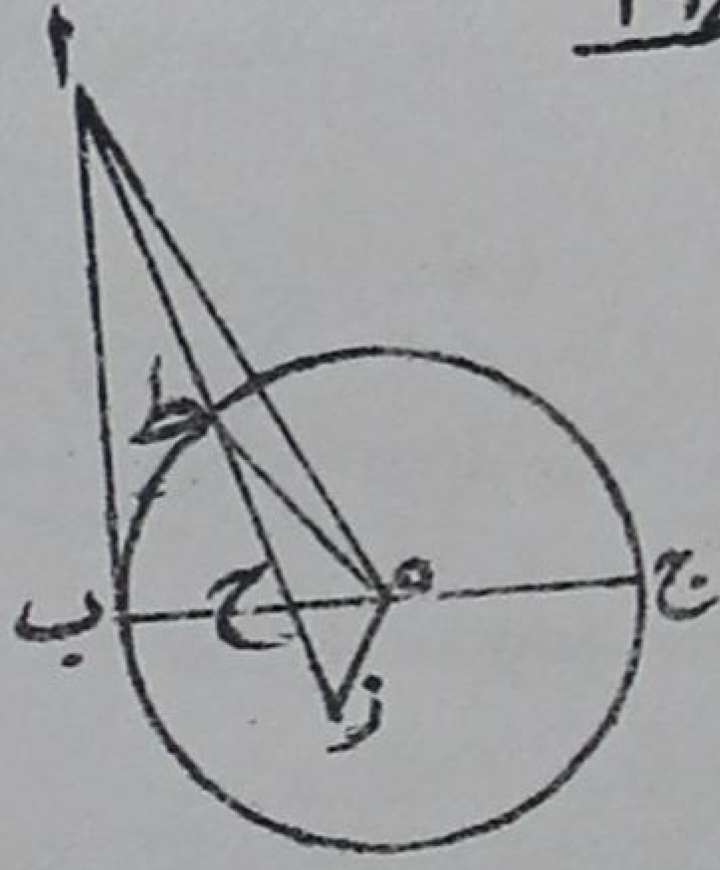
(١) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ (٢) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ فلنرسم

(٣) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ ـ .

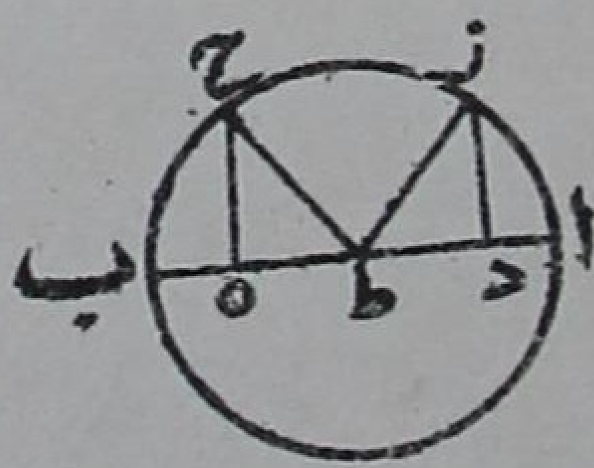
۲۸



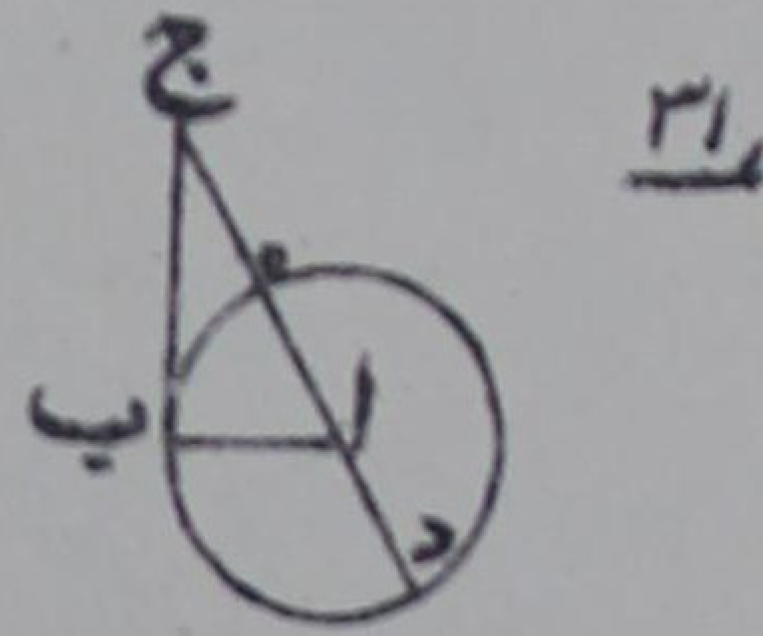
۲۹

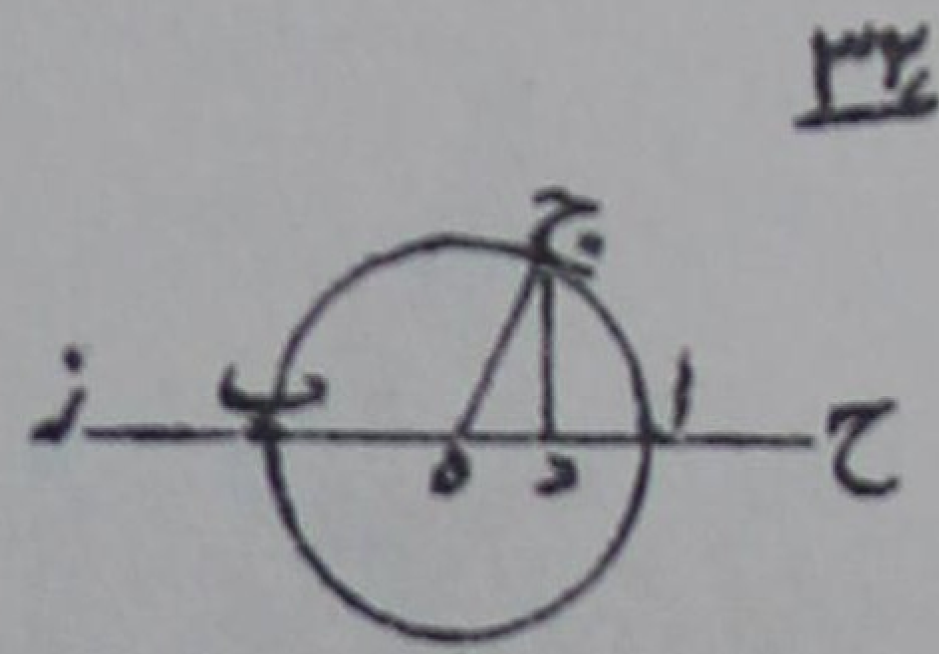


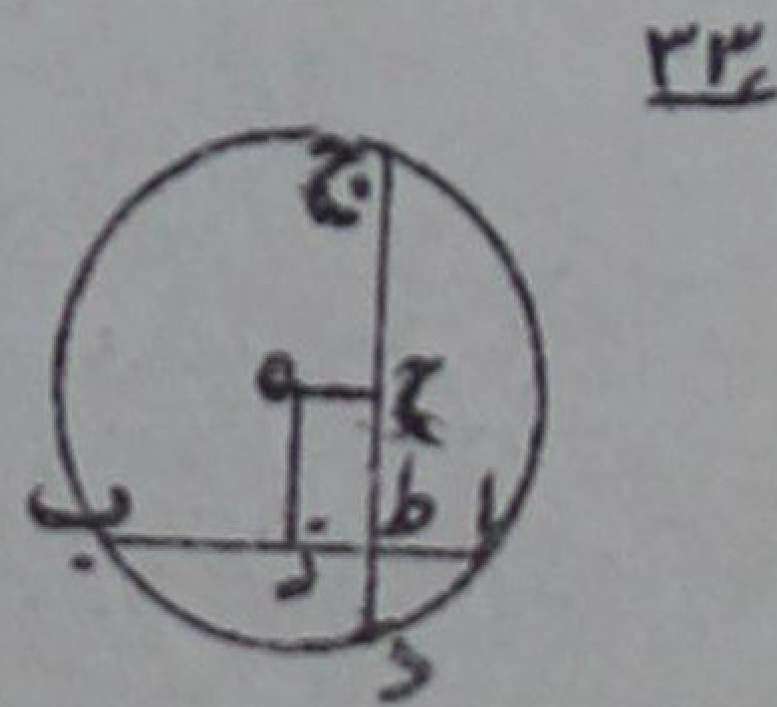
۳۰



المفروضات ص۱۲







المفروضات ص١٣

فلنرسم على مركز - ا - وببعد - اب - دائرة - ب ه د - ونخرج - ج ا -
الى - د - فج د - اعنى - ج ا - اب - معامعلوم وسطح - دج - فى - ج ه
المساوى لمربع - ج ب - المعلوم معلوم - فج ه - معلوم ويبقى - د ه - معلوما
ونصفه - ا ه - اعنى - اب - معلوم و - ا د - ايضا معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(لب) دائرة - اب ج - قطرها - اب - وليقم عمود - د ج - عليه
وليكن - ا د - د ج - معا معلومين وكذلك - ب د - د ج - معا نقول
فالقطر معلوم ونخرج - اب - من الجانبين - ونجعل كل واحد من - ب
ز - ا ح - مثل - د ج - فيكون - ح د - د ز - معلومين وجميع - ح ز
بل نصفه معلوما - ولننصفه على - ه - فهى المركز ويبقى - د ه - معلوما
ولكون - ده - د ج - معلومين يكون - ج ه - نصف القطر معلوما فالقطر
معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(لج) وترا - اب - ج د - فى دائرة - اب ج - المعلومة القطر تقاطعا
عند - ط - على قوائم وكان - اب - معلوما ونسبة - ج ط - الى - ط
د - معلومة نقول - فج د - معلوم فليكن - ه - المركز ونخرج منه عمودى
ه ز - ه ح - على الوترين فلكون - ا ز - ونصف القطر معلومين فلكون -
ا ز - ونصف القطر معلومين يكون - ه ز - اعنى - ح ط - معلوما وكانت
نسبة - ج ط - الى - ط د - معلومة فبالتركيب نسبة - ج د - الى - د ط
معلومة ونسبة نصف - ج د - وهو - ح د - الى - د ط - معلومة وبالتفصيل
نسبة - ح ط - الى - ط د - معلومة وكان - ح ط - معلوما - فط د -
معلوم ونسبة - ج ط - اليه معلومة - فج ط - ايضا معلوم وجميع - ج د -
معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(لد) دائرة - اب ج - قطرها - اب - وقد قام عليه عمود - ه ج
وكان - ا ه - وفضل - ب ه - على - ج ه - معلومين نقول فالقطر معلوم

---

(١) الشكل الحادى والثلاثون - ٣١ (٢) الشكل الثانى والثلاثون - ٣٢
(٣) الشكل الثالث والثلاثون - ٣٣ .

فنفصل من – ه ب – ه ح – مثل – ه ج – يبقى – ب ح – وهو معلوم
ونفصل من – ه ح – ه ز – مثل – ه ا – المعلوم فنسبة – ب ه – الى – ه ح –
كنسبة – ه ح – الى – ه ز – وبالتفصيل نسبة – ب ح – الى – ح ه – كنسبة
– ح ز – الى – ز ه – وب ح – فى – ه ز – المعلومين – كح ه – فى – ح ز
٥ – فه ح – فى – ح ز – معلوم وكان – ه ز – معلوما فكل واحد من – ه ح –
– ح ز – معلوم وكان – ا ه – ح ب – معلومين بجميع – ا ب – القطر معلوم
وذلك ما اردناه (١).

(له) وتر – ا ب – فى دائرة – ا ب ج د – المعلوم القطر معلوم وعمل
على – ا – زاوية – ج ا ب – ثلثى قائمة واخرج – ب ج – فكل واحد من
١٠ – ب ج – ج ا – معلوم وذلك لأنه لما كانت زاوية – ب ا ج – ثلثى قائمة
يكون – ب ج – وتر الثلث ولكون القطر معلوما يكون – ب ج – معلوما
ونخرج عمود – ب ه – فلكون زاوية – ب ا ه – ثلثى قائمة يكون زاوية
ا ب ه – ثلث قائمة – و – ا ب – معلوم – فب ه – معلوم – و – ا ه – معلوم ولكون
ب ج – ب ه – معلومين يكون – ج ه – معلوما وجميع – ا ج – معلوم فكل
١٥ واحد من – ب ج – ج ا – معلوم وذلك ما اردناه (٢).

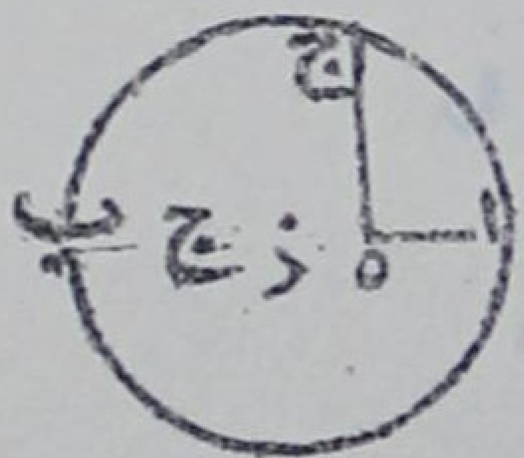
(لو) وتر – ب د – فى دائرة – ا ب ج د – معلوم وليقطعه قطر – ا ج – عند
ه – على قوائم وكان فضل – ا ه – على – ه ج – معلوما نقول فالقطر معلوم
والقسمان معلومان فلنفصل من – ه ا – ه ز – مثل – ه ج – ولأن – ا ه – فى
ه ج – اعنى – ا ه – فى – ه ز – مثل مربع – ب ه – المعلوم يكون – ا ه –
٢٠ فى – ه ز – معلوما وكان – ا ز – معلوما فكل واحد من – ا ه – ه ز –
اعنى – ه ج – معلوم وجميع – ا ج – معلوم وذلك ما اردناه (٣).

تم المفروضات – فرغ المصنف رحمه الله منه فى – ز د ح – – خنج – والكاتب
نسخه يوم الاثنين والعشرين من الشهر المذكور حامدا ومصليا.

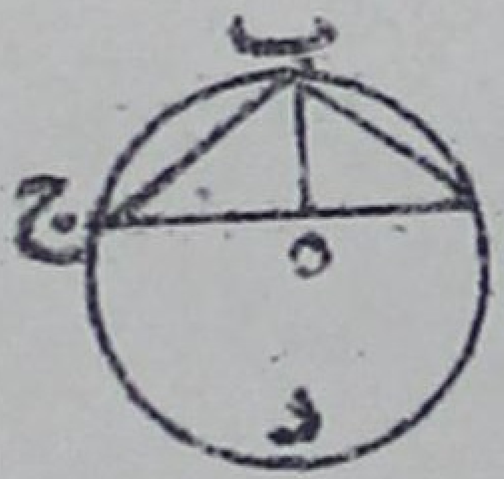
---

(١) الشكل الرابع والثلاثون – ٣٤ (٢) الشكل الخامس والثلاثون – ٣٥
(٢) الشكل السادس والثلاثون – ٣٦.

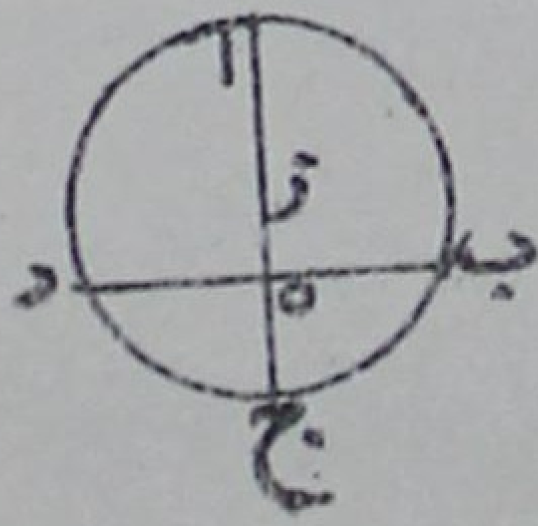
٣٤



٣٥



٣٦



المفروضات ص١٣

كتاب ماخوذات

لارشميدس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

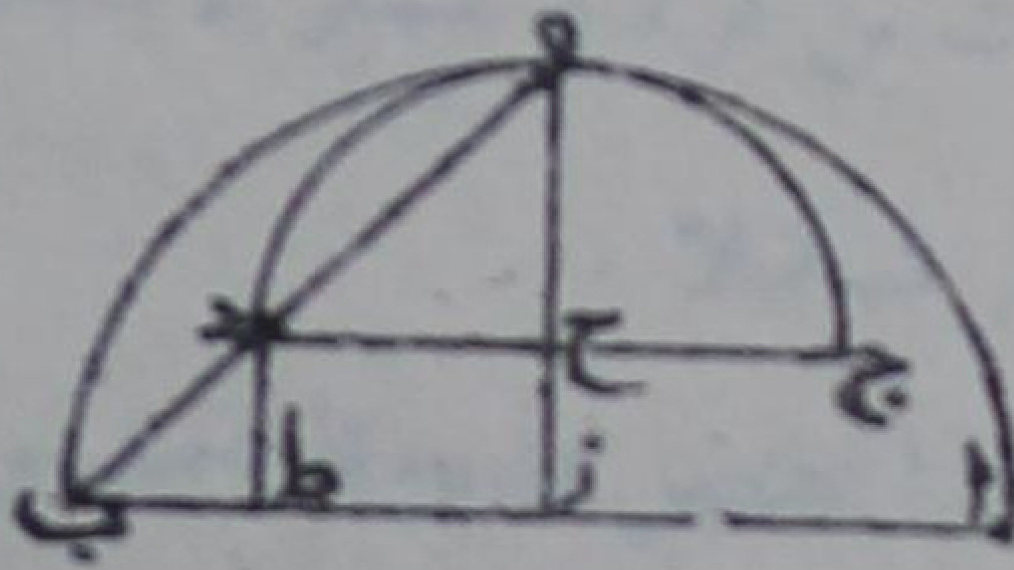
كتاب ماخوذات ارشميدس

ترجمة ثابت بن قرة وتفسير الاستاذ المختص ابى الحسن على بن احمد
النسوى ـ خمسة عشر شكلا ٠

٥ قال الاستاذ المختص هذه مقالة منسوبة الى ارشميدس وفيها اشكال حسنة
قليلة العدد كثيرة الفوائد فى اصول الهندسة فى غاية الجودة و اللطافة قد اضافها
المحدثون الى جملة المتوسطات التى يلزم قراءتها فيما بين كتاب اقليدس والمجسطى
الا ان فى بعض اشكاله مواضع تحتاج الى اشكال اخر يتم بها بيان ذلك الشكل
وقد اشار فى بعض ذلك ارشميدس الى اشكال اوردها فى سائر مصنفاته وقال
١٠ كما بينا فى الاشكال القائمة الزوايا وكما بينا فى تفسيرنا فى جملة القول فى المثلثات
وكما قد تبين فى قولنا فى الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة ـ واورد فى الشكل
الخامس برهانا على طريق فيه نظر اخص ثم من بعد ذلك عمل ابو سهل القوهى
مقالة سماها تزئين كتاب ارشميدس فى المأخوذات واورد برهان ذلك الشكل
بطريق اعم واحسن مع ما يتعلق به من تركيب النسبة وتاليفها فلما وجدت الحالة
١٥ على هذه جعلت للمواضع الغامضة من هذه المقالة شرحا على سبيل تعليق الحواشى
وبينت ما اشار اليه باشكال اتجه اليها خاطرى واوردت من اشكال ابى سهل
شكلين نحتاج اليهما فى الشكل الخامس وتركت الباقى احتنابا من التطويل واستغناء
عنه



ع۱



ماخوذات ص۳

عنه وبالله التوفيق .

(ا) اذا تماس دائرتان كدائرتى - ا ب ه - ج ه د - على - ه - وكان قطراهما متوازيين كقطرى - ا ب - ج د - ووصل بين نقطتى - ب د - بين نقطتى - د ه - بخطى - ب د - د ه - كان - خط - ب ه - مستقيما فليكن المركزان - ح ز - ونصل - ح ز - ونخرجه الى - ح - ونخرج - د ط - موازيا - لح ز ٥
فلأن ط ز - مساو لد - ح - المساوى - له ح - يكون - ز ط - ه ح - متساويين ويبقى من - ز ب - ه ز - المتساويين - ح ز - اعنى - د ط - و - ط ب - متساويين ويكون لذلك زاويتا - ط د ب - ط ب د - متساويتين وزاويتا ه ح د - ه ز ب - بل - زاويتى - ه ح د - د ط ب - ومتساويتان تبقى زاويتا - ح ه د - ح د ه - المتساويتين متساويتين لزاويتى - ط د ز - ١٠
ط ب د - المتساويتين فزاوية - ه د ح - مساوية - لزاوية - د ب ز - ونأخذ زاوية - ح د ب - مشتركة فتكون زاويتا - ح د ب - ز ب د - المتساويتان لقائمتين مساويتين لزاويتى - ح د ب - ح د ه - فهما ايضا متساويتان لقائمتين فاذا خط - ه د ب - مستقيم وذلك ما اردناه (١) .

قال الاستاذ ويجوز ان يقال لما كانت زاويتا - ط د ب - ط ب د ١٥
متساويتين وزاوية - د ط ب - قائمة تكون زاوية - ب د ط - نصف قائمة وكذلك زاوية - ه د ح - وزاوية - ح د ط - قائمة فالثلاث كقائمتين فخط ه د ب - مستقيم .

اقول وكذلك ان كانت الدائرتان متماستين من خارج .

(ب) ليكن - ا ب ج - نصف دائرة - و د ا - د ب - مماستين لها - و ب ه ٢٠
عمودا على - ا ج - فاذا جعلنا - ج د - كان - ب ز - مساويا - لز ه - برهانه نصل - ج ب - ونخرجه على استقامة ونخرج - ا د الى ان يلقاه على - ح ونصل - ا ب - فلأن زاوية - ا ب ج - فى نصف دائرة فهى قائمة ويبقى ا ب ح - قائمة و - د ب - ه ا - متوازى الاضلاع قايم الزوايا ففى مثلث

---

(١) الشكل الواحد - ١ .

اب ج ـ القايم الزاوية خرج عمود ـ ب د ـ من ـ ب ـ القائمة على القاعدة
و ـ ب د ـ د ا ـ متساويان لكونهما مماسين للدائرة ـ فا د ـ ايضا يكون
مساويا ـ لدح ـ كما بينا فى الاشكال التى عملناها فى الزاوية القائمة ولأن فى
مثلث ـ ح ج ا ـ خط ـ ب ه ـ خرج موازيا للقاعدة وقد خرج من
٥ منتصف القاعدة وهو ـ د ـ خط ـ دج ـ فقطع الموازى على ـ ز ـ يكون
ب ز ـ مساويا ـ لز ه ـ وذلك ما اردناه (١).

قال الاستاذ اما كون ـ اد ـ مساويا ـ لدح ـ الذى احاله الى
كتابه فى الاشكال القائمة الزاويا فلأن زاويتى ـ داب ـ دب ا ـ متساويتان
لتساوى ـ دب ـ دا ـ وزاوية ـ دب ا ـ مع زاويـة ـ دب ح ـ قائمة
١٠ وكذلك زاوية ـ داب ـ مع زاوية ـ اح ب ـ فيجب ان تكون زاويتا
دح ب ـ دب ح ـ ايضا متساويتين فاذا ضلعا ـ دب ـ دح ـ متساويان.

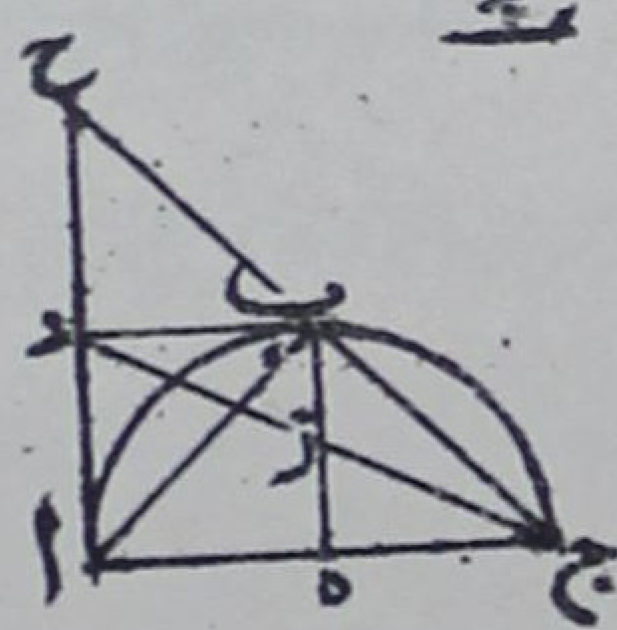
اقول وان قيل نسبة ـ اد ـ الى ـ دب ـ كنسبـة ـ دب ـ الى
ـ دح ـ و ـ دا ـ مثل ـ دب ـ فدب ـ مثل ـ دح ـ لكان كافيا قال
واما كون ـ ب ز ـ مثل ـ زه ـ فلأن وقوع ـ ج د ـ على خطى ـ ب ه ـ
ـ ه ا ـ المتوازيين فى مثلث ـ ج ح ا ـ يقتضى قطعهما على نسبة واحدة وذلك
١٥ لأن نسبة ـ ج د ـ الى ـ ج ز ـ كنسبة ـ ح د ـ الى ـ ب ز ـ وكنسبة
ـ دا ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ح د ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ دا ـ الى ـ ه ز ـ
وبالابدال نسبة ـ ح د ـ الى ـ دا ـ المتساويين كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ
زه ـ فهما ايضا متساويان.

(ج) اب ج ـ قطعة دائرة و ـ ب ـ نقطة عليها كيف اتفق و ـ ب د ـ عمود
٢٠ على ـ اج ـ ونفصل ـ دج ـ مثل ـ ده ـ وقوس ـ ب ز ـ مثل قوس ـ
ب ج ـ ووصل ـ ا ز ـ فهو مساو ـ لا ح ـ.

برهانه ـ نصل خطوط ـ ج ب ـ ب ز ـ زه ـ ه ب ـ فلأن قوس ـ ب
ج مثل قوس ـ ب ز ـ يكون ـ ج ب ـ مثل ـ ب ز ـ ولأن ـ ج د ـ مثل ـ ده

وزاويتا

(١) الشكل الثانى ـ ٢ ـ.



ماخوذات ص٣

[illegible] ـ د ب ـ مشترك ـ اج ب ـ مثل [illegible]

[illegible] ـ ب ز ه ـ ب ه ز ـ متساويتان لأن [illegible]

[illegible] الدائرة تكون زاوية ـ ا ز ب ـ مع زاوية ـ ا ج ب ـ

[illegible] مع زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين ولكن زاوية ـ ا ه ب ـ مع

[illegible] ـ ب ه ج ـ كقائمتين فزاويتا ـ ا ز ب ـ ا ه ب ـ متساويتان

[illegible] ا ز ه ـ ا ه ز ـ متساويتين فاه ـ مساوي ـ ا ز ـ وذلك

[illegible]

[illegible] ـ ا ب ج ـ نصف دائرة وعمل على ـ ا د [illegible] نصفا دائرتين

[illegible] والآخر ـ د ج ـ و ـ د ب ـ [illegible] الحادث من

[illegible] ويسميه ارشميدس اربلوس وهو سطح يحيط به قوس نصف

[illegible] العظمى وقوسا نصفي الدائرتين الصغراوين وهو مساو للدائرة

[illegible] ـ د ب ـ .

[illegible] فلأن خط ـ د ب ـ متناسب خطي ـ د ا ـ د ج ـ [illegible]

[illegible] ـ ا د ـ في ـ د ج ـ كمربع ـ د ب ـ و [illegible] ـ ا د ـ في

[illegible] ـ ا د ـ د ج ـ كمربع ـ د ب ـ [illegible] ـ ا د ـ في د ج

[illegible] مشتركة فيصير سطح [illegible] مربعين مع

[illegible] أعني مربع ـ ا ج ـ مساو لضعف مربع ـ د ب ـ مع

[illegible] ـ ونسب الدوائر نسب المربعات فالدائرة التي قطرها

[illegible] مساوية لضعف الدائرة التي قطرها ـ د ب ـ مع الدائرتين اللتين

[illegible] ونصف دائرة ـ ا ج ـ مساو للدائرة التي قطرها

[illegible] ـ ا د ـ د ج ـ ونسقط نصفي دائرتي ـ ا د ـ د ج

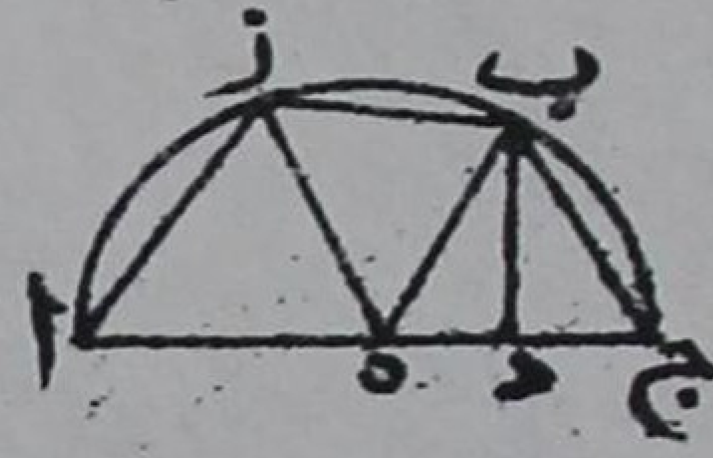
[illegible] الشكل الذي يحيط به أنصاف دوائر ـ ا ج ـ ا د ـ د ج ـ

[illegible] ارشميدس باربلوس مساو للدائرة التي قطرها

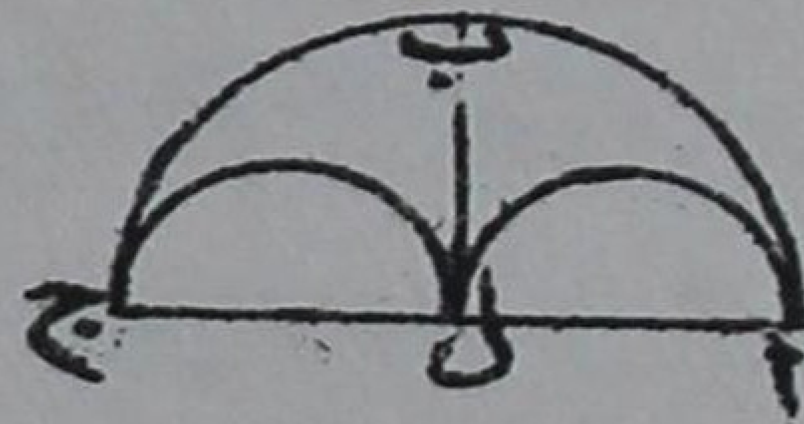
[illegible] (٢) .

[illegible] (٢) الشكل الرابع ـ ٤

ع۳



ع۴



ماخوذات ص۵

وزاويتا ـ د ـ قائمتان و ـ د ب ـ مشترك ـ فج ب ـ مثل ـ ب ه ـ فب ز ـ ب ه
متساويان وزاويتا ـ ب ز ه ـ ب ه ز ـ متساويتان ولأن ذا اربعة اضلاع
ـ ا ز ب ج ـ فى الدائرة تكون زاوية ـ ا ز ب ـ مع زاوية ـ ا ج ب ـ
المقابلة لها بل مع زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين ولكن زاوية ـ ا ه ب ـ مع
زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين فزاويتا ـ ا ز ب ـ ا ه ب ـ متساويتان، ٥
وتبقى زاويتا ـ ا ز ه ـ ا ه ز ـ متساويتين ـ فا ه ـ يساوى ـ ا ز ـ وذلك
ما اردناه (١).

(د) ـ ا ب ج ـ نصف دائرة وعمل على ـ ا ج ـ القطر نصفا دائرتين
احدهما ـ ا د ـ والآخر ـ د ج ـ و ـ د ب ـ عمود عليه بالشكل الحادث من
ذلك هو الذى يسميه ارشميدس اربلوس وهو سطح يحيط به قوس نصف
الدائرة العظمى وقوسا نصفى الدائرتين الصغراوين وهو مساو للدائرة ١٠
التى قطرها عمود ـ د ب ـ.

برهانه فلأن خط ـ د ب ـ مناسب لخطى ـ د ا ـ د ج ـ فيما
بينهما يكون سطح ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ كمربع ـ د ب ـ ونجعل ـ ا د ـ فى
ـ د ج ـ مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ كمربع ـ د ب ـ ونجعل ـ ا د ـ فى ـ د ج
مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ مشتركة فيصير سطح ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ مرتين مع ١٥
مربعى ـ ا د ـ د ج ـ اعنى مربع ـ ا ج ـ مساو لضعف مربع ـ د ب ـ مع
مربعى ـ ا د ـ د ج ـ ونسب الدوائر نسب المربعات فالدائرة التى قطرها
ـ ا ج ـ مساوية لضعف الدائرة التى قطرها ـ د ب ـ مع الدائرتين اللتين
قطراهما ـ ا ب ـ د ج ـ ونصف دائرة ـ ا ج ـ مساو للدائرة التى قطرها
د ب ـ مع نصفى دائرتى ـ ا د ـ د ج ـ ونسقط نصفى دائرتى ـ ا د ـ د ج ٢٠
المشتركين يبقى الشكل الذى يحيط به انصاف دوائر ـ ا ج ـ ا د ـ د ج ـ
وهو الشكل الذى سماه ارشميدس يثاريلوس مساويا للدائرة التى قطرها
ـ د ب ـ وذلك ما اردناه (٢).

---

(١) الشكل الثالث ـ ٣ (٢) الشكل الرابع ـ ٤

(٥) اذا كان نصف دائرة عليه ـ ا ب ـ وتعلمت على قطرها ـ نقطة ـ ج كيف وقعت وعمل على القطر نصفا دائرتين عليهما ـ ا ج ـ ج ب ـ واخرج من ـ ج ـ عمود ـ ج د ـ على ـ ا ب ـ ونرسم على جنبتيه دائرتان تماسانه وتماسان انصاف الدوائر فان الدائرتين متساويتان .

٥ برهانه ـ لتكن احدى الدائرتين تماس ـ ج د ـ على ز ـ ونصف دائرة ـ ا ب ـ على ـ ح ـ ونصف دائرة ـ ا ج ـ على ـ ك ـ ونخرج قطر ـ ز ه ـ فهو مواز لقطر ـ ا ب ـ لكون زاويتى ـ ه ز ج ـ ا ج ز ـ قائمتين ونصل ـ ح ه ـ ه ا ـ فخط ـ ا ح ـ مستقيم لما مر فى الشكل الاول وليلق ـ ا ح ـ ج ز ـ على ـ د ـ لخروجهما من ـ ا ج ـ على اقل من قائمتين

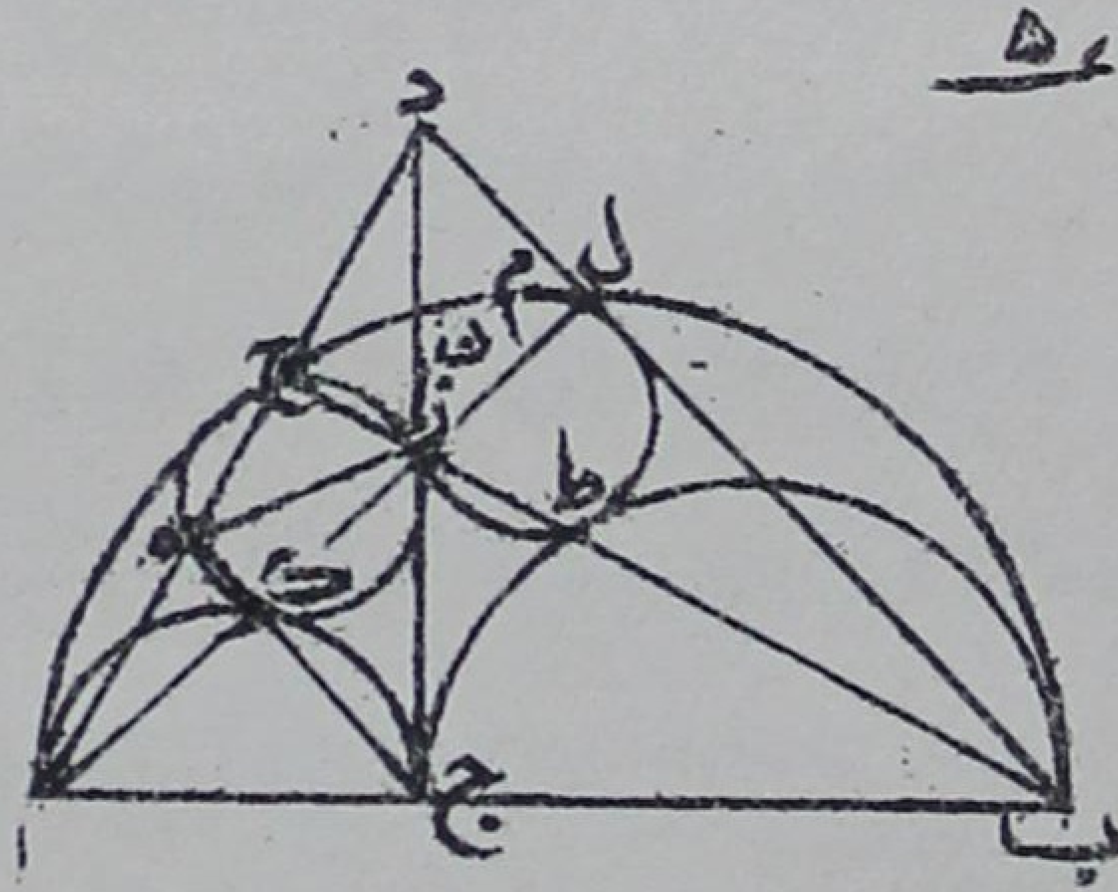
١٠ ونصل ايضا ـ ج ز ـ ز ب ـ و ـ ح ب ـ ايضا مستقيم ونصل لما ذكرنا عمود ـ ا د ـ لكون زاوية ـ ا ح ب ـ قائمة لوقوعها فى نصف الدائرة ـ ا ب ـ ونصل ـ ه ك ـ ك ج ـ و ح ج ـ ايضا مستقيم ونصل ـ ز ك ك ا ـ و ـ ز ا ـ مستقيم ونخرجه الى ـ ل ـ ونصل ـ ب ل ـ وهو ايضا عمود على ـ ا ل ـ ونصل ـ د ل ـ ولأن ـ ا د ـ ا ب ـ مستقيمان واخرج من ـ د

١٥ الى ـ ا ب ـ عمود ـ د ج ـ ومن ـ ب ـ الى ـ د ا ـ عمود ـ ب ح ـ فيقاطعان على ـ ز ـ واخرج ـ ا ز ـ الى ـ ل ـ وكان عمودا على ـ ب ل ـ يكون ب ل د ـ مستقيما كما بينا فى الاشكال التى عملناها فى شرح القول فى المثلثات القائمة الزوايا ولأن زاويتى ـ ا ك ج ـ ا ل ب ـ قائمتان ـ فب د ـ ج ه ـ متوازيان ونسبة ـ ا د ـ الى ـ د ه ـ التى هى كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ه ز ـ

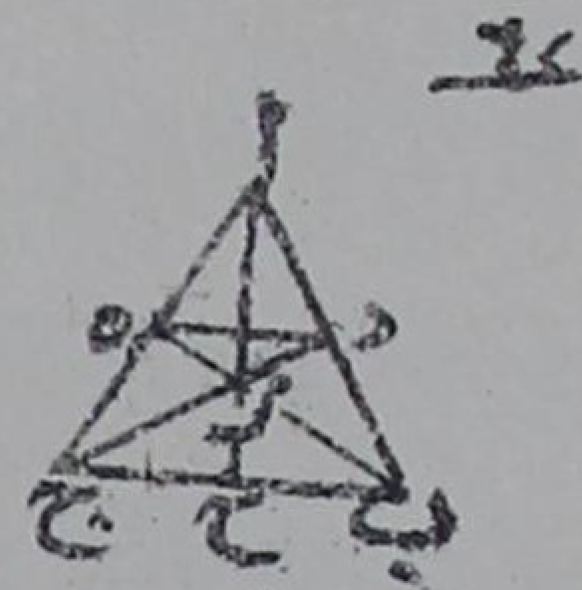
٢٠ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ فسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ مساو لسطح ـ ا ب ـ فى ـ ه ز ـ وبمثل ذلك تبين فى دائرة ـ ط م ن ـ ان سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ مساو لسطح ـ ا ب ـ فى قطرها وتبين من ذلك ان قطرى دائرتى ـ ز ح ك ـ ط م ن ـ متساويان فاذا الدائرتان متساويتان وذلك ما اردناه (١) .

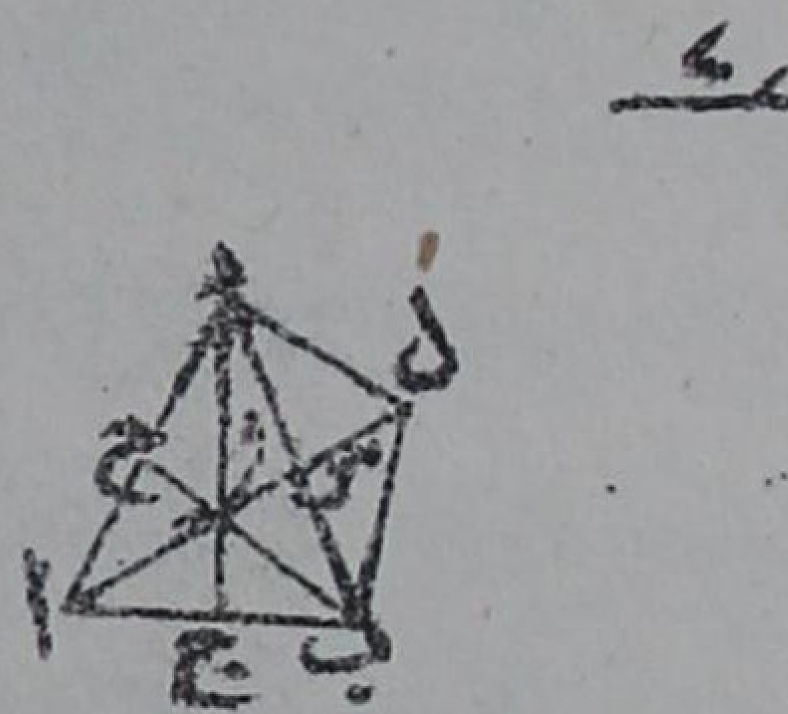
قال

(١) الشكل الخامس ـ ٥ ـ



ماخوذات ص۲





ماخوذات صـ

قال الاستاذ ويتبين ما احاله على شرح المثلثات القائمة الزوايا من مقدمة وهى شكل مفيد فى الاصل وخاصة فى المثلثات حاد الزاويا ونحتاج اليه فى الشكل السادس من هذا لكتاب وهى هذه .

مثلث ـ ا ب ج ـ اخرج ـ فيه عمودا ـ ب ه ـ ج د ـ المتقاطعين على ـ ز ـ ووصل ـ از ـ واخرج الى ـ ح ـ فهو عمود على ـ ب ج ـ فنصل ـ د ه ٥
فيكون زاويتا ـ د ا ز ـ د ه ز ـ متساويتين لأن الدائرة التى يحيط لمثلث ـ ا د ز يمر بنقطة ـ ه ـ لكون زاوية ـ ا ه ز ـ قائمة وهما يقعان فيها على قوس واحدة وايضا زاوية ـ د ه ب ـ مثل زاوية ـ د ج ب ـ لأن الدائرة التى يحيط بمثلث ب د ه ـ تمر بنقطة ـ ه ـ ايضافى مثلثى ـ ا ب ح ـ ج ب د ـ زاويتا ـ ب ا ح
ـ ب ج د ـ متساويتين وزاوية ـ ب ـ مشتركة فزاوية ـ ا ح ب ـ مثل ١٠
زاوية ـ ج د ب ـ القائمة ـ فا ح ـ عمود على ـ ب ج ـ (١)

واذا تقدمت هذه المقدمة فلنعد من الشكل الذى اورده ارشميدس خطى ـ د ا ـ ا ب ـ واعمدة ـ د ج ـ ب ح ـ ا ز ـ ب ل ـ وخط دل ـ ونقول ان لم يكن ـ ب ل د ـ خطا مستقيما فنصل ـ ب س د ـ المستقيم وتكون زاوية ـ ب س ا ـ قائمة للمقدمة المذكورة وكانت زاوية ـ ب ل ١٥
ا ـ قائمة فالداخلة فى مثلث ـ ب ل س ـ مساوية للخارجة المقابلة له هذا خلف فاذا خط ـ ب ل د ـ مستقيم (٢) .

ثم اورد شكلين لابى سهل القوهى اولها هذا فان لم يكن نصفا الدائرتين متماسين ولكن متقاطعين والعمود من موضع التقاطع كان الحكم كما مر .

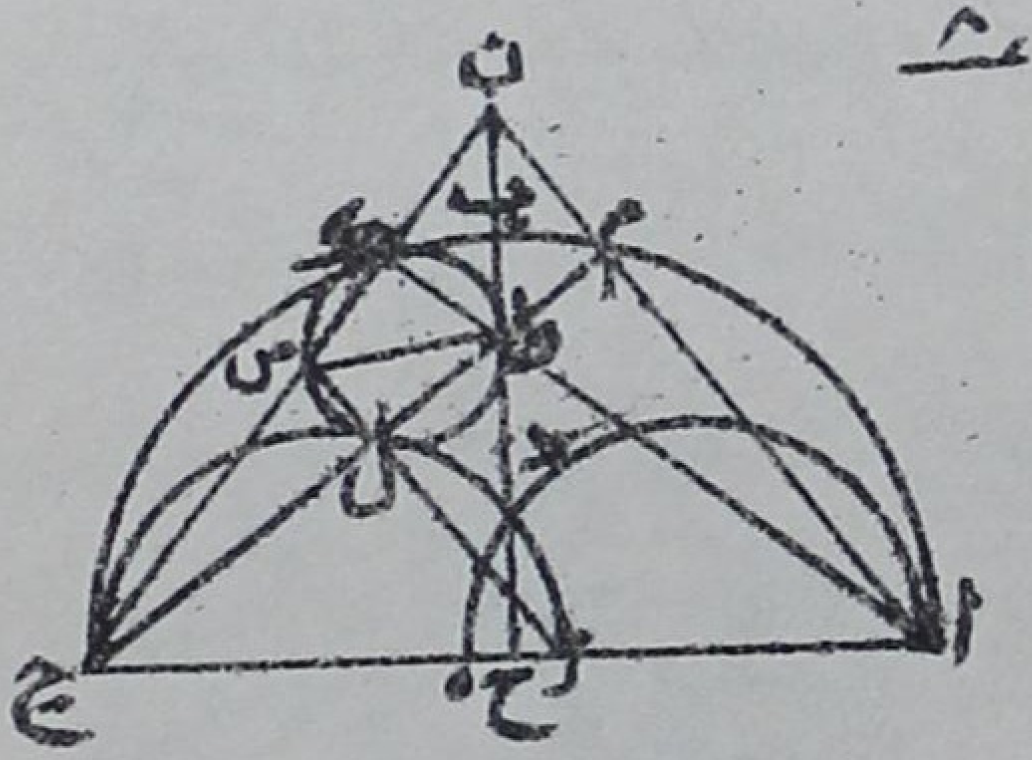
فلتكن انصاف الدوائر ـ ا ب ج ـ ا د ه ـ ز د ج ـ ونصفا الدائرتين ٢٠
متقاطعين على ـ د ـ و ـ ب ح ـ عمودا على ـ اج ـ خارجا من ـ ح ـ ودائرة ـ ط ك ل ـ مماسة لدائرة ـ ا ك ج ـ على ـ ك ـ ولدائره ـ ز ل ج ـ على ـ ل ـ وللعمود على ـ ط ـ نقول فهى مساوية للدائرة التى يكون فى الجانب الآخر بهذه الصفة فلنخرج ـ ط س ـ موازيا ـ لا ج ـ ولنصل ـ ج ك ـ

(١) الشكل السادس ـ٦ـ (٢) الشكل السابع ـ ٧ ـ

فهو بمر - بس - كما بين ارشميدس ونخرجه الى ان يلقى عمود - ح ب - على - ن -
ونصل - ط ج - فيمر - بل - ونخرجه الى - م - ونصل - ا م - م ن - فهو
خـط مستقيم ونصل - س ز - فهو بمر - بل - ونصل - ا ك - فيمر -
بط - وخط - ا م ن - مواز لخط - ز س - ونسبة - ج ن - الى - ن س -
٥ اعنى نسبة - ج ح - الى - ط س - كنسبة - ج ا - الى - ا ز - فسطح -
ج ح - فى - ا ز - مساو لسطح - ج ا - فى - ط س - ولأن - ح د - عمود
فى دائرتى - ج د ز - ه د ا - على وترى - ج ز - ه ا - يكون سطح - ج ح -
فى - ح ز - مساويا لمربع - ح د - وسطح - ا ح - فى - ح ه - ايضا مساويا
له فسطح - ج ح - فى - ح ز - مساو لسطح - ا ح - فى - ح ه - ونسبة -
١٠ ج ح - الى - ح ا - كنسبة - ه ح - الى - ح ز - بل كنسبة - ج ه -
الباقى الى - ز ا - الباقى فسطح - ج ح - فى - ز ا - المساوى لسطح - ج
ا - فى - ط س - مساو لسطح - ح ا - فى - ج ه - واذا كانت فى الجانب
الآخر دائرة بالصفة المذكورة بينا هذا التدبير ايضا ان سطح - ج ا - فى
قطر تلك الدائرة كسطح - ح ا - فى - ج ه - فيتبين ان قطرى الدائرتين
١٥ متساويتان (١) .

واما الثانى فهو هذا قال وان لم يكن نصفا الدائرتين مماسين ولا متقاطعين
لكن متباعدين والعمود يمر بالتقاء الخطين المماسين لهما المتساويين كان الحكم
كذلك ايضا فليكن انصاف الدوائر - ا ب ج - ا د ه - ز ح ج - على ما وصفنا
وخطا - ط د - ط ح - مماسين لنصفى الدائرتين على - د ح - ومتساويين
٢٠ ومتلاقيين على - ط - وخط - ب ط - عمود مار بنقطة - ط - قائم على - ا -
ج - وليماسه دائرة - م س - على - م - وليماس دائرة - م س - دائرة - ا ب
ج - على - ك - ودائرة - ز ل ج - على - ل - ونخرج قطر - م س - موازيا
لا ج - ونصـل - ج ك - فيمر - بس - ويلقى عمود - ط ب - على - ع -
ونصل - ا ك - فيمر - بم - ونصل - س ز - فيمر - بل - ونصل - ج م - فيمر

(١) الشكل الثامن - ٨ -



ماخوذات صث

[illegible] — على — ق

[illegible] — ل — [illegible] الى — م — ونصل — ا [illegible] — م [illegible]

[illegible] — ل — ونصل — [illegible]

[illegible] موازيا لخط — ز س — ونسبة — ج ن — الى — ن س

[illegible] — ط س — كنسبة — ج ا — الى — ا [illegible] — فسطح —

[illegible] لسطح — ج ا — فى — ط س — ولان — ج د — عمود

[illegible] — ج ر — ه ا — يكون سطح — ج ح

[illegible] سطح — ا ح — فى — ج ه — ايضا مساويا

[illegible] لسطح — ا ح — فى — ج ه — ونسبة

[illegible] — الى — ج ز — بل كنسبة — ج ه

[illegible] — فى — ز ا — المساوى لسطح — ج

[illegible] — فى — ج ه — واذا كانت فى الجانب

[illegible] المذكورة [illegible] سطح — ج ا — فى

[illegible] كسطح — ج ا — فى [illegible] قطرى الدائرتين

[illegible]

[illegible] ولم يكن [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

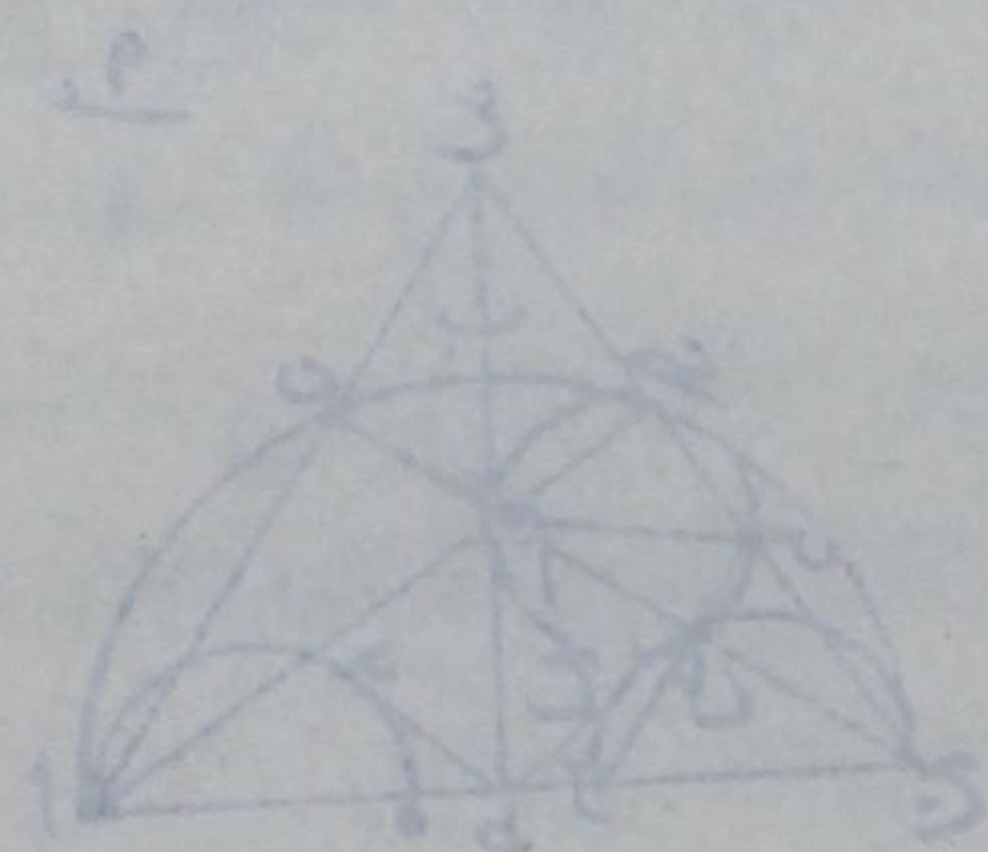
[illegible]

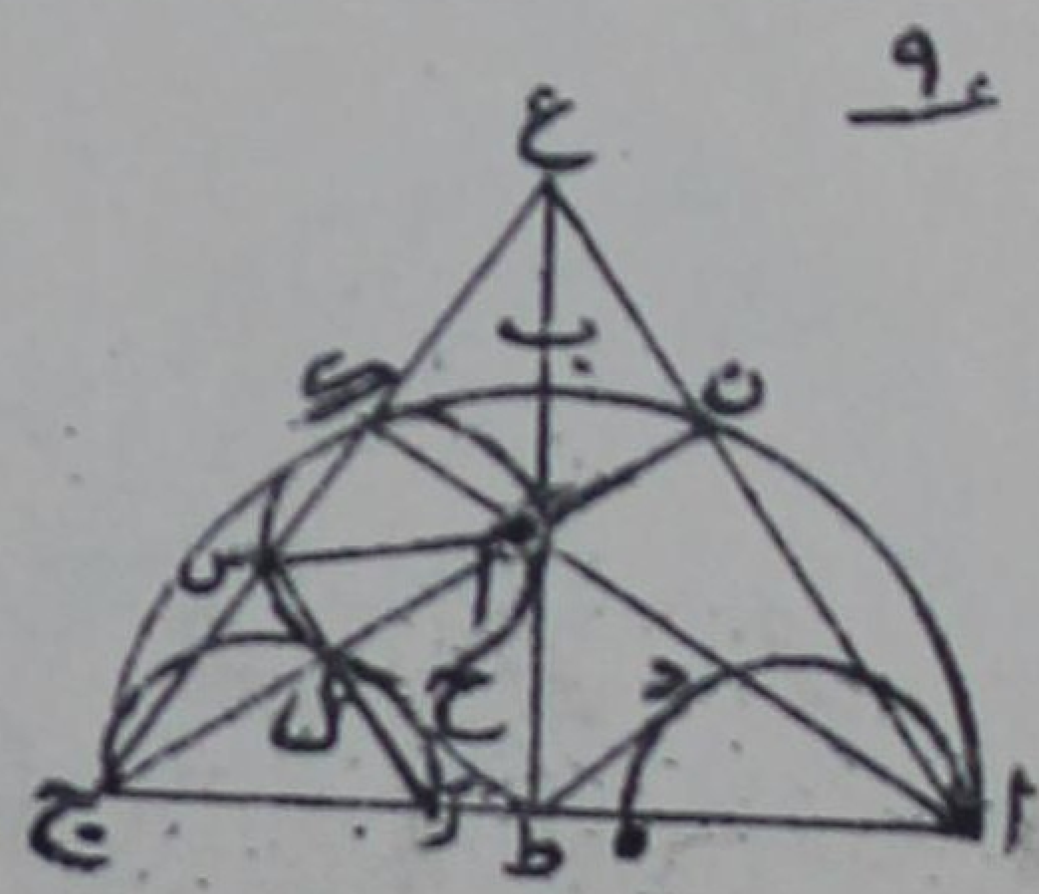
[illegible]

ج — ل — [illegible] — ودائرة — [illegible]

[illegible] — ونصل — ج د — [illegible]

ونصل — [illegible] — م — ونصل — [illegible]




ع
ب
ک
ن
س
ل
ح
د
ا
ج
ز
ط

بل – ونخرجه الى – ن – و نصل – ا ع – فيمر – بن – و يكون موازيا
لزس – و تكون نسبة – ج ع – الى – ع س – اعنى نسبة – ج ط – الى – م س
كنسبة – ج ا – الى – از – وسطح – ج ط – فى – ا ز – مساويا لسطح – ج ا
فى – م س – وبمثل هذا التدبير تبين ان سطح – ا ط – فى – ه ج – يكون
مساويا لسطح – ج ا – فى قطر الدائرة التى يكون من الجانب الآخر ولأن ٥
سطح – ا ط – فى – ط ه – مساو لمربع – ط د – وهو مساو لمربع – ط ح
المساوى لسطح – ج ط – فى – ط ز – يكون سطح – ا ط – فى – ط ه
مساويا لسطح – ج ط – فى – ط ز – ونسبة – ا ط – الى – ج ط – كنسبة
ط ز – الى – ط ه – وكنسبة جميع – ا ز – الى – جميع – ج ه – فسطح – ج ط
فى – ا ز – مساو لسطح – ا ط – فى – ه ج – وقد تبين ان – ج ط – فى – از ١٠
مساو لسطح – ج ا – فى – م س – وان سطح – ا ط – فى – ه ج – مساو
لسطح – ج ا – فى قطر الدائرة الاخرى فاذا القطران متساويان والدائرتان
متساويتان وهو المطلوب (١) .

(و) اذا كانت نصف دائرة عليه – ا ح ب – وتعلمت على قطره نقطة –
ج – وكان – ا ج – مثل – ج ب – مرة ونصف مرة ورسم على – ا ج – ١٥
ج ب – نصفا دائرتين ورسمت دائرة – د ه – فيما بين انصاف الدوائر الثلاثة
تماسها واخرج قطر – د ه – فيها موازيا لقطر – ا ب – واردنا ان نجد نسبة
قطر – ا ب – الى قطر – د ه – فانا نصل خطى – ا د – د ح – وخطى – ب
ه – ه ح – فيكون خطا – ا ح – ب ح – مستقيمين لما مر فى الشكل الاول
ونرسم ايضا خطى – ه ط ا – دك ب – ونبين انهما ايضا مستقيمان وكذلك ٢٠
خطا – ج د – ج ه – ونصل – ج س – ج م – و – د ز – ه ع – ونخرجهما الى –
ل ن – فلأن فى مثلث – ا د ج – ا ط – عمود و – ج س – عمود ايضا وقد
تقاطعا على – ز – فدزل – ايضا يكون عمودا كما بينا فى التفسير الذى وضعنا
للقول فى جملة المثلثات وبيانه كما مر فى الشكل المتقدم وكذلك ايضا يكون

(١) الشكل التاسع – ٩ –

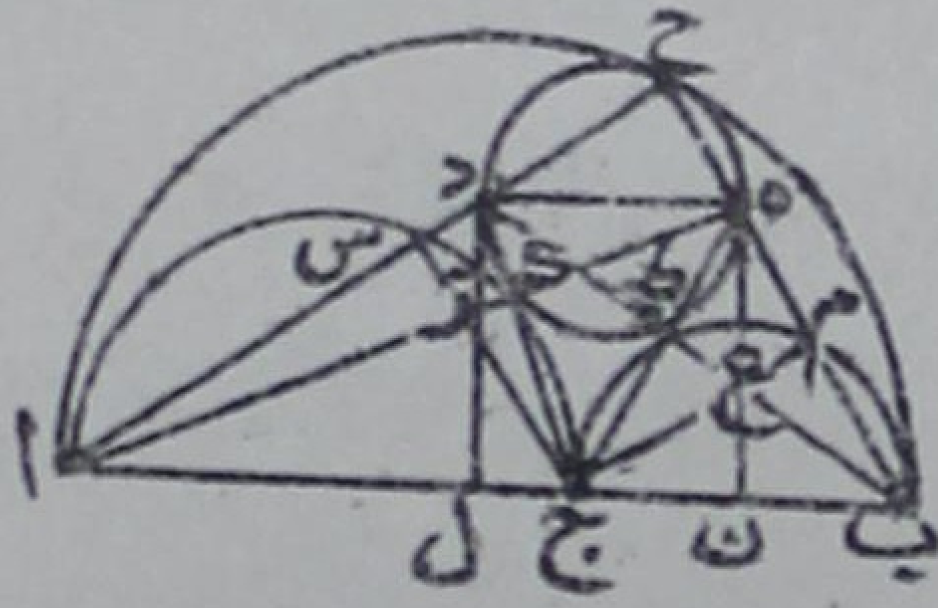
ه ن ـ عمودا على ـ ب ا ـ ولان الزاويتين اللتين عند ـ م ـ و ـ ح ـ قائمتين
يكون ـ ج م ـ موازيا ـ لا ح ـ وكذلك ـ ج س ـ لب ح ـ فتكون نسبة
ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ا ز ـ الى ـ ز ه ـ بل كنسبة ـ ا ل ـ الى ـ
ل ن ـ ونسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ كنسبة ـ ب ع ـ الى ـ ع د ـ بل كنسبة
٥ ب ن ـ الى ـ ن ل ـ وكان ـ ا ج ـ مرة ونصف مثل ـ ج ب ـ فال مرة
ونصف مثل ـ ل ن ـ ول ن ـ مرة ونصف مثل ـ ب ن ـ فخطوط ـ ا ل ـ
ل ن ـ ن ب ـ الثلاثة متناسبة وبالمقدار الذى يكون به ـ ن ب ـ اربعة يكون
به ـ ن ل ـ ستة و ـ ا ل ـ تسعة و ـ ب ا ـ تسعة عشر ولان ـ ن ل ـ مثل ـ
د ه ـ تكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ د ه ـ نسبة تسعة عشر الى ستة فاذا وجدنا
١٠ النسبة المذكورة وايضا ان كانت نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ نسبة غير
ما ذكرنا مثل نسبة المرة والثلث اوالمرة والربع اوغير ذلك كان الحكم والتدبير
كما تقدم وذلك ما اردناه (١) .

(ز) اذا كانت دائرة على مربع واخرى فيه فالتى عليه مثلا التى فيه فلتكن
الدائرة التى على مربع ـ ا ب ـ دائرة ـ ا ب ه ـ والتى فيه دائرة ـ ج د ـ
١٥ وليكن قطر المربع ـ ا ب ـ وهو قطر الدائرة التى عليه ونخرج ـ ج د ـ قطر
الدائرة التى فيه موازيا ـ لا ه ـ فهو مثل ـ ا ه ـ ولان مربع ـ ا ب ـ مثلا مربع
ا ه ـ اعنى ـ ج د ـ ونسبة مربع قطر الدائرة الى مربع قطر الدائرة كنسبة
الدائرة الى الدائرة فدائرة ـ ا ب ـ مثلا دائرة ـ ج د ـ وذلك ما اردناه (٢) .

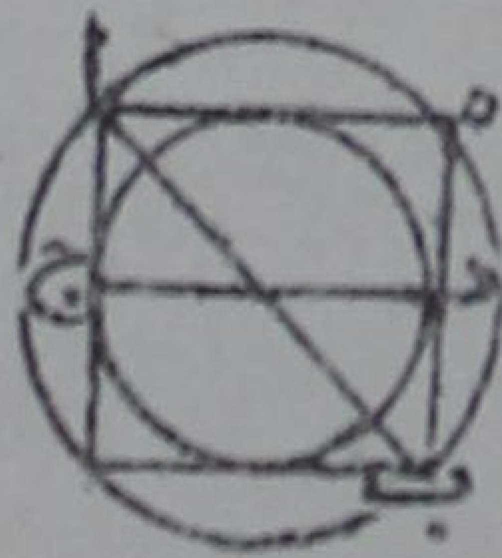
قال الاستاذ المختص قد صنفت مقالة فى عمل دائرة نسبتها الى دائرة
٢٠ مفروضة كنسبة مفروضة وكذلك عمل جميع الاشكال المستقيمة الخطوط
ووجه استعمال الصناع تلك الاشكال ـ واوردها هنا منها شكلا يليق بتفسير
هذه المقالة وهو كالجامع لتلك الاشكال والنتيجة لها وهو هذا .
نريد ان نعمل خمس دائرة مثلا والدائرة التى معنا قطرها ـ ا ـ

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ (٢) الشكل الحادى عشر ـ ١١ .

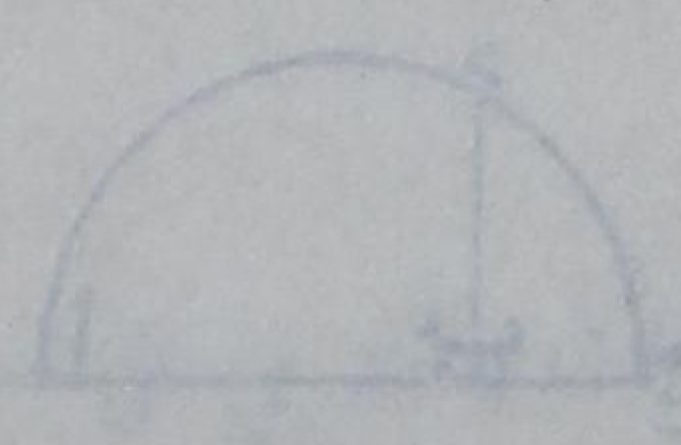
ع۱۰

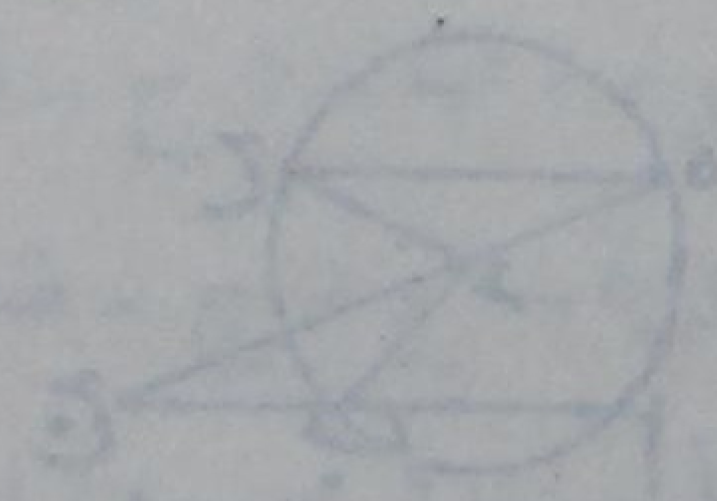


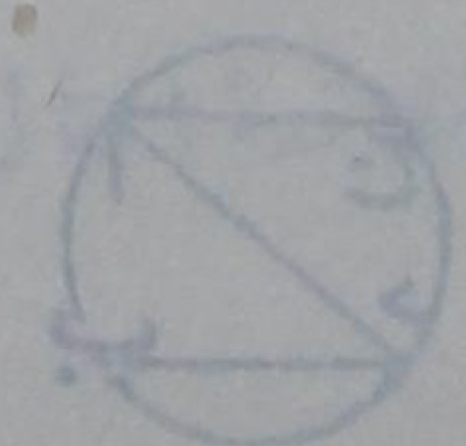
ع۱۱



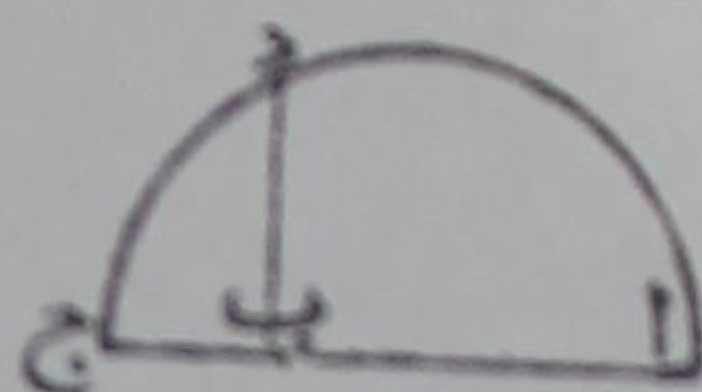
ماخوذات ص۱



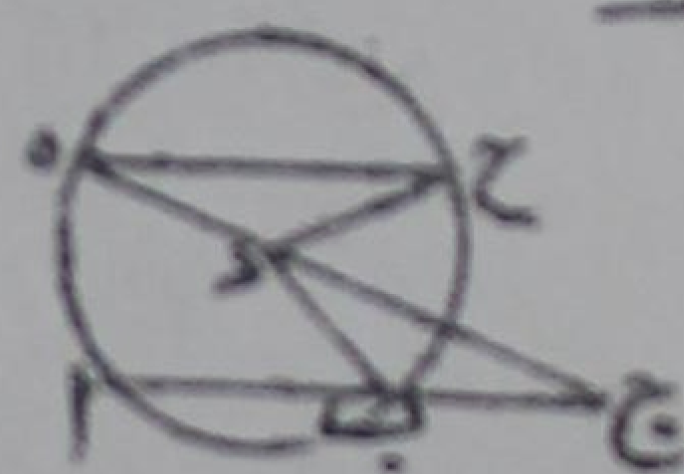




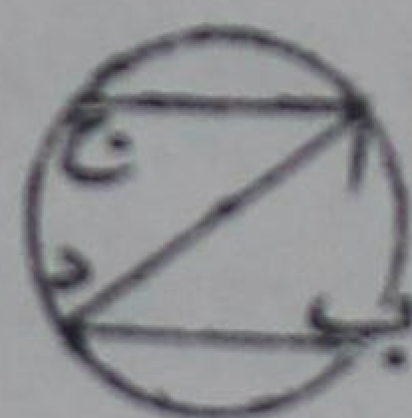
۱۲۔



۱۳۔



۱۴۔



ب - ونزيد فيه خمسة و هو - ب ج - ونرسم على - ا ج - نصف دائرة - ا د ج - ونخرج عمود - ب د - فلان نسبة - ا ب - الى - ب ج - كنسبة مربع - ا ب - الى مربع - ب د - يكون كل دائرة اوشكل يعمل على - ب د - مطلوبنا وذلك ان نسبة دائرة التى على - ا ب - او الشكل الذى عليه الى الدائرة اوالشكل الذى على - ب د - معمولا نعمل ذلك الشكل وموضوعا كوضعه تكون كنسبة - ا ب - الى - ب ج (١) . ٥

(ح) اذا اخرج فى دائرة خط - ا ب - كيف كان واخرج على استقامة وجعل - ب ج - مساويا لنصف قطر الدائرة ووصل من - ج - ومركز الدائرة وهو - د - واخرج الى - ه - كانت قوس - ا ه - ثلاثة امثال قوس ب ز - فلنخرج - ه ح - موازيا - لا ب - ونصل - د ب - د ح - فلان ١٠ زاويتى - د ه ح - د ح ه - متساويتان تكون زاوية - ح د ج - ضعف زاوية - د ح ه - ولان - ب ج د - مساوية لزاوية - ب د ج - وزاوية ج ه ح - مساوية لزاوية - ا ج ه - تكون زاوية - ح د ج - ضعف زاوية - ج د ب - وجميع زاوية - ب د ح - ثلاثة امثال زاوية - ب د ج - وقوس - ب ح - المساوى لقوس - ا ه - ثلاثة امثال قوس - ١٥ ب ز - وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ قوله قوس - ب ح - مساو لقوس - ا ه - انمايكون ذلك لتوازى الوترين فليكن فى دائرة - ا ب ج - وترا - ا ج - ب د - متوازيين .

اقول ان قوسى - ا ب - ج د - متساويتان ونصل - ا د - فزاويتا ٢٠ ج ا د - ا د ب - متساويتان ولذلك تكون القوسان متساويتين وبالعكس لمثل ذلك البيان (٣) .

---

(١) الشكل الثانى عشر - ١٢ - (٢) الشكل الثالث عشر - ١٣ - (٣) الشكل الرابع عشر - ١٤ - .

(ط) اذا تقاطع فى دائرة خطا - اب - ج د - على غير المركز وكان التقاطع على قوائم فان قوسى - اد - ج ب - مساويتان لقوسى - اج - ب د - ولنخرج قطر - ه ز - موازيا - لاب - فهو يقطع - ج د - بنصفين على - ح - وتكون - ه ج - مساوية - له د - فلان قوس - ه ج ز - نصف الدائرة وقوس - ه ج - مساوية لقوسى - ه ا - اد - تكون قوس - ج ز - مع قوسى - ه ا - اد - مساوية لنصف الدائرة وقوس - ه ا - مساوية لقوس - ب ز - فقوس - ج ب - مع قوس - اد - مساوية لنصف الدائرة يبقى قوسا - ه ج - ه ا - اعنى قوس - اج - مع قوس - د ب - مساوية له وذلك ما اردناه (١).

(ى) اذا كانت دائرة عليها - اب ج - وكان - دا - مماسالها و - د ب - قاطعالها و - ه ج د - ايضامساويا واخرج - ج ه - موازيا - لدب - ووصل - ه ا - قاطعا - لد ب - على - ز - واخرج من - ز - عمود - زح - على - ج ه - فانه ينصفها على - ح - ولنصل - زج - فلان - دا - مماس و - اج - قاطع للدائرة تكون زاوية - داج - مساوية للزاوية الواقعة فى القطعة المبادلة لقطعة - اج - اعنى لزاوية - اه ج - وهى مساوية لزاوية - ازد - لكون - ج ه - د ب - متوازيين فزاوية - داج - ازط - متساويتان وفى مثلثى - داز - اطد - زاويتا - ازط - طاد - متساويتان وزاوية - د - مشتركة فلذلك تكون سطح - زد - فى - دط - مساويا لمربع - دا - بل لمربع - دج - ولكون نسبة - زد - الى - دج - كنسبة - ج د - الى - دط - وزاوية - د - مشتركة يكون مثلثا - دزج - دج ط - متشابهين وزاوية - دزج - مساوية لزاوية - دج ط - المساوية لزاوية داط - التى هى كزاوية - ازد - فزاويتا - دزج - دزا - متساويتان ودزج - مساوية لزاوية - زج ه - وكانت - زدا - مساوية لزاوية اه ج - ففى مثلث - زه ج - زاويتا - ج - ه - متساويتان وزاويتا - ح

(١) الشكل الخامس عشر - ١٥ -

۱۵



ماخوذات ص۱۳

فإنهما وضلع — ج ز — مشتركة ولذلك يكون — [illegible] ج [illegible]

نج ه — إذا منصف على — ج — وذلك ما أردناه [illegible]

(يا) إذا تقاطع في دائرة خطا — [illegible] ج [illegible]

ليست بالمركز فإن مربعات — [illegible] — [illegible]

القطر ولنخرج قطر — ا ز — ونصل [illegible] — ا د — ج ز — [illegible]

فلأن زاوية — ب ه ج — قائمة تكون [illegible] زاوية — ا ج د — وزاوية —

[illegible] — مساوية لزاوية — ا ز ج — [illegible] قوس — ا ج — ويبقى من

[illegible] — ا د ه — ا ز ج — زاويتا [illegible] — متساويتين ولذلك تكون

[illegible] ج ز — د ب — [illegible] ومربعا — د ج — ه ب — يساويان

[illegible] ب د — أعني — ج ز — ومربع — ا ه — ه ج — يساويان مربع — ج ا —

[illegible] ج ز — ز ا — يساويان مربع — ز ا — أعني القطر فإذا مربعات — ا ه —

ج ه — ه د — [illegible] مساوٍ لمربع القطر وذلك ما أردناه (٢).

قال الأستاذ وهذا وجه [illegible] أرشميدس وهو أن نصل —

[illegible] ج ب — ب د — فلأن زاوية [illegible] تكون زاويتا — ه ب د —

[illegible] — مساويتين لقائمة وقوسا — ا [illegible] ب ج — مساويتين لنصف دائرة

[illegible] مساوٍ [illegible] القطر ولكن مربعا — ا ه — ه د — يساويان مربع —

ا د — ومربعا — ج ه — ه ب — يساويان مربع ج ب — فإذا مربعات —

ا ه — ه ب — ج ه — ه د — مساوٍ [illegible] القطر وذلك ما أردناه (٢).

(يب) إذا كان نصف دائرة على [illegible] ب — وأخرج من — ج — خطان

[illegible] على [illegible] — و [illegible] — د ب — [illegible] — ز — ونصل

— ج ز — [illegible]

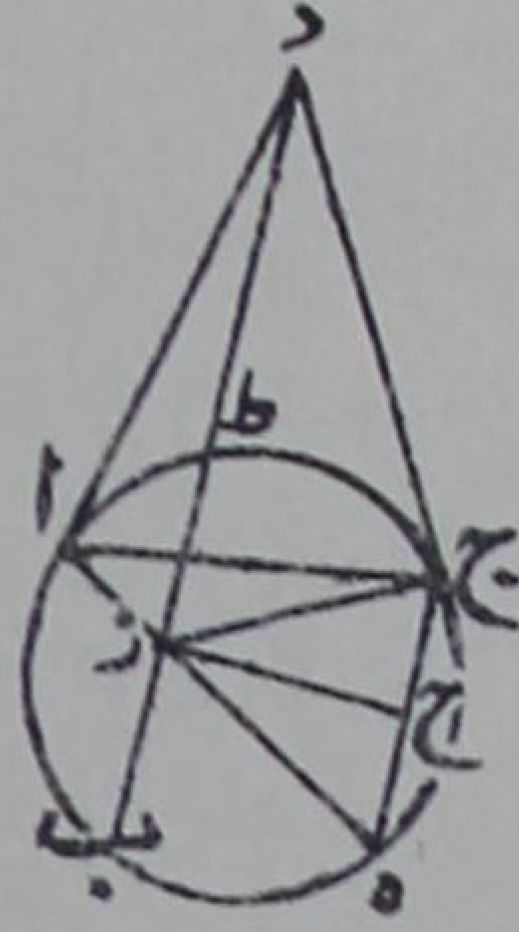
ا — ه ب — فلأن زاوية — [illegible]

---

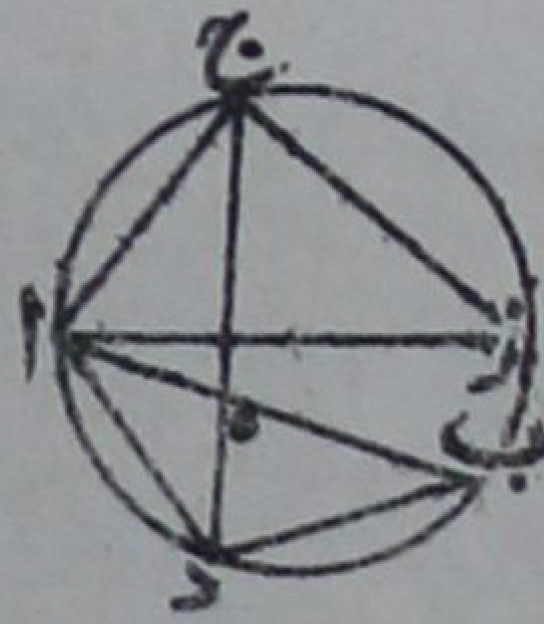
(١) الشكل السادس عشر [illegible]

الثاني عشر — ١٨ —

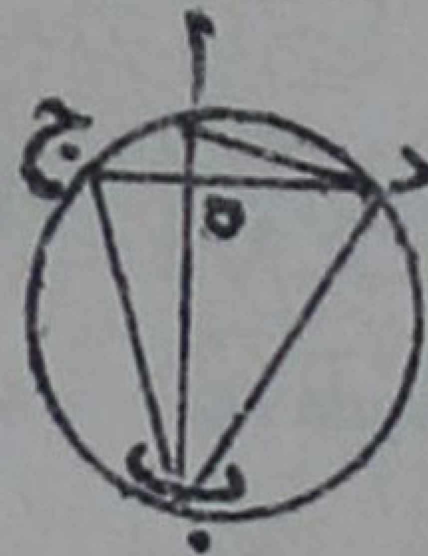
ع۱۶



ع۱۷



ع۱۸



ماخوذات ص۱۳

قائمتان وضلع ـ ح ز ـ مشترك ولذلك يكون ـ ج ح ـ مساويا ـ لح ه ـ فج ه ـ اذا منصف على ـ ح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يا) اذا تقاطع فى دائرة خطا ـ اب ـ ج د ـ على قوائم على ـ ه ـ وهى ليست بالمركز فان مربعات ـ اه ـ ه ب ـ ج د ـ ه د ـ جميعا مساوية لمربع القطر ولنخرج قطر ـ از ـ ونصل خطوط ـ اج ـ اد ـ ج ز ـ د ب ـ ٥ فلأن زاوية ـ ب ه ج ـ قائمة تكون مساوية لزاوية ـ اج د ـ وزاوية ـ اج د ـ مساوية لزاوية ـ از ج ـ لكونهما على قوس ـ اج ـ ويبقى من مثلثى ـ اده ـ از ج ـ زاويتا ـ ج از ـ داه ـ متساويتين ولذلك تكون قوسا ـ ج ز ـ د ب ـ بل وتراهما متساويتين ومربعا ـ دح ـ ه ب ـ يساويان مربع ـ ب د ـ اعنى ـ ج ز ـ ومربع ـ اه ـ ه ج ـ يساويان مربع ـ ج ا ـ ١٠ ومربعا ـ ج ز ـ زا ـ يساويان مربع ـ زا ـ اعنى القطر فاذا مربعات ـ اه ـ ه ب ـ ج ه ـ ه د ـ جميعا مساو لمربع القطر وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ ولهذا وجه اخف مما ذكره ارشميدس وهو ان نصل ـ اد ـ ج ب ـ ب د ـ فلأن زاوية ـ ب ه د ـ قائمة تكون زاويتا ـ ه ب د ـ ه د ب ـ مساويتين لقائمة وقوسا ـ اد ـ ب ج ـ مساويتين لنصف دائرة ١٥ ووتراهما فى القوة مساويين للقطر ولكن مربعا ـ اه ـ ه د ـ يساويان مربع ـ از ـ ومربعا ـ ج ه ـ ه ب ـ يساويان مربع ـ ج ب ـ فاذا مربعات ـ اه ـ ه ب ـ ج ه ـ ه د ـ مساوية لمربع القطر وذلك ما اردناه (٣) .

(يب) اذا كان نصف دائرة على قطر ـ اب ـ وخرج من ـ ج ـ خطان يماسانه على نقطتى ـ د ه ـ ووصل ـ ه ا ـ د ب ـ فيقاطعان على ـ ز ـ ووصل ٢٠ ـ ج ز ـ واخرج الى ـ ح ـ كان ـ ج ح ـ عمودا على ـ اب ـ ولنصل دا ـ ه ب ـ فلأن زاوية ـ ب دا ـ قائمة تكون زاويتا ـ داب ـ ب دا ـ

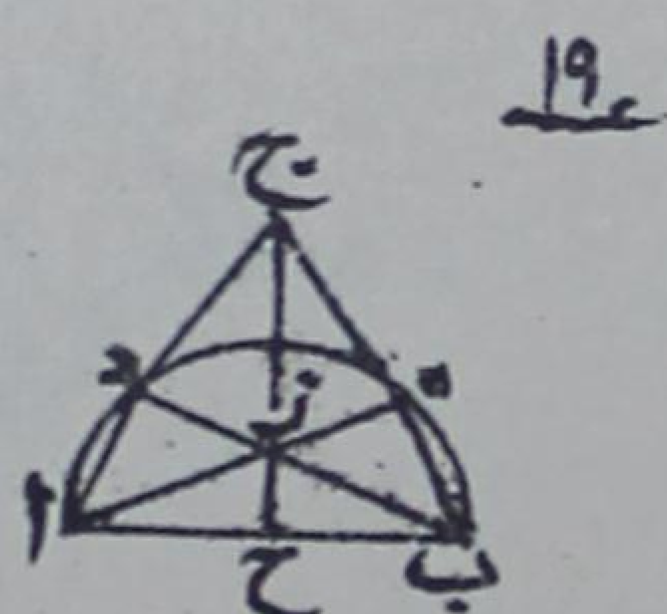
---

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ (٢) الشكل السابع عشر ـ ١٧ (٣) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ .

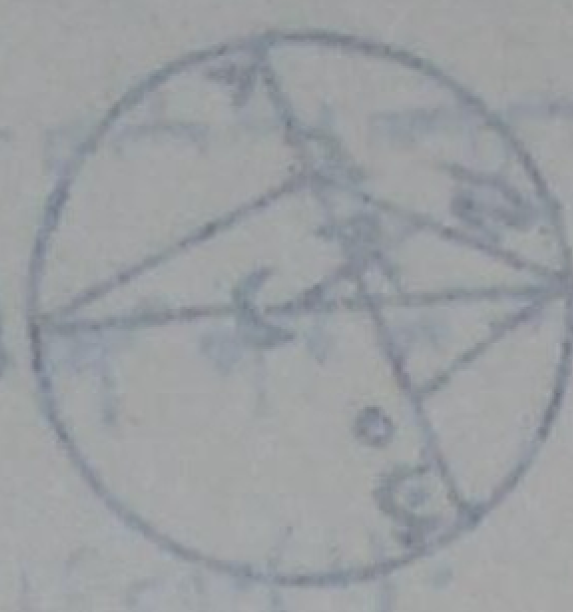
الباقيتين من مثلث ـ داب ـ مساويتين لقائمة وزاوية ـ اه ب ـ قائمة فهما متساويتان لها ونجعل زاوية ـ د ب ه ـ مشتركة بجميع زاويتى ـ داب ـ اب ه ـ مساو لجميع زاويتى ـ زه ب ـ ز ب ه ـ بل لزاوية ـ د ز ه ـ الخارجة من مثلث ـ ز ب ه ـ لأن ـ ج د ـ مماس للدائرة ـ و ـ ز ب ـ قاطع لها ـ فزاوية ـ ج د ب ـ يساوى زاوية ـ داب ـ وكذلك زاوية ـ ج ه ز ـ تساوى زاوية ـ ه ب ا ـ فزاويتا ـ ج ه ز ـ ج د ز ـ معا مساويتان لزاوية د ز ه ـ وقد تبين فى قولنا فى الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة انه اذا اخرج فيما بين خطين متساويتين متلاقيين على نقطة كخطى ـ ج د ـ ج ه ـ خطان متقاطعان كخطى ـ د ز ـ ه ز ـ وكانت الزاوية التى يحيطان بها كزاوية ـ ز ـ مساوية لزوايتى المتلاقيين مع المتقاطعين كزاويتى ـ ه د ـ معا فالخط الخارج من نقطة الملاقاة الى نقطة التقاطع كخط ـ ج ز ـ مساو لكل واحد من الخطين المتلاقيين ـ كج د ـ او ـ كج ه ـ فلذلك يكون ـ ج ز ـ مساويا ـ لج د ـ فزاوية ـ ج ز د ـ اعنى زاوية ـ ج د ز ـ مساوية لزاوية ـ د اح ـ ولكن زاوية ـ ج ز د ـ مع زاوية ـ د ز ح ـ كقائمتين و يبقى من ذى اربعة اضلاع ـ ا د ز ح ـ زاويتا ـ ا د ز ـ اح ز ـ كقائمتين لكن زاوية ـ اد ب ـ قائمة فزاوية ـ اح ز ـ قايمة و ـ ج ح ـ عمود على ـ ا ب ـ وذلك ما اردناه (١) .

قال الاستاذ فى بيان ما احاله الى قوله فى الاشكال وذات الاضلاع الاربعة يكن الخطان المتساويان المتلاقيان ـ ا ب ـ اج ـ ونقطة التلاقى ـ ا ـ و المتقاطعان بينهما ـ ب د ـ ج د ـ ونقطة التقاطع ـ د ـ ولتكن زاوية ـ ب د ج ـ مثل زاويتى ـ ا ب د ـ ا ج د ـ ونصل ـ ا د ـ نقول فهو مثل ـ ا ب ـ والا فهو اما اقصر من ـ ا ب ـ واما اطول منه وليكن اطول ونفصل ـ ا ه ـ مثل ـ ا ب ـ ونصل ـ ب ه ـ ه ج ـ وزاويتا ـ اب ه ـ اه ب ـ متساويتان ولكن زاوية ـ اه ب ـ اعظم من زاوية ـ اد ب ـ وكذلك زاوية ـ اه ج ـ المساوية لزاوية

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ .



ماخوذات ص ۱۴





[illegible]

[illegible] — ب ز ج — على زاوية — اب —

[illegible] — ا ج د — الشكل من جزئه هذا نطلب

[illegible] وكان — اب — قطعة دون

[illegible] على — ج [illegible] — از — ب

[illegible] ونخرج من

[illegible] — من —

[illegible] — ج [illegible] عمود على — ط —

[illegible] ولأن — ب ج — مساو —

[illegible] وتساويها وكون — ب ه —

[illegible] ط — مساويا — لط ز — ويبقى من — ط ج —

مساويين وذلك ما اردنا (١)

[illegible] دائرة وفصل [illegible]

[illegible] — ا ج — ج د — [illegible] بدوائر

[illegible] ج د — نقطة — ه — وكان — ه ز — عمودا

[illegible] الدائرة التي قطرها — ز ح — مساوية

[illegible] العظمى ونصفا الدائرتين اللتين داخلة

[illegible] خارج عنه وهو الشكل الذي تسميه

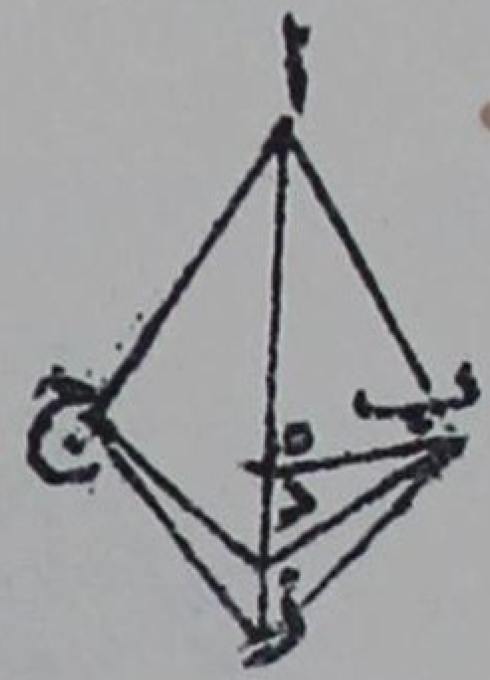
[illegible] على — ه — و [illegible]

[illegible] ه — ه ا — ولكن — ز ح — مساوية لـ ا

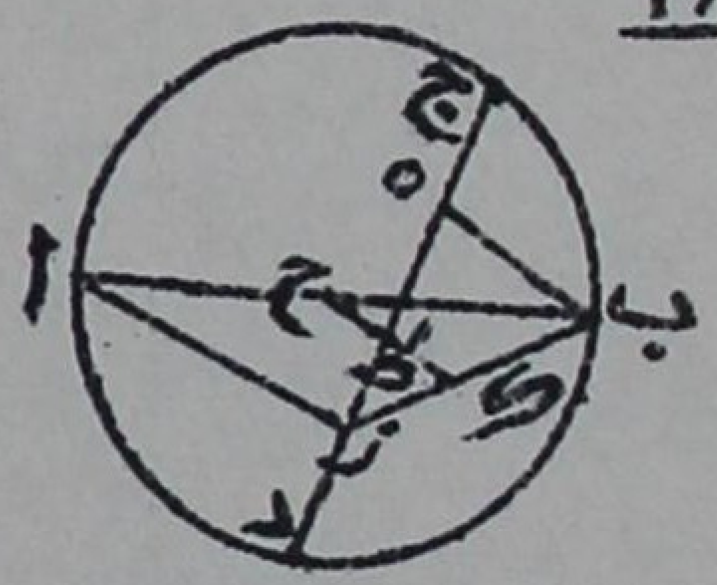
---

(١) [illegible] الشكل الحادي والعشرون [illegible]

ش ۲۰



ش ۲۱



ماخوذات ص ۱۵

ازاوية - اج ه - اعظم من زاوية - ا د ج - بجميع زاوية - ب ه ج - اعنى جميع
زاويتى - اب ه - اج ه - اعظم من جميع زاويتى - اب د - اج د - الجزء من كله
هذا خلف ثم ليكن - ا د - اقصر من - اب - ونجعل - ا ز - مثل - اب -
ونصل - ب ز - زج - ونبين بمثل مابينا ان زاوية - ب زج - بل زاويتى - اب
د - اج ز - اصغر من زاويتى - اب د - اج د - الكل من جزئه هذا خلف ٥
فاذا الحكم ثابت (١).

(يج) اذا تقاطعا خطا - اب - ج د - فى دائرة وكان - اب - قطرها دون
ج د - واخرج من نقطتى - اب - عمودان على - ج د - وهما - از - ب
ه - فانهما يفصلان منه - ج ه - د ز - متساويين فنصل - ز ب - ونخرج من
ح - وهى المركز عمود - ح ط - على - ج د - ونخرجه الى - ك - من - ١٠
ز ب - فلأن - ح ط - عمود من المركز على - ج د - فهو ينصفه على - ط -
ولأن - ح ط - از - عمودان عليه فهما متوازيان ولأن - ب ح - مساو -
لح ا - يكون - ب ك - مساويا - لك ز - ولتساويهما وكون - ب ه -
موازيا - لك ط - يكون - ه ط - مساويا - لط ز - ويبقى من - ط ج -
ط د - المتساويين - ه ج - ز د - متساويين وذلك ما اردناه (٢).

(يد) اذا كان - اب - نصف دائرة وفصل من قطرها وهو - اب - ١٥
اج - ب د - متساويين وعمل على خطوط - اج - ج د - د ب - انصاف دوائر
وليكن مركز نصفى دائرتى - اب - ج د - نقطة - ه - وكان - ه ز - عمودا
على - اب - واخرج الى - ح - فان الدائرة التى قطرها - ز ح - مساوية
للسطح الذى يحيط به نصف الدائرة العظمى ونصفا الدائرتين اللتين داخلة
ونصف الدائرة الوسطى الذى هو خارج عنه وهو الشكل الذى يسميه ٢٠
ارشميدس سالينون فلأن - د ج - نصف على - ه - وزيد فيه - ج ا - يكون
مربعا - د ا - اج - مثل مربعى - د ه - ه ا - ولكن - ز ح - مساو - لد ا

---

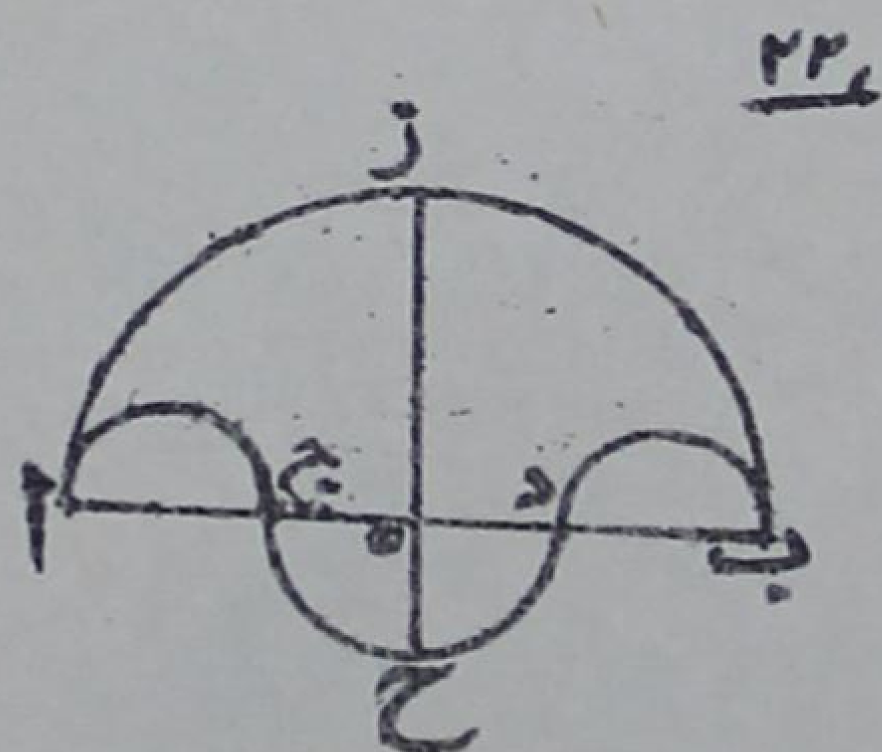
(١) الشكل العشرون - . ٢ (٢) الشكل الحادى والعشرون - ٢١ .

فمربعا – زح – اج – مثلا مربعي – ده – ه ا – ولأن – اب – مثلا – اه – و – ج د
مثلا – ه د – يكون مربعا – اب – دج – اربعة امثال مربعي – ده – ه ا –
بل مثلي مربعي – زح – اج – ولذلك يكون الدائرتان اللتان – اب – ج د –
مثلي اللتين قطراهما – زح – اج – ونصفا اللتين قطراهما – اب – جد – مساويان
للدائرتين اللتين قطراهما – زح – اج – لكن الدائرة التي قطرها – اج –
مساو لنصفي – اج – ب د – فاذا القينا منهما نصفي – اج – ب د – المشتركين يبقى
الشكل الذي يحيط به اربعة انصاف دوائر – اب – اج – ج د – د ب – وهو الذي
يسميه ارشميدس سالينون مساويا للدائرة التي قطرها – زح – وذلك
ما اردناه (١) .

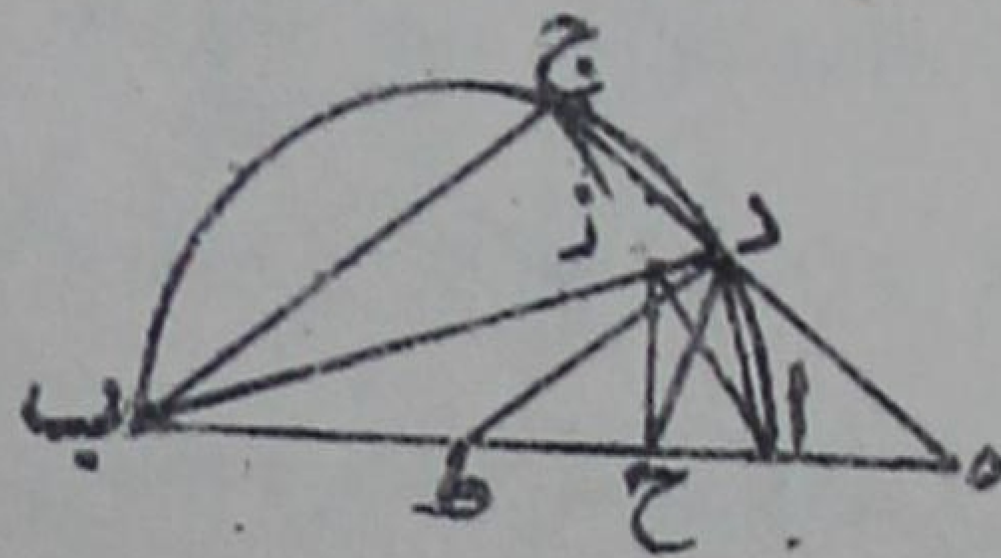
(يه) اذا كان – اب – نصف دائرة – و – اج – وتر المخمس ونصف
– اج – على – د – ووصل – دج – واخرج فوقع على – ه – ووصل – د ب
فقطع – ج ا – على – ز – واخرج من – ز – عمود – زح – على – اب – كان خط
– ح ه – مساويا لنصف قطر الدائرة فنصل خط – ج ب – وليكن المركز – ط
ونصل – ط د – ح ج – اد – فلأن زاوية اب ج – التي قاعدتها ضلع
المخمس خمسا قائمة وكل واحدة من زاويتي – ج ب د – د ب ا – خمس قائمة
زاوية – د ط ا – مثلا زاوية – د ب ط – فزاوية – د ط ا – خمسا قائمة
ولأن في مثلثي – ج ب ز – ح ب ز – زاويتي – ب – متساويتان وزاويتي
ح – ج – قائمتان وضلع – زب – مشترك يكون – ب ج – مساويا – لب
ح – ولأن في مثلثي – ج ب د – ح ب د – ضلعي – ج ب – ب ح –
متساويان وكذلك زاويتا – ب – وضلع – ب د – مشترك يكون زاويتا
ب ج د – ب ح د – متساويتين وكل واحد منهما ستة اخماس، هي مساوية
لزاوية – داح – الخارجة من ذي اربعة اضلاع – ب ا د ج – الذي في الدائرة
فتبقى زاوية – د ا ب – مساوية لزاوية – د ح ا – ويكون – د ا – مساويا –

---

(١) الشكل الثاني والعشرون – ٢٢ .



ماخوذات صہ ۱۶



ماخوذات ص۱۷

لدح - ولأن زاوية - د ط ح - خمسا قائمة وزاوية - د ح ط - ستة اخماس قائمة تبقى زاوية - ط د ح - خمسى قائمة ويكون - د ح - مثل ح ط - ولأن زاوية - ا د ه - خارجة ذى اربعة اضلاع - ا د ج ب - الذى فى الدائرة فهى مثل زاوية - ج ب ح - وهى خمسا قائمة ومساوية لزاوية - ح د ط - ولأن فى مثلثى - ه د ا - ط د ح - زاويتى - ه د ا - ط د ح - متساويتان وكذلك زاويتا - د ا ه - د ح ط - وضلعا - د ا - د ح - يكون ه ا - مثل - ط ح - ونجعل - ا ح - مشتركا فيكون - ه ح - مثل - ا ط - وذلك ما اردناه (١) .

وهنالك استبان ان خط - د ه - مساو لنصف قطر الدائرة لأن زاوية - ه - مثل زاوية - د ط ح - فيكون خط - د ط - مساويا لخط - د ه - .

واقول ان - ه ج - مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين على د - وقسمة الاطول - ه د - وذلك لأن - ه د - وتر السدس - و - د ج - وتر العشر وقد تبين ذلك فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثالثة عشر من الاصول وذلك ما اردناه .

تم الماخوذات لارشميدس

وفرغ المصنف رحمه الله منه (ز ز ك ه) خنيج والكاتب من نسخه يوم الاحد الثامن والعشرين من رمضان سنة تسع وتسعمائة فى مدينة تبريز .

(تمت الرسالة بعونه تعالى)

---

(١) الشكل الثالث والعشرون - ٢٣ .

كتاب فى جرمى النيرين وبعديهما

لارسطرخس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لا زالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب ارسطرخس

فى جرمى النيرين وبعديهما — سبعة عشر شكلا

صدر الكتاب

نضع ان القمر يقبل الضوء من الشمس وان قدر الارض عند فلك ٥
البروج قدر المركز والنقطة .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء حاذى حينئذ بصرنا الدائرة
العظمى منه الموازية للدائرة الفاصلة بين الجزء المظلم والجزء المضئ من جرمه .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء كان حينئذ بعده من الشمس اقل
من ربع الدور بجزء من ثلاثين من الربع . ١٠

عرض ظل الارض مقدار قمرين .

القمر يؤتر جزءا من خمسة عشر جزءا من برج .

فيصير على حسب ما وضعنا بعد الشمس من الارض اكثر من ثمانى
عشرة مرة مثل بعد القمر من الارض واقل من عشرين مرة مثل
بعد القمر من الارض . ١٥

ونسبة قطر الشمس الى قطر القمر هذه النسبة بعينها وذلك يتبين من
الاصل الذى وضعناه فى انتصاف القمر فى الضوء .

نسبة

نسبة قطر الشمس الى قطر الارض اعظم من نسبة التسعة عشر الى الثلاثة واقل من نسبة الخمسة والاربعين الى الستة .

وهذا يتبين من النسبة الموجودة بين الابعاد ومن الاصل الموضوع فى الظل .

ويتبين ايضا مما قلنا ان القمر يوتر جزءا من خمسة عشر جزءا من ٥ برج .

الاشكال

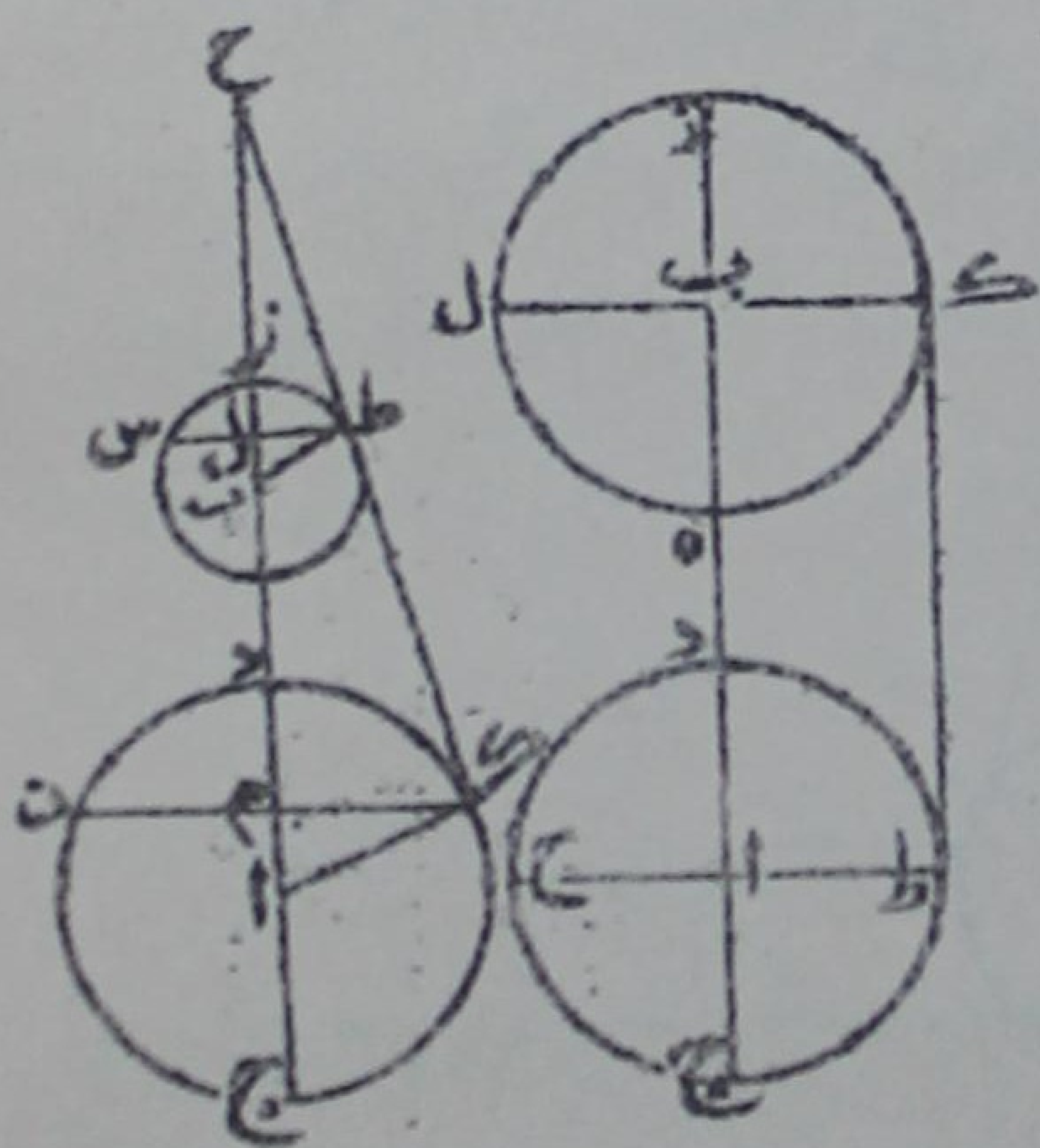
(ا) اذا كانت كرتان متساويتين امكن ان يحيط بهما اسطوانة واذا كانتا غير متساويتين كان الذى يحيط بهما مخروطا رأسه يلى اصغرهما والخط الذى يمر بمركزيهما عمودا على كل واحدة من الدائرتين اللتين عليهما يماس ١٠ سطح الاسطوانة او المخروط كلتى الكرتين فليكن اولا كرتان متساويتين مركزاهما ـ ا ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه فى الجهتين الى ـ ج ز ـ وليمر سطح بخط ـ ا ب ـ فتحدث منه فى الكرتين عظيمتا ـ ط ج د ـ ك ه ز ـ ولنخرج من نقطتى ـ ا ـ ب ـ فى ذلك السطح عمودى ـ اح ـ ب ل ـ على خط ـ ا ب ـ وليخرجا فى الجهة الاخرى الى سطح الكرة على ـ ط ك ـ ١٥ ونصل ـ ط ك ـ فلأن خطى ـ ا ط ـ ب ك ـ متساويان متوازيان يكون ا ب ـ مساويا وموازيا ـ لط ك ـ والزوايا قائمة فسطح ـ ا ط ك ب ـ متوازى الاضلاع قايم الزوايا واذا اثبت ضلع ـ ا ب ـ وادير السطح الى ان يعود الى موضعه وادير معه نصفا دايرتى ـ ج ط د ـ ه ك ز ـ احدث السطح اسطوانة مستديرة والنصفان لزما سطحى الكرتين فى جميع الدور ٢٠ واحدث نصفا قطرى ـ ا ط ـ ب ك ـ دائرتين عظميتن مماستين لسطح الكرة لأن نقطتى ـ ط ك ـ لا تفارقان سطحيهما فى جميع الدور ويكون ـ ا ب ـ عليهما عمودا لثبات قيامه على الخطين فى جميع الدور ولأن ـ ك ط ـ يماس الدائرتين فى جميع الدور فالاسطوانة محيطة بالكرتين على الدائرتين ثم لتكن الكرتان غير

متساوتين وليكن اعظمهما التى مركزها ـ ا ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه فى كلتى
الجهتين ونجيز سطحا به فتحدث فيهما عظيمتا ـ ج د ـ ه ز ـ ويكون ـ ا د ـ
اطول من ـ ب ز ـ ونفصل ـ د م ـ مساويا ـ لز ب ـ ونجعل نسبة ـ ا م ـ
الى ـ م د ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ح ـ ويكون ـ ب ح ـ اطول من
٥ ب ز ـ وذلك لأن ـ ا ب ـ اطول من ـ ا م ـ فنسبة ـ ا ب ـ الى ـ م د ـ
اعنى الى ـ ب ز ـ اعظم من نسبة ـ ا م ـ الى ـ م د ـ ونسبة ـ ا ب ـ الى
خط اطول من ـ ب ز ـ يكون كنسبة ـ ا م ـ الى ـ م د ـ ونحن جعلنا نسبة ـ
ا م ـ الى ـ م د ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ح ـ فب ح ـ اطول من ـ ب
ز ـ وبالتركيب تكون نسبة ـ ا م ـ الى ـ د م ـ اعنى الى ـ ب ز ـ كنسبة
١٠ ا ح ـ الى ـ ح ب ـ ونخرج من ـ ح ـ خطا يماس دائرة ـ ه ز ـ وهو ـ
ه ح ـ ونصل ـ ط ب ـ ونخرج ـ ا ك ـ موازيا ـ لط ب ـ ونصل
ط ك ـ فلأن نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ا د ـ الى ـ ب ز ـ بل
كنسبة ـ ا ك ـ الى ـ ب ط ـ و ـ ا ك ـ مواز ـ لب ط ـ يكون ـ ط ك ـ
على استقامة ـ ح ط ـ فزاوية ـ ح ط ب ـ القائمة مساوية لزاوية ـ ح
١٥ ك ا ـ فح ك ـ مماس لدائرة ـ ج د ـ ونخرج من نقطتى ـ ط ـ ك ـ عمودى
ط ل ـ ك م ـ على ـ ح ا ـ واذا اثبت ـ ج ح ـ وادير نصفا دائرتى ـ ج
ك د ـ ه ط ز ـ مع مثلث ـ م ك ح ـ الى ان يعود الى مواضعها لزم
النصفان سطحى الكرتين واحدث مثلث ـ م ك ح ـ مخروطا رأسه ـ ح ـ
وقاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ م ك ـ ويكون المخروط على تلك الدائرة
٢٠ مماسا للكرة لكون نقطة ـ ك ـ دائما على سطحها وحدث من خط ـ ل ط ـ
دائرة اخرى على كرة ـ ه ز ـ كذلك ويكون ـ ا ح ـ عمودا على الدائرتين
وتكون نقطتا ـ م ـ ل ـ مركزى الدائرتين وذلك ما اردناه (١).

(ب) اذا قبل الضوء كرة صغرى من كرة عظمى منها كان الجزء المضئ منها
اعظم من نصفها فيقبل الضوء كرة مركزها ـ ا ـ عن كرة اعظم مركزها

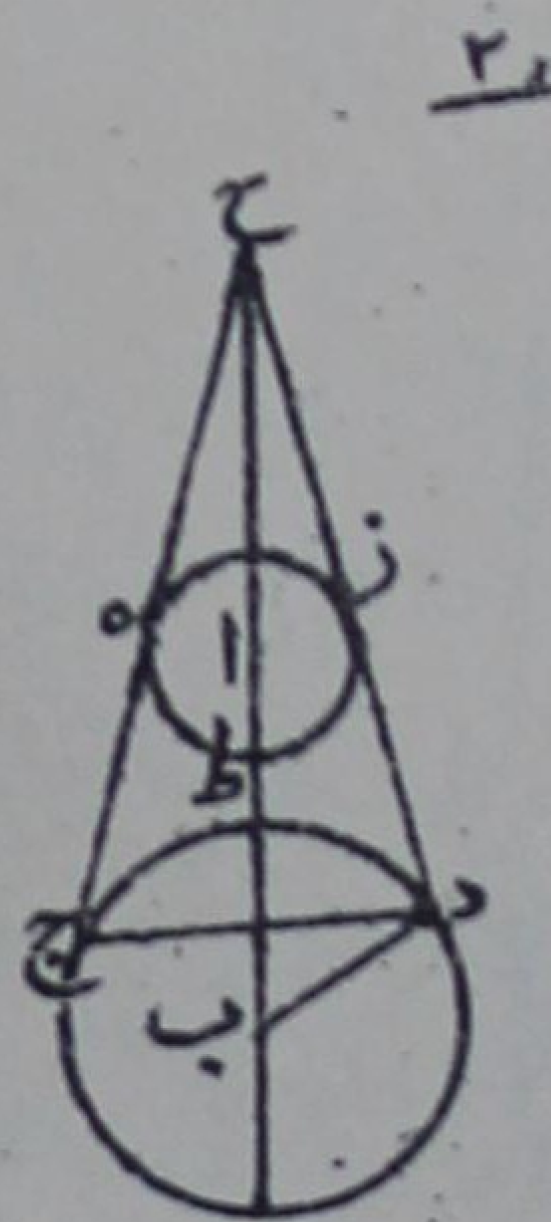
ـب

(١) الشكل الواحد ـ ١ ـ .



فی جرمی النیرین ص ٣

ش ۲



– ب – وليحط بهما مخروط رأسه – ح – ومحوره – ح ب – وليمر به سطح
كيف اتفق ولتحدث عنه فى الكرتين عظيمتا – ج د – ه ز – وفى المخروط خطا
– ح ج – ح د – ونصل – ج د – ه ز – فالقطعة من الكرة التى عليها – ه ط ز –
وقاعدتها الدائرة التى قطرها – ه ز – هى التى تقبل الضوء لكونها محاذية
لكرة – د ج – لأن خطى – ج ه – د ز – من خطوط الشعاعات الواصلة ٥
بينهما ومركز الكرة فى قطعة – ه ط ز – فهى اعظم من نصف الكرة وذلك
ما اردناه (١).

(ج) الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضئ من جرم القمر هى اصغر مايكون عند
مايكون رأس المخروط المحيط بالنيرين على ابصارنا يعنى عند مقاطرتهما الارض
فى الاجتماع وفى سائر الاوضاع يكون اعظم من ذلك فليكن بصرنا – ا – ١٠
ومركز الشمس – ب – ومركز القمر عند مايكون رأس المخروط على بصرنا
– ج – وفى غير ذلك الوضع – د – وخط – اج ب – مستقيم ونصل – ب د
ونخرجه من جانب – د – ونخرج السطح المار بخطى – ب ا – ب د –
فتحدث عنه فى الاكر دوائر عظام هى – ن ح – ك ط – م ل – وفى المخروط
خطوط – ا ز – ا ح – ه ن – ه س – ونصل – ط ك – ل م – وليكن ١٥
مدار القمر – ج د – فلأن نسبة نصف قطر دائرة – د ح – الى نصف قطر
دائرة – ط ك – كنسبة – ا ب – الى – ا ج – ونسبة نصف قطر دائرة
– ز ح – الى نصف قطر دائرة – ل م – كنسبة – ه ب – الى – ه د – تكون
نسبة – ب ا – الى – ا ج – كنسبة – ب ه – الى – ه د – وبعد التفصيل
والابدال نسبة – ب ج – الى – ب د – كنسبة – ج ا – الى – د ه – ٢٠
و – ب ج – اقصر من – ب د – لأن اقصر الخطوط الخارجة من – ب –
الى محيط دائرة – ج د – اعنى مدار القمر هو – ب ج – المار بابصارنا
وهو المركز – فج ا – اقصر من – د ه – وليكن – د ع – مثل – ج ا – ونخرج
من – ع – ع ف – ع ق – المماسين لدائرة – م ل – ونصل – ف ق – فخطوط

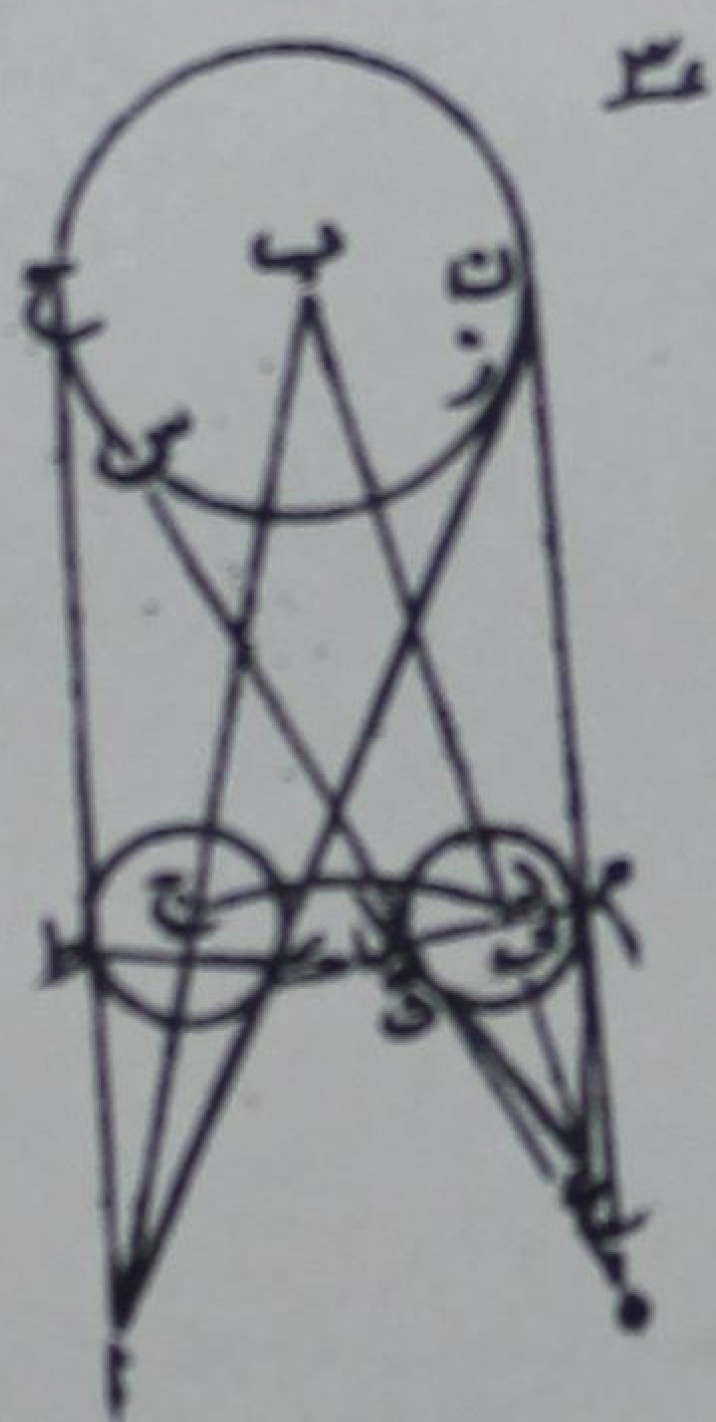
(١) الشكل الثانى – ٢ –

ـ ا ط ـ ا ك ـ ع ف ـ ع ق ـ تماس دائرتين متساويتين ونخرج من بعدين
متساويين فهى متساوية وتحيط زوايا متساوية ويكون لذلك ـ ف ق ـ مساويا
ـ لك ط ـ وف ق ـ اقصر من ـ م ل ـ فم ل ـ اطول من ـ ك ط ـ والدائرة
التى قطرها ـ كَ ط ـ و ـ ا ب ـ عمود عليها اقصر من التى قطرها ـ م ل ـ و ـ
٥ ه ب ـ عمود عليها فاذا الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر عند
مقاطرة النيرين للارض فى الاجتماع اصغر منها فى سائر الاوضاع وذلك
ما اردناه (١).

(د) لا فرق فى الحس بين الدائرة العظمى التى فى القمر وبين الفاصلة
بين المضىء والمظلم من جرمه فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز القمر عند كون رأس
١٠ المخروط المحيط به وبالشمس على بصرنا ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ وليمر سطح
ما ـ باب ـ فتحدث فى القمر عظيمة ـ ج د زه ـ وفى المخروط خطا ـ ا ج ـ ا د
ونصل ـ ج د ـ والدائرة التى قطرها ـ ج د ـ و ـ ا ب ـ عمود عليه هى
اصغر الدوائر الفاصلة بين مضىء القمر ومظلمه ولنخرج من ـ ب ه ـ ب ز
موازيا ـ لج د ـ فنقول لا فرق فى الحس بين الدائرة التى قطرها ـ ج د ـ وبين
١٥ التى قطرها ـ ه ز ـ و ـ ا ب ـ عمود على كليهما ولنفرض كل واحدة من ـ ك
ح ـ ك ط ـ مثل نصف ـ ج ه ـ ونصل ـ ا ح ـ ا ط ـ ب ح ـ ب ط
ب ج ـ ب د ـ فلأن القمر يوتر جزءا من خمسة عشر من برج فهو يوتر
جزءا من خمسة واربعين من ثلاثة بروج فتكون زاوية ـ ج ا د ـ جزءا من
خمسة واربعين من زاوية قائمة وزاوية ـ ب ج ا ـ قائمة فزاوية ـ ج ا ب
٢٠ جزء من خمسة واربعين من نصف قائمة ونسبتها الى نصف قائمة اعظم من نسبة
ب د ـ الى ـ ج ا ـ و ـ ج ب ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط
ج ا ـ فهو اذا اقل كثيرا من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ وخط
ج ب ـ مساو لخط ـ ب ك ـ فخط ـ ب ك ـ اقل من جزء من خمسة واربعين
من خط ـ ب ا ـ واذا فصلنا يكون ـ ب ك ـ اقل من جزء من اربعة واربعين

من

(١) الشكل الثالث ـ ٣



[illegible] من متساويين ويخرج [illegible]

[illegible] ويكون لذلك [illegible]

[illegible] أطول من [illegible]

[illegible] القمر من التي قطرها [illegible]

[illegible] الدائرة الفاصلة بين الظل والظلمة [illegible] القمر [illegible]

[illegible] في الاجتماع أصغر منها في سائر الأوضاع [illegible]

[illegible] بين الدائرة العظمى التي في القمر وبين الفاصلة

[illegible] من بصرنا [illegible] ومركز القمر عند كون [illegible]

[illegible] من بصرنا [illegible] ونصل [illegible] اب [illegible]

[illegible] ج د [illegible] وفي المخروط خطا [illegible] اج [illegible]

[illegible] التي قطرها [illegible] ج د [illegible] اب [illegible] عمود [illegible]

[illegible] القمر [illegible] ونخرج [illegible]

[illegible] الدائرة التي قطرها [illegible]

[illegible]

[illegible] نصف [illegible] ج د [illegible] ونصل [illegible]

ب ج [illegible] فلأن القمر [illegible] جزءا من خمسة عشر [illegible]

جزءا من خمسة وأربعين من ثلاثة [illegible] زاوية [illegible] جزءا من

خمسة وأربعين من زاوية قائمة وزاوية [illegible] ب ج ا [illegible] قائمة وزاوية [illegible]

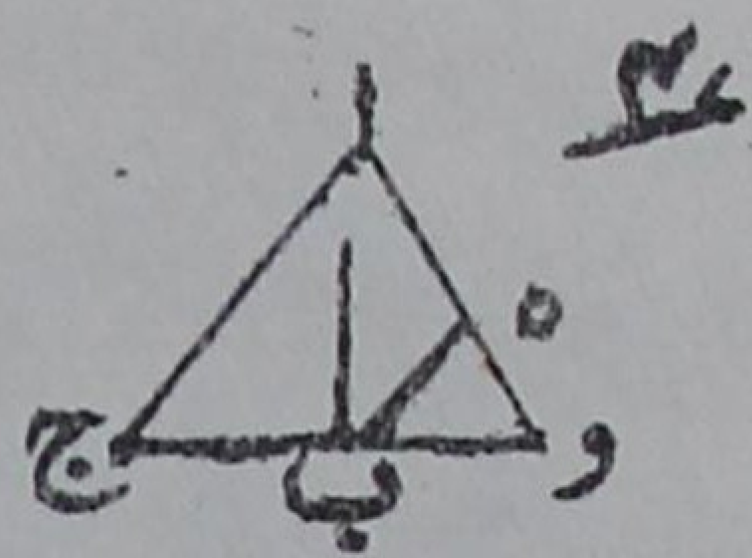
جزء من خمسة وأربعين من نصف قائمة ونسبتها إلى نصف قائمة أعظم من نسبة

[illegible] أقل من جزء من خمسة وأربعين [illegible]

[illegible] من خمسة وأربعين من خط [illegible]

[illegible] أقل من جزء من خمسة وأربعين

[illegible] أقل من جزء من أربعة وأربعين



في جرمي النيرين صـ

من خط - ك ا - فخط - ب ح - اقل كثيرا من جزء من اربعة واربعين عن خط
- ح ا - ونسبة خط - ب ح - الى خط - ح ا - اعظم من نسبة زاوية - ب ا ح
الى زاوية - ح ب ا - فزاوية - ب ا ح - اقل كثيرا من جزء من اربعة
واربعين من زاوية - ح ب ا - فزاوية - ح ا ط - ايضا اقل من جزء من
اربعة واربعين من زاوية - ح ب ط - وزاوية - ح ب ط - مساوية
لزاوية - ه ب ج - التى هى مثل زاوية - ج ا ب - فزاوية - ح ا ك
ايضا اقل من جزء من اربعة واربعين من زاوية - ج ا ب - وزاويه - ج
ا ب - جزء من تسعين من قائمة فزاوية - ح ا ط - اقل من جزء من ثلاثة
آلاف وتسعمائة وستين من قائمة والجزء الذى يرى من زاوية هذا مقدارها
ليس يدركه بصرنا وقوس - ح ط - مساوية لقوس - ج ه - فقوس - ج ١٠
ه - يكون اخفى عن حسنا كثيرا لأنا اذا وصلنا - ا ه - يكون زاوية - ه ا ج
اصغر من زاوية - ح ا ط - فليس بين نقطة - ه - وبين نقطة - ج - فرق
فى الحس وكذلك بين - ز - و - د - فاذا لا فرق بين - ج د - و - ه ز
ولا بين دائرتيهما وذلك ما اردناه (١) .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء وحينئذ حاذى بصرنا الدائرة ١٥
العظمى منه يعنى تكون تلك الدائرة وبصرنا فى سطح واحد وذلك لأن
الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضىء من القمر تكون حينئذ محاذية لبصرنا الا انه
لما لم يكن فى الحس فرق بين الدائرة المذكورة وبين الدائرة العظمى منه حكمنا
بكون الدائرة العظمى منه محاذية لبصرنا .

(٥) القمر يتحرك فى دائرة هى اقرب الينا من دائرة الشمس واذا انتصف ٢٠
فى الضوء كان بعده من الشمس اقل من ربع الدائرة فليكن البصر - ا
ومركز الشمس - ب - ونصل - ا ب - ونخرجه الى - ط - ونخرج السطح
المار - باب - وبمركز القمر اذا انتصف فى الضوء فالقطع الذى يحدث عنه فى
فلك الشمس عظيمة وليكن - ب ج د - ونقيم على نقطة - ا - عمودا على - اب

---

(١) الشكل الرابع - ٤

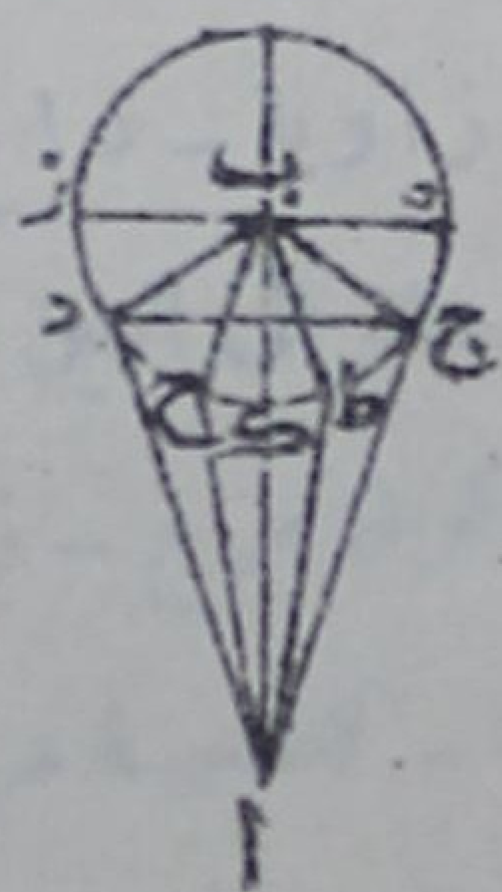
وهو ـ د ا ج ـ ونقول يجب ان يكون مركز القمر عند انتصافه فى الضوء فيما
بين خطى ـ ا ب ـ ا د ـ والا فليكن اولا بين خطى ـ ا ط ـ ا د ـ كمركز
ه ـ ولتكن الدائرة العظمى منه الموازية الفاصلة بين المضئ والمظلم دايرة ـ ك
وهى مع بصرنا فى سطح واحد ونصل ـ ا ه ـ ب ه ـ فاه ـ فى ذلك السطح
٥ و ب ه ـ محور المخروط المحيط بالقمر والشمس وهو قائم على الدائرة الفاصلة
بين المضئ والمظلم من القمر وعلى دائرة ـ ك ـ فزاوية ـ ب ه ا ـ قائمة وزاوية
ب ا ه ـ منفرجة وهما فى مثلث ـ ه ب ا ـ هذا خلف وايضا ليكن على خط
ا د ـ كمركز ـ ز ـ ولتكن الدائرة العظمى منه ـ ل ـ وبالبيان المذكور يلزم
ان يكون فى مثلث ـ ز ب ا ـ زاويتا ـ ز ـ ا ـ قائمتين هذا خلف فاذا مركز
١٠ القمر عند انتصاف الضوء يكون فيما بين خطى ـ ا د ـ ا ب ـ .

واقول انه يقع داخل قوس ـ ب د ـ والا فليقع خارجها كنقطة ـ م
ولتكن دائرته العظمى فى السطح المذكور ـ س ـ ونصل ـ ا م ـ ب م ـ
وبالبيان المذكور تكون زاوية ـ ا م ب ـ قائمة فزاوية ـ ا ب م ـ اصغر من
قائمة ويلزم ان يكون ـ ا م ـ اصغر من ـ ا ب ـ المساوى ـ لا ن ـ فالكل
١٥ اصغر من جزئه هـذا خلف فاذا ليس مركز القمر خارج ـ ب د ـ فالقمر
يتحرك دون الشمس وبعده عنها عند انتصاف الضوء اقل من الربع وذلك
ما اردناه (١) .

(و) بعد الشمس من الارض اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل بعد القمر
من الارض واقل من عشرين مرة فليكن البصر ـ ا ـ ومركز الشمس ـ ب
٢٠ ونصل ـ ا ب ـ ونخرج السطح المار بخط ـ ا ب ـ وبمركز القمر عند انتصافه
فى الضوء فتحدث فى فلك الشمس دائرة ـ ب ج د ـ وليمر ـ با ـ خط ـ ج ا د
وليقم ـ ب د ـ عمودا عليه فمركز القمر فيما بين خطى ـ ا د ـ ا ب ـ وقوس
ب د ـ ولتكن نقطة ـ ه ـ ونصل ـ ب ه ـ ا ه ـ ونقول ان ـ ب ا ـ اكثر
من ثمانى عشرة مرة مثل ـ ا ه ـ واقل من عشرين مرة مثله ونتمم سطح

---

(١) الشكل الخامس ـ ه   (١)   ا ب


ب
ز
و
د
ج
ط
ك
ح
ا
ه

اب زد ـ المتوازى الاضلاع ونخرج ـ اه ـ الى ـ ح ـ ونصل ـ از ـ
وننصف زاوية ـ زاد ـ بخط ـ اط ـ فلأنا وضعنا ان بعد القمر عن الشمس
وقت انتصاف الضوء اقل من ربع دائرة بجزء من ثلاثين من الربع تكون
قوس ـ ل ج ـ جزءا من ثلاثين من قوس ـ د ب ـ ونسبة قوس ـ ل د
الى قوس ـ د ب ـ كنسبة زاوية ـ دال ـ الى زاوية ـ داب ـ فزاوية ٥
لاد ـ جزء من ثلاثين من زاوية ـ باد ـ وجزء من خمسة عشر من زاوية ـ داز
وزاوية ـ داز ـ ضعف زاوية ـ داط ـ فنسبة زاوية ـ داط ـ الى زاوية
داح ـ كنسبة الخمسة عشر الى الاثنين ونسبة خط ـ ط د ـ الى خط ـ ح د
اعظم من نسبة زاوية ـ داط ـ الى زاوية ـ داح ـ فنسبة خط ـ د ط ـ
الى خط ـ دح ـ اعظم من نسبة خمسه عشر الى اثنين ولان خط ـ د ز ـ مساو ١٠
لخط ـ دا ـ وزاوية ـ زدا ـ قائمة تكون مربع ـ زا ـ ضعف مربع ـ اد ـ
ونسبة مربع ـ از ـ الى مربع ـ اد ـ كنسبة مربع ـ زط ـ الى مربع
ـ ط د ـ فنسبة مربع ـ زط ـ الى مربع ـ ط د ـ كنسبة خمسين الى خمسة
وعشرين وهى اعظم من نسبة تسعة واربعين الى خمسة وعشرين فنسبة ـ زط
الى ـ ط د ـ اعظم من نسبة سبعة الى خمسة وبالتركيب نسبة ـ زد ـ الى ـ ط د ١٥
اعظم من نسبة اثنى عشر الى خمسة اعنى من نسبة ستة وثلاثين الى خمسة عشر
ونسبة ـ ط د ـ الى ـ دح ـ اعظم من نسبة خمسة عشر الى اثنين فبالمساواة
نسبة ـ زد ـ الى ـ دح ـ اعظم من نسبة ستة وثلثين الى اثنين اعنى من نسبة
ثمانية عشر الى واحد فخط ـ زد ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ دح ـ
وخط ـ زد ـ مثل ـ اد ـ فخط ـ اد ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ٢٠
دح ـ ونسبة ـ اد ـ الى ـ دح ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ا ـ فخط ـ ب ه
ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ه ا ـ فخط ـ اب ـ ايضا اكبر من ثمانية
عشر مثلا لخط ـ ه ا ـ.

ونقول انه اقل من عشرين مرة مثله ولنجيز على ـ ل ـ خطا موازيا

لا د - وهو - ل ك - ونرسم حول مثلث - ل ا ك - دائرة قطرها خط - ا ل
لكون زاوية - ك - قائمة ونعمل فيها ضلع مسدس وهو - ا م - ولان زاوية
داح - جزء من ثلاثين من قائمة وجزء من ستين من قائمتين ونسبة زاوية
ا ل ك - الى زاويتين قائمتين كنسبة قوس - ك ا - الى القوس المؤتر للقائمتين
٥ وهى مثل نسبتها الى جميع الدائرة فقوس - ك ا - جزء من ستين من محيط الدائرة
وا م - ضلع مسدس فقوس - ا م - عشرة امثال قوس - ك ا - ونسبة قوس
ا م - الى قوس - ا ك - اعظم من نسبة خط - ا م - الى خط - ا ك - فخط
ا م - اقل من عشرة امثال خط - ا ك - وخط - ا ل - ضعف - ا م - فخط
ا ل - اقل من عشرين مرة مثل خط - ا ك - وخط - ا ل - مساو لخط
١٠ ا ب - و - ا ك - مساو - لا ه - فخط - ا ب - اقل من عشرين مثلا لخط - ا ه
وقد تبين انه اكثر من ثمانية عشر مرة مثله وذلك ما اردناه (١) .

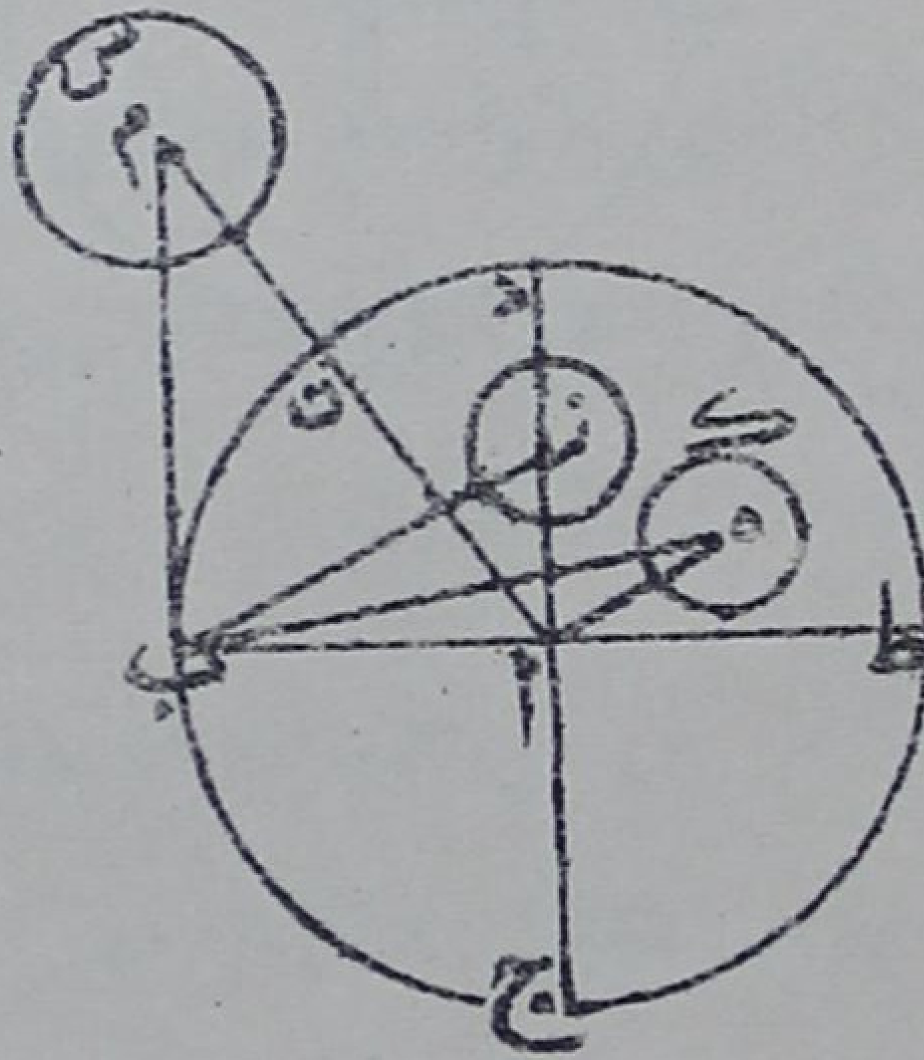
اذا انكسفت الشمس كلها بغير مكث احاط بها حينئذ وبالقمر
مخروط واحد رأسه عند بصرنا وذلك لانه لما كانت الشمس تنكسف بستر
القمر اياها ويكون ذلك لوقوعها فى المخروط المحيط بالقمر الذى رأسه
١٥ عند بصرنا فهى اما ان تنطبق على المخروط او تفضل عليه او تنقص عنه ولو كانت
تفضل لما انكسفت كلها ولو كانت تنقص لمكثت فى الكسوف فاذا تنطبق عليه
ويحيط بهما مخروط واحد وذلك ما اردناه .

(ز) قطر الشمس اكبر من ثمانية عشر مثلا لقطر القمر واقل من عشرين
مرة مثله فليكن بصرنا - ا - و - مركز الشمس - ب - ومركز القمر - ج
٢٠ واذا كان رأس المخروط المحيط بالقمر والشمس عند بصرنا كان خط - ا ج
ب - مستقيما وليمر به سطح فتحدث فيهما عظمتى - د ه - ز ح - وعلى المخروط
خطى - د ا - ا ه - ونصل - د ب - ز ج - ونخرجهما الى - ط ك - فلان
نسبة خط - ب ا - الى خط - ا ج - كنسبة خط - ب د - الى خط - ج ز
بل كنسبة - د ط - الى - ز ك - وخط - ب ا - اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط

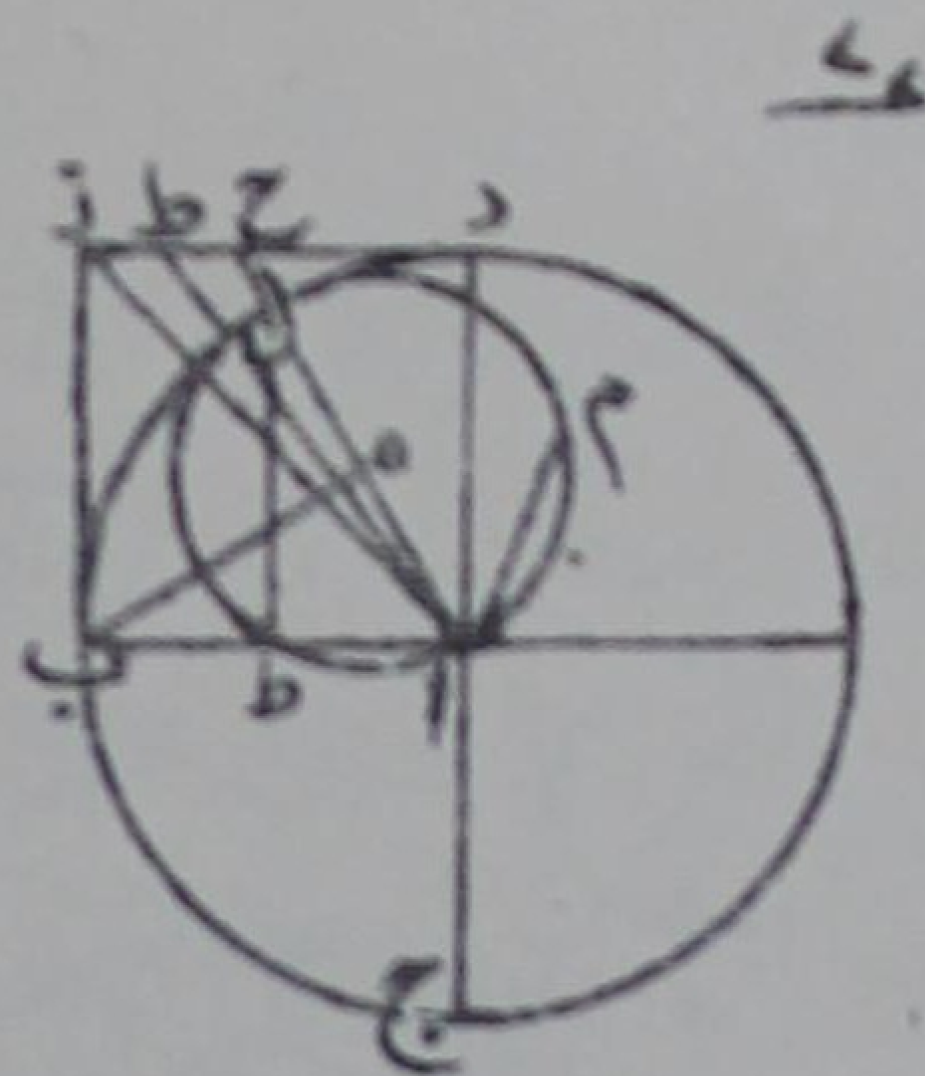
---

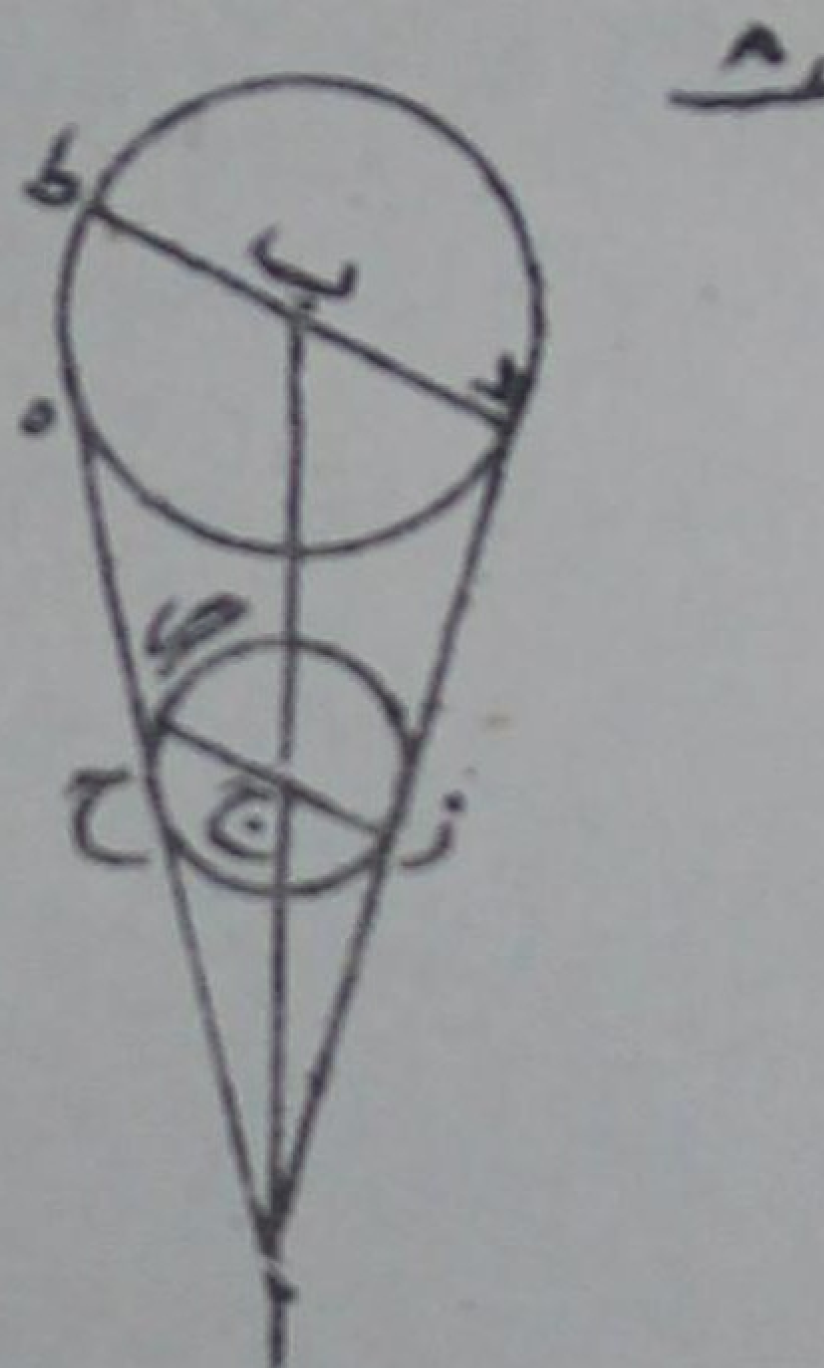
(١) الشكل السادس - ٦ - . اج-

ع٧



في جرمي النيرين منه





في جرمي النيرين ص١١

اج ـ واقل من عشرين مرة مثله يكون خط ـ د ط ـ ايضا ـ اكبر
من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ز ك ـ واقل من عشرين مرة مثله وذلك ما
اردناه (١) .

(ح) نسبة جرم الشمس الى جرم القمر اعظم من نسبة خمسة آلاف
وثمان مائة واثنين وثلثين الى واحد واقل من نسبة ثمانية آلاف الى واحد فليكن ٥
قطر الشمس ـ ا ـ وقطر القمر ـ ب ـ ولان نسبة كرة الشمس الى كرة القمر
كنسبة مكعبى قطريهما وكنسبة قطريهما مثلثة بالتكرير وكانت نسبة القطر الى
القطر النسبة المذكورة اخذنا مكعبى ثمانية عشر وعشرين فوجب منه ان تكون
نسبة جرم الشمس الى جرم القمر اعظم من نسبة (٥٨٣٢) الى الواحد واصغر
من نسبة (٨٠٠٠) اليه وذلك ما اردناه (٢) . ١٠

(ط) قطر القمر اقل من جزئين من خمسة واربعين جزءا من بعد مركز
القمر من بصرنا واكثر من جزء ثلثين منه فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز القمر
ـ ب ـ وذلك فى الوقت الذى يكون رأس المخروط المحيط بالقمر والشمس
على بصرنا ونصل ـ ا ب ـ وليمر به سطح فيحدث فى جرم القمر عظيمة ـ ج د
وفى بسيط المخروط ـ ا ج ـ ا د ـ ونصل ـ د ب ـ ونخرجه الى ـ ه ـ ١٥
ونقول ان ـ د ه ـ اقل من جزئين من خمسة واربعين جزءا من خط
ـ ا ب ـ واكثر من جزء من ثلثين منه وذلك لانه لما كانت زاوية ـ ب ا د
جزءا من خمسة واربعين من نصف قائمة ونسبة زاوية ـ ب ا د ـ الى
نصف قائمة اعظم من نسبة خط ـ ب د ـ الى خط ـ د ا ـ يكون خط
ـ د ب ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط ـ د ا ـ فيكون خط ٢٠
ـ د ب ـ اقل كثيرا من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ فخط
ـ د ه ـ ايضا اقل من جزئين من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ ونقول
ايضا انه اكبر من جزء من ثلثين منه ولنرسم على مركز ـ ا ـ وببعد ـ ا ج ـ

---

(١) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٢) الشكل الثامن ـ ٨ ـ

دائرة فهى تمر ـ بد ـ ولتكن دائرة ـ زج د ـ وليكن ـ ج ز ـ ضلع
مسدس فيها ونصل ـ ج ه ـ د ج ـ فلان زاوية ـ ج اد ـ جزء من خمسة
واربعين من قائمة تكون هى جزء ا من مائة وثمانين من اربع قوائم ونسبة
ـ ج اد ـ الى اربع قوائم كنسبة قوس ـ ج د ـ الى جميع المحيط فقوس
٥ ـ ج د ـ جزء من مائة وثمانين من المحيط وقوس ـ ج ز ـ سدسه ـ وقوس
ـ ج د ـ جزء من ثلثين من قوس ـ ج ز ـ ونسبة قوس ـ ج د ـ الى
قوس ـ ج ز ـ اصغر من نسبة خط ـ ج د ـ الى خط ـ ج ز ـ لكون قوس
ـ ج د ـ اصغر من قوس ـ ج ز ـ فخط ـ ج د ـ اكبر من جزء من ثلثين من
خط ـ ج ز ـ اعنى من خط ـ اد ـ ولان زاوية ـ ب اد ـ القائمة مساوية
١٠ لزاوية ـ دج ه ـ القائمة وزاوية ـ داب ـ مساوية لزاويه ـ ج ده ـ
فمثلثا ـ داه ـ دج ه ـ متشابهان ونسبة ـ ج د ـ الى ـ ده ـ كنسبة
ـ دا ـ الى ـ اب ـ واذا بدلنا كانت نسبة ـ ج د ـ الى ـ دا ـ كنسبة
ـ ه د ـ الى ـ اب ـ و ـ ج د ـ اكثر من جزء من ثلثين من خط
ـ دا ـ فخط ـ ه د ـ اكبر من جزء من ثلثين من خط ـ اب ـ وذلك
١٥ ماردناه. (١)

(ى) قطر الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضئ من القمر اقصر من قطر القمر و
نسبته اليه اعظم من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين فليكن نصرنا ـ ا ـ ومركز
القمر عند كون رأس المخروط المحيط بالنيرين عند بصرنا ـ ب ـ ونصل ـ اب
وليمر به سطح ما فتحدث فى القمر عظيمة ـ ج د ـ وفى سطح المخروط
٢٠ خطى ـ اج ـ اد ـ ونصل ـ دج ـ فهو قطر الدائرة الفاصلة ولنجيز على ـ ب
خطا موازياله وهو ـ ه ز ـ وهو قطر القمر و ـ ج د ـ اقصر من ـ ه ز ـ فنقول
انهما على النسبة المذكورة ونصل ـ دب ـ فلان زاوية ـ ب اد ـ جزء من تسعين
عن قائمة وزاوية ـ ب اد ـ مساوية لزاوية ـ ب د ط ـ بل لزاوية ـ د ب ه
لكون ـ ج د ـ زه ـ متوازيين فزاوية ـ د ب ه ـ جزء من تسعين من قائمة

اعنى

(١) الشكل التاسع ـ ٩ ـ

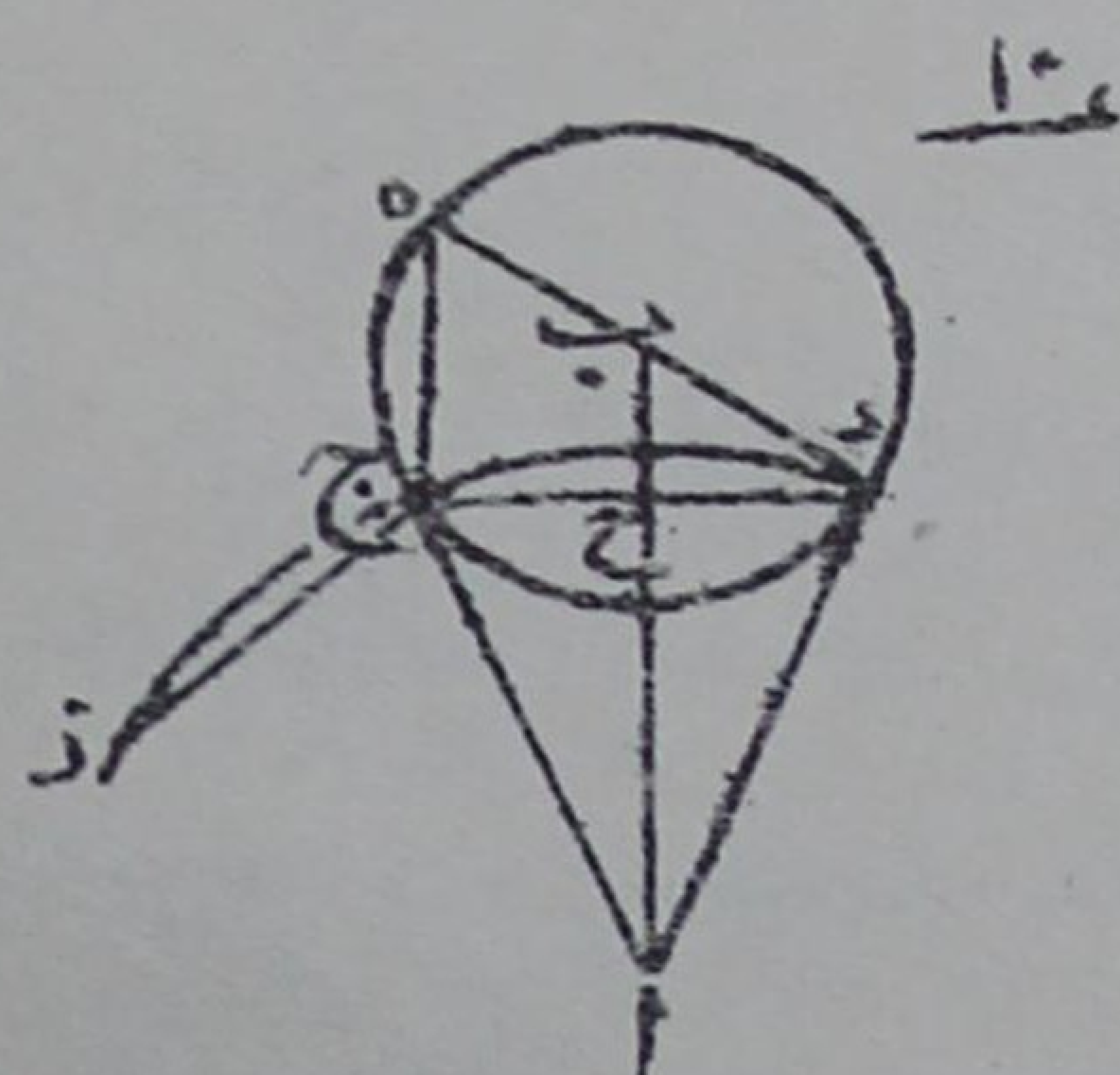
ع۹ باب

فی جرمی النیرین [illegible]

اعني من زاوية ـ ا ب هـ ـ فقوس ـ هـ د ـ جزء من تسعين من قوس ـ هـ ح ـ
وقوسا ـ د هـ ـ ج ز ـ نحو عشر جزء من تسعين من قوس ـ هـ ح ز ـ ونسبة
قوس ـ هـ ح ز ـ الى قوس ـ د هـ ـ ج ز ـ نحو من نسبة تسعين الى واحد
واذا قلنا كانت نسبة قوس ـ هـ ح ز ـ الى قوس ـ د ح ج ـ كنسبة تسعين
الى تسعة وثمانين ونسبة قوس ـ د ح ج ـ الى قوس ـ هـ ح ز ـ اقل من
نسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ هـ ز ـ فنسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ هـ ز ـ
اكبر من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين وذلك ما اردناه (١)

(يا) وتر القوس التي يفصلها ظل الارض من الدائرة التي يتحرك عليها طرفا قطر
الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر اقصر من ضعف قطر الارض (٢)
ونسبته الى قطر القمر اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وهو اقصر
من تسع قطر الشمس ونسبته [illegible] نسبة اثنين وعشرين الى مائتين وخمسة
وعشرين ونسبته الى الخط [illegible] مركز دائرة الشمس الذي يكون عمودا على
محور مخروط الظل ويقع بين سطحي المخروط اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين
الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز
الارض ـ ب ـ ومركز القمر ـ ل ـ وليقع كله في الظل اول ما يقع ونصل ـ ا ب
ونمر سطحا ـ ا ب ـ و ـ ب ل ـ فحدث في الشمس عظيمة ـ ج هـ ـ وفي
الارض عظيمة ـ ز د ـ وفي القمر عظيمة ـ ط ك م ـ وحصل سطح
المخروط ـ ج د ـ هـ ز ـ ولتكن الدائرة التي يتحرك عليها طرفا قطر الدائرة
الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر دائرة ـ ح ط ك ـ ونصل ـ ح ك ـ
فهو وتر القوس التي يفصلها الظل منها ونصل خطوط ـ ب ط ـ ب ح ـ
ح ط ـ ب ك ـ ك ط ـ ك ل ـ ل ط ـ ونخرج ـ ك ل ـ الى ـ م ـ
وكل واحد من خطي ـ ب ط ـ ب ك ـ مماس دائرة ـ ك ط م ـ وذلك
لأن كل واحد من خطي ـ ط ك ـ ط ح ـ قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ
والمظلم من القمر وذلك لأن ظل الارض بقدر قمرين وقد نصفت قوس ـ

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ (٢) صح ل ـ القمر



في جرمي النيرين ص ١٣

اعنى من زاوية ـ ا ب ه ـ فقوس ـ ه د ـ جزء من تسعين من قوس ـ ه ح ـ
وقوسا ـ د ه ـ ج ز ـ مجموعين جزء من تسعين من قوس ـ ه ح ز ـ ونسبة
قوس ـ ه ح ز ـ الى قوس ـ ه د ـ ج ز ـ مجموعين نسبة تسعين الى واحد
واذا قلبنا كانت نسبة قوس ـ ه ح ز ـ الى قوس ـ د ح ج ـ كنسبة تسعين
الى تسعة وثمانين ونسبة قوس ـ د ح ج ـ الى قوس ـ ه ح ز ـ اقل من ٥
نسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ ه ز ـ فنسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ ه ز ـ
اكبر من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين وذلك ما اردناه (١).

(يا) وتر القوس التى يفصلها ظل الارض من الدائرة التى يتحرك عليها طرفا قطر
الدائرة الواصلة بين المضئ والمظلم من القمر اقصر من ضعف قطر الارض (٢)
ونسبته الى قطر القمر اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وهو اقصر ١٠
من تسع قطر الشمس ونسبته اليه اعظم من نسبة اثنين وعشرين الى مائتين وخمسة
وعشرين ونسبته الى الخط المار بمركز دائرة الشمس الذى يكون عمودا على
محور مخروط الظل ويلقى ضلعى المخروط اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين
الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز
الارض ـ ب ـ ومركز القمر ـ ل ـ وليقع كله فى الظل اول ما يقع ونصل ـ اب ١٥
وليمر سطح ـ با ب ـ و ـ ب ل ـ فتحدث فى الشمس عظيمة ـ ج ه ـ وفى
الارض عظيمة ـ ز د ـ وفى القمر عظيمة ـ ط ك م ـ وعلى سطح
المخروط ـ ج د ـ ه ز ـ ولتكن الدائرة التى يتحرك عليها طرفا قطر الدائرة
الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر دائرة ـ ح ط ك ـ ونصل ـ ح ك ـ
فهو وتر القوس التى يفصلها الظل منها ونصل خطوط ـ ب ط ـ ب ح ـ ٢٠
ح ط ـ ب ك ـ ك ط ـ ك ل ـ ل ط ـ ونخرج ـ ك ل ـ الى ـ م ـ
وكل واحد من خطى ـ ب ط ـ ب ك ـ يماس دائرة ـ ك ط م ـ وذلك
لان كل واحد من خطى ـ ط ك ـ ط ح ـ قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ
والمظلم من القمر وذلك لأن ظل الارض بقدر قمرين وقد نصفت قوس ـ

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ ـ (٢) صف ن ـ القمر

ح ط ك - بمحور - اب ط ث - والقمر كله قد وقع فى الظل اول ما يقع
والخطوط المستقيمة التى تصل بين بصرنا وبين طرفى قطر الدائرة الفاصلة
بين المضىء والمظلم من القمر فى الكسوفات الشمسية التامة تماس القمر لان
المخروط المحيط بالقمر والشمس يكون رأسه على بصرنا فزاوية - ب ط ل -
٥ قائمة وزاوية - ب ن ك - ايضا قائمة - فن ك - مواز - لل ط - ولأن -
ح ط - مساو - لط ك - يكون خطا - ح ط - ط ك - ضعف - ط ك -
وهما اطول من - ك ح - فح ك - اقل من ضعف - ط ك - فهو اقل من
ضعف - ك م - كثيرا .

نقول فنسبته اليه اعظم من نسبة الثمانية والثمانين الى خمسة واربعين
١٠ وذلك لأنه لما كانت زاوية - ط ك ح - بل زاوية - ط ح ك - مساوية
لزاوية - ك ط ل - اعنى زاوية - ط ك ل - تكون زاوية - ح ط ك - الباقية
مساوية لزاوية - ط ل ك - الباقية فمثلثا - ح ط ك - ك ط ل - متشابهان
ونسبة - ح ك - الى - ك ط - كنسبة - ك ط - الى - ك ل - ونسبة - ك ط - الى
ك ل - اعظم من نسبة تسعة وثمانين الى خمسة واربعين فبالمساواة نسبة - ح ك
١٥ الى - ك ل - اعظم من نسبة تسعة وثمانين وهو (٧٩٢١) الى مربع خمسة
واربعين وهو (٢٠٢٥) وخط - ك م - ضعف - ك ل - فنسبة - ح ك - الى
ك م - اعظم من نسبة (٧٩٢١) الى (٤٠٥٠) ونسبة (٧١٢١) الى ٤٠٥٠) اعظم
من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وذلك لأنا ان صيرنا نسبة (٨٨)
الى (٤٥) كنسبة (٧٩٢١) الى عدد آخر كان ذلك العدد اكثر من (٤٠٥٠) فنسبة
٢٠ - ح ك - الى - ك م - اعظم كثيرا من نسبة (٨٨) الى (٤٥) وايضا فان
- ك ح - اقل من ضعف - ك م - و - ك م - اقل من جزء من ثمانية
عشر من قطر الشمس و - ك ح - اقل من تسع قطر الشمس فاقول ان نسبته
اليه اعظم من نسبة اثنين وعشرين الى مائة وخمسة وعشرين وذلك ان نسبة
- ك ح - الى - ك م - اعظم من نسبة (٨٨) الى (٤٥) ونسبة - ك م - الى

قطر

قطر الشمس أعظم من نسبة الواحد الى العشرين التي هي مثل نسبة [illegible]
[illegible] وعشرين نسبة ـ ك ح ـ الى قطر الشمس أعظم
من نسبة [illegible] التي هي مثل نسبة اثنين وعشرين الى مائتين
وخمسة وعشرين فنعمل على النقطة ـ ا ـ من خط ـ ا ب ـ خط ـ ح ف ـ عمودا
عليه ونخرج خط ـ [illegible] ـ الى نقطتي ـ ح ـ ف ـ ونقول نسبة ـ ك ح
الى ـ ح ف ـ أعظم من نسبة [illegible] وتسعة وتسعين الى عشرة آلاف ومائة
وخمسة وعشرين فنخرج من ـ ب ـ خطان مماسان لدائرة ـ ح د ـ وهما
[illegible] ونصل ـ ا ث ـ ث س
[illegible] وهو قطر الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضيء من
القمر الى خط [illegible] وهو قطر القمر كنسبة خط[1] ث س ـ الى قطر
الشمس [illegible] وهذه
النسبة مثل نسبة [illegible]

[illegible]

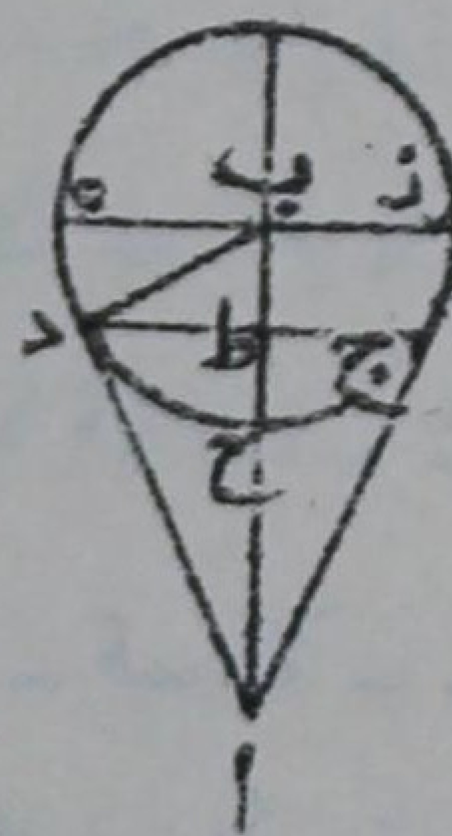
ث ا ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة قطر الشمس الى خط ـ [illegible] ـ فنسبة قطر الشمس
الى خط [illegible] أعظم من نسبة [illegible]
الى قطر الشمس أعظم من نسبة [illegible]

[illegible]

(ب) [illegible] من مركز الأرض والقمر الى [illegible]

(١) الشكل [illegible]

ش١١



في جرمي النيرين ص١٥

قطر الشمس اعظم من نسبة الواحد الى العشرين التى هى مثل نسبة خمسة واربعين الى تسعمائة فبالمساواة تكون نسبة ـ ك ح ـ الى قطر الشمس اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى تسعمائة التى هى مثل نسبة اثنين وعشرين الى مأتين وخمسة وعشرين فنجيز على نقطة ـ ا ـ من خط ـ ا ب ـ خط ـ ع ف ـ عمودا عليه ونخرج خط ـ ج د ه ز ـ الى نقطتى ـ ع ـ ف ـ ونقول نسبة ـ ك ح ـ الى ـ ع ف ـ اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فلنخرج من ـ ب ـ خطان مماسان لدائرة ـ ج ه ـ وهما خطا ـ ب ت ـ ب س ـ و لينفذا الى ـ ق ـ ز ـ ونصل ـ ا ت ـ ت س ـ ا س ـ فنسبة خط ـ ك ط ـ وهو قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر الى خط ـ ك م ـ وهو قطر القمر كنسبة خط ـ ت س ـ الى قطر الشمس لأن المخروط المحيط بالقمر والشمس هو الذى رأسه عند بصرنا وهذه النسبة مثل نسبة ـ ت ش ـ الى خط ـ ت ا ـ ونسبة خط ـ ط ك ـ الى خط ك م ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) فنسبة ـ ت ش ـ الى ـ ت ا ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) ونسبة ـ ت ش ـ الى ـ ت ا ـ كنسبة ت ا ـ الى ـ ا ق ـ لأن مثلثى ـ ا ت ش ـ ق ا ت ـ متشابهان ونسبة خط ت ا ـ الى ـ ا ق ـ كنسبة قطر الشمس الى خط ـ ق ز ـ فنسبة قطر الشمس الى خط ـ ق ز ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) ونسبة خط ـ ك ح الى قطر الشمس اعظم من نسبة (٢٢) الى (٢٢٥) فبالمساواة نسبة خط ك ح ـ الى خط ـ ق ز ـ اعظم كثيرا من نسبة الحاصل من ضرب احد المقدمين فى الآخر اعنى (٢٢) فى (٨٩) وهو (١٩٥٨) الى الحاصل من ضرب احد التاليين فى الآخر اعنى (٢٢٥) فى (٩٠) وهو (٢٠٢٥٠) واعظم ايضا من نسبة انصافهما وهما نسبة (٩٧٩) الى (١١٢٥) فنسبة خط ـ ك ح ـ الى خط ـ ع ف ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩٧٩) الى (١٠١٢٥) وذلك ما اردناه (١).

(يب) نسبة الخط الواصل بين مركزى الارض والقمر الى الجزء منه

---

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ ـ .

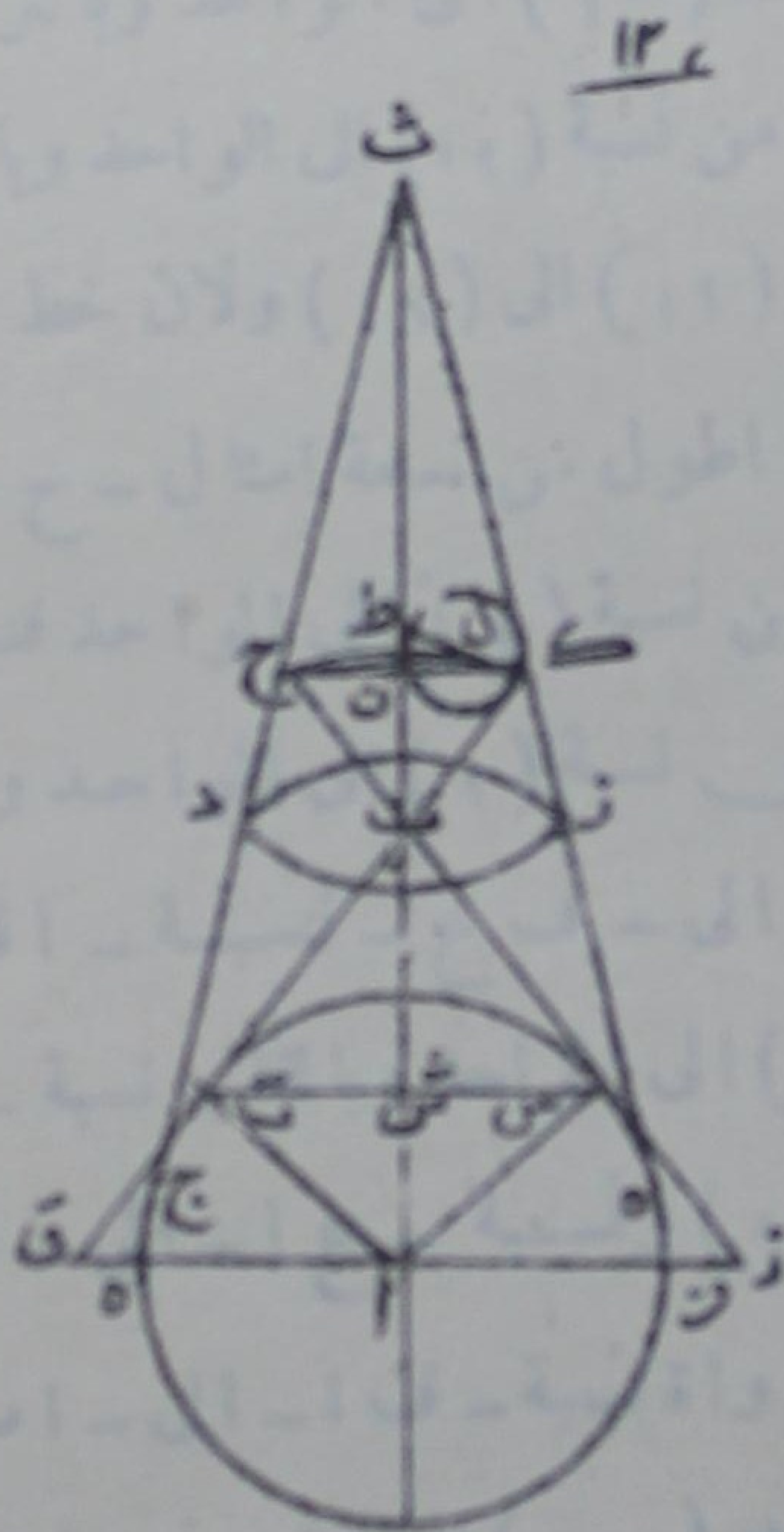
الذى يقع بين مركز القمر ووتر القوس التى يقطعها طرفا قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر بممرها فى ظل الارض اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فنضع الاشياء التى فى الشكل الذى قبل هذا وليكن مركز القمر ـ ل ـ ونقول ان نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد ٥ فليكن اعظم دوائر القمر ـ م ن ـ ونصل ـ ح ط ـ م ن ـ ب م ـ م ل ـ فلأن ب م ـ تماس دائرة ـ م ن ـ يكون عمودا على ـ ل م ـ ولأن ـ ح ط ـ مساو ـ لم ن ـ تكون قوس ـ ح م ط ـ مساوية لقوس ـ م ط ن ـ وقوس ـ م ط ن ـ ضعف ـ م ط ـ فقوسا ـ ح م ـ م ط ـ ضعف ـ م ط ـ فقوسا ـ ح م ـ م ط ـ متساويتان وقد خرج من المركز ـ ب م ـ ١٠ فهو عمود على خط ـ ح ط ـ فح ط ـ مواز ـ لل م ـ و ـ ح س ـ مواز لم ع ـ فمثلثا ـ م ع ـ ل ح ـ س ط ـ متشابهان ونسبة ـ ح س ـ الى ـ م ع ـ كنسبة ـ س ط ـ الى ـ ع ل ـ و ـ ح س ـ اقل من ضعف ـ م ع ـ فس ط ـ اقل من ضعف ـ ع ل ـ و ـ س ل ـ اقل كثيرا من ثلاثة اضعاف ع ل ـ ونسبة ـ ع ل ـ الى ـ س ل ـ اعظم من نسبة واحد الى ثلاثة ولأن ١٥ نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل م ـ اعظم من نسبه (٤٥) الى الواحد ونسبة ـ ب ل الى ـ ل م ـ كنسبة ـ ل م ـ الى ـ ل ع ـ تكون نسبة ـ ل م ـ الى ـ ل ع ـ اعظم من نسبة (٤٥) الى الواحد ونسبة ـ ل ع ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة الواحد الى الثلاثة فبالمساواة نسبة ـ ل م ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة (٤٥) الى الثلاثة اعنى نسبة الخمسة عشر الى الواحد وقد تبين ٢٠ ان نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل م ـ اعظم من نسبة (٤٥) الى الواحد اعنى نسبة (٦٧٥) الى خمسة عشر وهو مضروب كل واحد من المقدم والتالى فى (١٥) فبالمساواة نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد وذلك ما اردناه (١).

(يج) نسبة قطر الشمس الى قطر الارض اعظم من نسبة تسعة عشر الى ثلاثة

---

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ ـ ٥.

١٣ع



في جرمي النيرين ص ١٦

[illegible] الثانية

[illegible]) الى

[illegible] ـ ل ـ

[illegible] ل س ـ [illegible] الواحد

[illegible] م ن ـ وتصل ـ ع ط ـ [illegible]

[illegible] م ن ـ يكون عمودا [illegible]

[illegible]

[illegible] ـ ع ن ـ [illegible] ـ الى ـ ل س ـ [illegible]

[illegible] ـ ل م ـ [illegible] اعظم من نسبة واحد الى ثلاثة و [illegible]

[illegible] اعظم من نسبة ([illegible]) الى الواحد ونسبة [illegible]

[illegible] الى ـ ل ع ـ تكون نسبة ـ ل م ـ الى ـ ل [illegible]

[illegible]) الى الواحد ونسبة ـ ل ع ـ الى ـ ل س ـ

[illegible] الثلاثة [illegible] ونسبة ـ ل م ـ الى ـ ل س ـ

اعظم من نسبة ([illegible]) الى الثلاثة اعني نسبة الخمسة عشر الى الواحد و [illegible]

[illegible] الى ـ ل م ـ اعظم من نسبة ([illegible]) الى الواحد اعني نسبة

([illegible]) الى خمسة عشر وهو مضروب كل واحد من المقدم والتالي في ([illegible])

[illegible] ـ ل ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة ([illegible]) الى الواحد

[illegible]

[illegible] الارض اعظم من نسبة [illegible] عشر الى [illegible]

واصغر من نسبة ثلثة واربعين الى ستة فنضع ايضا تلك الاشياء التى فى الشكل
الذى قبل هذا وليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ومركز
القمر ـ ك ـ ونصل ـ اج ـ ب د ـ ونخرجهما الى ـ م ـ ل ـ ونقيم خـط
ان س ـ على ـ اب ـ عمودا ونخرج خطى ـ د ج ـ زه ـ اليه فيلقيانه على
نقطتى ـ ن س ـ ونقول نسبة ـ ج م ـ الى ـ ل د ـ هى كما ذكرنا فلان نسبة ٥
اب ـ الى ـ ب ك ـ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد تكون نسبة ـ اب ـ
الى ـ ب ع ـ اعظم كثيرا من نسبة (١٨) الى الواحد وبالتركيب
نسبة ـ اع ـ الى ـ ع ب ـ اعظم كثيرا من نسبة (١٩) الى الواحد وبالقلب
نسبة ـ ع ا ـ الى ـ اب ـ اقل من نسبة (١٩) الى (١٨) ولان خط ـ ح
ط ـ اقصر من تسع خط ـ ج م ـ فج م ـ اطول من تسعة امثال ـ ح ط ـ ١٠
ونسبة ـ ج م ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة (٩) الى الواحد فنسبة
ن س ـ الى ـ ح ط ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩) الى الواحد ونسبة
ن س ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ فنسبة ـ اف ـ
الى ـ ف ع ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩) الى الواحد وبالقلب نسبة ـ ف
ا ـ الى ـ اع ـ اصغر من نسبة (٩) الى (٨) ونسبة ـ ع ا ـ الى ـ اب ١٥
اصغر من نسبة (١٩) الى (١٨) فبالمساواة نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ
اصغر من نسبة مضروب (٩) فى (١٩) وهو (١٧١) الى مضروب (٨) فى
(١٨) وهو (١٤٤) فلذلك يكون اصغر من نسبة (١٩) الى (١٦) وبالقلب نسبة
اف ـ الى ـ ف ب ـ اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) نقول وهى اصغر من
نسبة (٤٣) الى (٦) فلان نسبة ـ ب ك ـ الى ـ ك ع ـ اعظم من نسبة ٢٠
(٦٧٥) الى الواحد فبالقلب نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ع ـ اصغر من نسبة
(٦٧٥) الى (٦٧٤) ونسبة ـ اب ـ الى ـ ب ك ـ اصغر من نسبة (٢٠) الى
الواحد التى هى مثل نسبة (١٣٥٠٠) الى (٦٧٥) فبالمساواة نسبة ـ اب ـ
الى ـ ب ع ـ اصغر من نسبة (١٣٥٠٠) الى (٦٧٤) بل من نسبة نصفها هو

(٦٧٥٠) الى (٣٣٧) وبالتركيب نسبة ـ اع ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٧٠٨٧) الى (٦٧٥٠) ولان نسبة ـ س ن ـ الى ـ ح ط ـ اصغر من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩٧٩) ونسبة ـ س ن ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ تكون نسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ اصغر من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩٧٩) وبالقلب نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اع ـ اعظم من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩١٤٦) ونسبة ـ اع ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٧٠٨٧) الى (٦٧٥٠) فبالمساواة نسبة خط ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة ضرب (٧٠٨٧) في (١٠١٢٥) وهو (٧١٧٥٠٨٧٥) الى ضرب (٩١٤٦) في (٦٧٥٠) وهو (٦١٧٣٥٥٠٠) وهي اعظم من نسبة (٤٣) الى (٣٧) فنسبة ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٤٣) الى (٣٧) ـ وبالقلب نسبة ـ اف ـ الى ـ ف ب ـ اعني نسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) (١) .

وعلى جهة اخرى

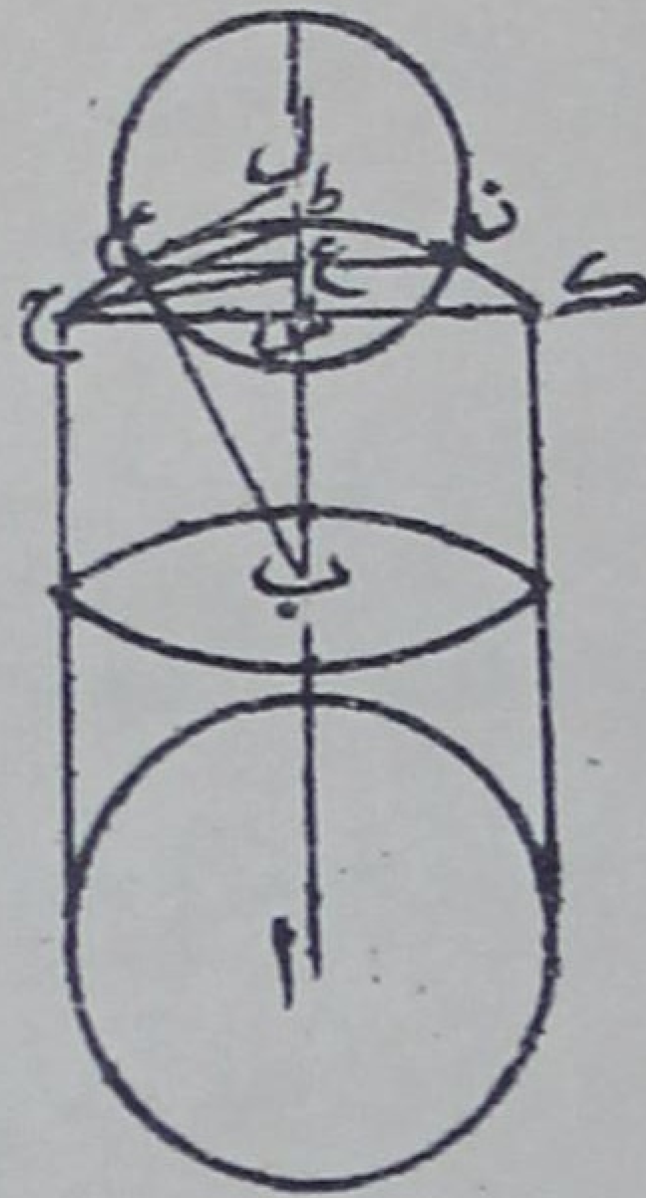
لان نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٧١٧٥٠٨٧٥) الى (٦١٧٣٥٥٠٠) فبالقلب نسبة ـ اف ـ الى ـ ف ب ـ اعني نسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبه (٧١٧٥٠٨٧٥) الى (١٠٠٢٠٣٧٥) وهي اقل من سبع مرات وسدس مرة فنسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبة (٤٣) الى ستة وذلك ما اردناه .

(يد) نسبة الشمس الى الارض اعظم من نسبة (٦٨٥٩) الى (٢٧) واصغر من نسبة (٧٩٥٠٧) الى (٢١٦) وليكن قطر الشمس ـ ا ـ وقطر الارض ـ ب ـ فلان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة تسعة عشر الى ثلثة واصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) صارت نسبة مكعب ـ ا ـ الى مكعب ب ـ اعظم من نسبة مكعب (١٩) الى مكعب (٣) واصغر من نسبة مكعب (٤٣) الى مكعب (٦) وهي الاعداد المذكورة فنسبة الاجرام على ما ذكرنا وذلك ما ردناه (٢) .

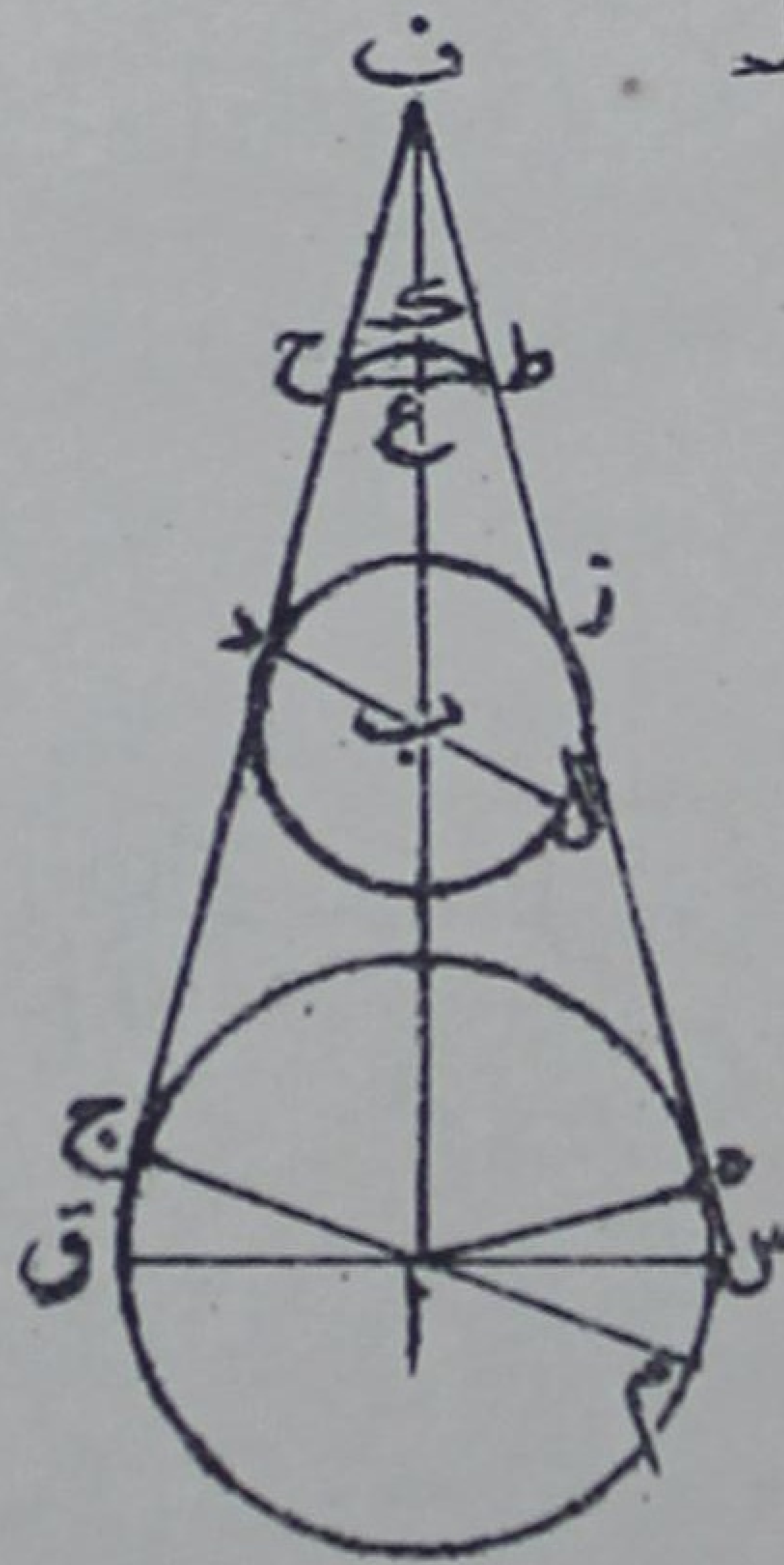
---

(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ (يه)

١٣



١٤



فی جِرمی النیرین ص ١٨

في مجرى القمرين [illegible]

(٥) نسبة قطر الارض الى قطر القمر اعظم من نسبة [illegible] الى (٢٠) [illegible] من نسبة (٢٠) الى (٤٠) [illegible] الشمس ـ ا ـ وقطر الارض [illegible] وقطر [illegible] [illegible] اقل من نسبة (٤٣) الى (٦) [illegible] ـ اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) [illegible] [illegible] [illegible] ونسبة ـ ا ـ الى [illegible] [illegible] [illegible] الى (٤٣) [illegible] [illegible] [illegible] ـ ا ـ الى [illegible] [illegible] الى ـ ا ـ [illegible] [illegible] [illegible] ونسبة [illegible] [illegible] نسبة (٣٨٠) الى ـ (١٩) [illegible] [illegible] من نسبة (٦) الى (١٩) وذلك ما اردناه (١).

[illegible] اعظم من نسبة [illegible] الى [illegible] [illegible] الى [illegible] قطر الارض ـ ا ـ وقطر [illegible] نسبة ـ ا ـ الى [illegible] اعظم من نسبة [illegible] الى [illegible] الى (٩) نسبة [illegible] [illegible] وذلك ما اردناه (٢).

[illegible] بعد وسط الظل عن مركز القمر اذا كان القمر على [illegible] الشمس والارض الى بعد مركز القمر عن مركز الارض [illegible] (٣) واصغر من نسبة [illegible] الى [illegible] مركز [illegible] مركز الارض [illegible] [illegible] [illegible] الارض [illegible] [illegible]

[illegible]

ع ١٥

ا ب

ع ١٦

ا ب ج

في جرمي النيرين ص ١٩

(يه) نسبة قطر الارض الى قطر القمر اعظم من نسبة (١٠٨) الى (٤٣) واقل من نسبة (٦٠) الى (١٩) فليكن قطر الشمس - ا - وقطر الارض - ب - وقطر القمر - ج - فلان نسبة - ا - الى - ب - اقل من نسبة (٤٣) الى (٦) فبالخلاف نسبة - ب - الى - ا - اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) اعنى نسبة (١٠٨) الى (٧٧٤) وذلك لضربهما فى (١٨) ونسبة - ا - الى - ج - اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد وهى نسبة (٧٧٤) الى (٤٣) فبالمساواة نسبة - ب - الى - ج - اعظم من نسبة (١٠٨) الى (٤٣) وايضا لان نسبة - ا - الى - ب - اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) فبالخلاف نسبة - ب - الى - ا - اصغر من نسبة (٣) الى (١٩) وهى نسبة (٦٠) الى (٣٨٠) ونسبة - ا - الى - ج - اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد وهى نسبة (٣٨٠) الى - (١٩) فبالمساواة نسبة - ب - الى - ج - اصغر من نسبة (٦٠) الى (١٩) وذلك ما اردناه (١).

(يو) نسبة الارض الى القمر اعظم من نسبة (١٢٥٩٧١٢) الى (٧٩٥٠٧) واصغر من نسبة (٢١٦٠٠٠) الى (٦٨٥٩) فليكن قطر الارض - ا - وقطر القمر - ب - وذلك لان نسبة - ا - الى - ب - اعظم من نسبة (١٠٨) الى (٤٣) واصغر من نسبة (٦٠) الى (١٩) فنسبة الجرم الى الجرم على ماذكرنا فى مكعبات هذه الاعداد وذلك ما اردناه (٢).

(يز) نسبة بعد رأس مخروط الظل عن مركز القمر اذا كان القمر على سهم المخروط المحيط بالشمس والارض الى بعد مركز القمر عن مركز الارض اعظم من نسبة (٧١) الى (٣٧) واصغر من نسبة الثلثة الى الواحد فليكن مركز الشمس - ا - ومركز الارض - ب - ونصل - ا ب - وليمر به سطح فيحدث فى الشمس عظيمة - ه د - وفى الارض عظيمة - ز ح - وفى المخروط خطا - ج د - ج ه - وليكن مركز القمر - ط - ونصل - د ا - ز ب - ونخرجهما الى - ك ل - فلان نسبة - د ك - الى - ز ل - اقل من نسبه (٤٣) الى (٦) تكون نسبة - ا ج - الى - ج ب - كذلك وبالخلاف نسبة - ب ج - الى -

---

(١) الشكل الخامس عشر -- ١٥ - (٢) الشكل السادس عشر -- ١٦ --

ج ا ـ اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) وبالتفصيل نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ
اعظم من نسبة (٦) الى (٣٧) وقد مران نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ط ـ اعظم
من نسبة (١,٨) الى الواحد فبالمساواة نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ط ـ اعظم
من نسبة ضرب (٦) فى (١٨) وهو (١.٨) الى ضرب (٣٧) فى الواحد
٥ وبالتفصيل نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ب ط ـ اعظم من (٧١) الى (٣٧) وايضا
فنسبة ـ د ك ـ الى ـ ز ل ـ كانت اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) فنسبة ـ
ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كذلك وبالخلاف نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ اصغر
من نسبة (٣) الى (١٩) وبالتفصيل نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ اصغر من
نسبة (٣) الى (١٦) ونسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ط ـ ايضا اصغر من نسبة
١٠ (٢٠) الى الواحد فبالمساواه نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ط ـ اصغر من نسبة
(٦٠) الى (١٦) اعنى من نسبة (١٥) الى (٤) وبالتفصيل نسبة ـ ج ط ـ الى
ط ب ـ اصغر من نسبة (١٢) الى (٤) اعنى من نسبة (١٣) الى الواحد وذلك
ما اردناه (١) .

تم كتاب ارسطارخس فى جرمى النيرين وبعديهما وفرغ المصنف
١٥ رحمة الله عليه ـ ز ب ـ يه ٥ ـ خنج ـ .

والكاتب من كتابته يوم الخميس السادس والعشرين من رمضان
السنة المذكورة . حامدا ومصليا فى مدينة تبريز

(٢) (ارسطرخس واصله ارشطو ومعناه الصالح وارخش ومعناه
الرأس فركبوا واسقطوا الواو والالف تخفيفا) .

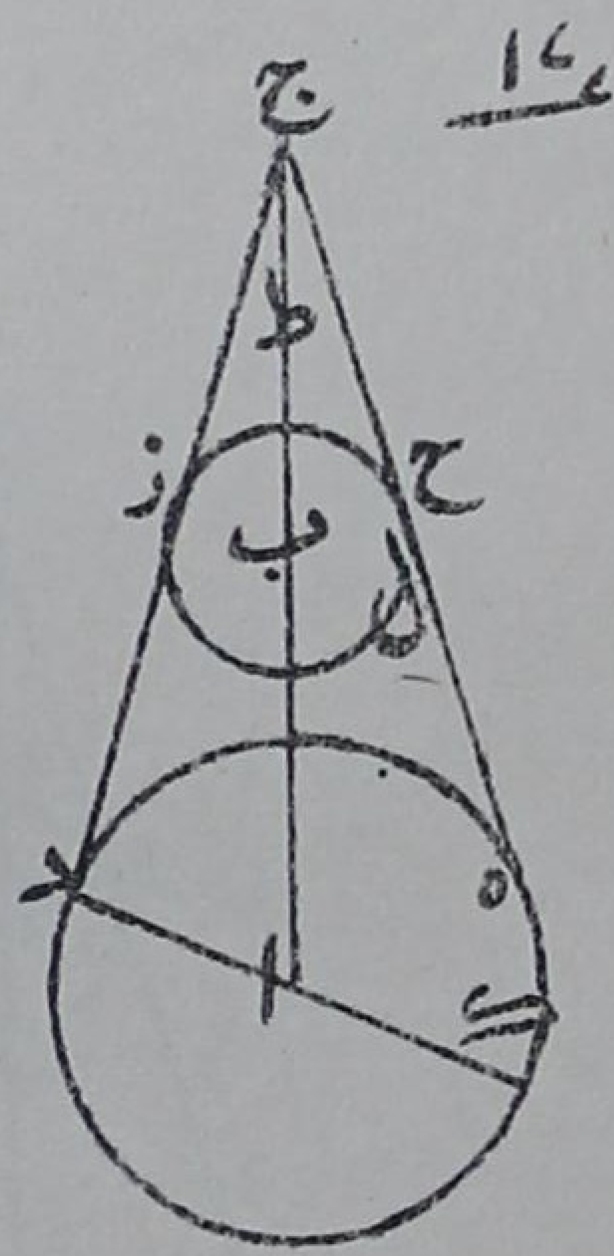
٢٠ كتب على رسالة لابن الهيثم فى تربيع الدائرة .

اقول على هذه المقالة لوكفى فى اثبات هذا المطلوب وهو انه من الممكن ان يكون
سطح الدائرة مساويا لسطح مربع مستقيم الخطوط اثبات امكانه بالوجه الذى
ذكره لكان له عن جميع هذا التطويل غنى بهذا القدر من البيان وهو ان يقال .

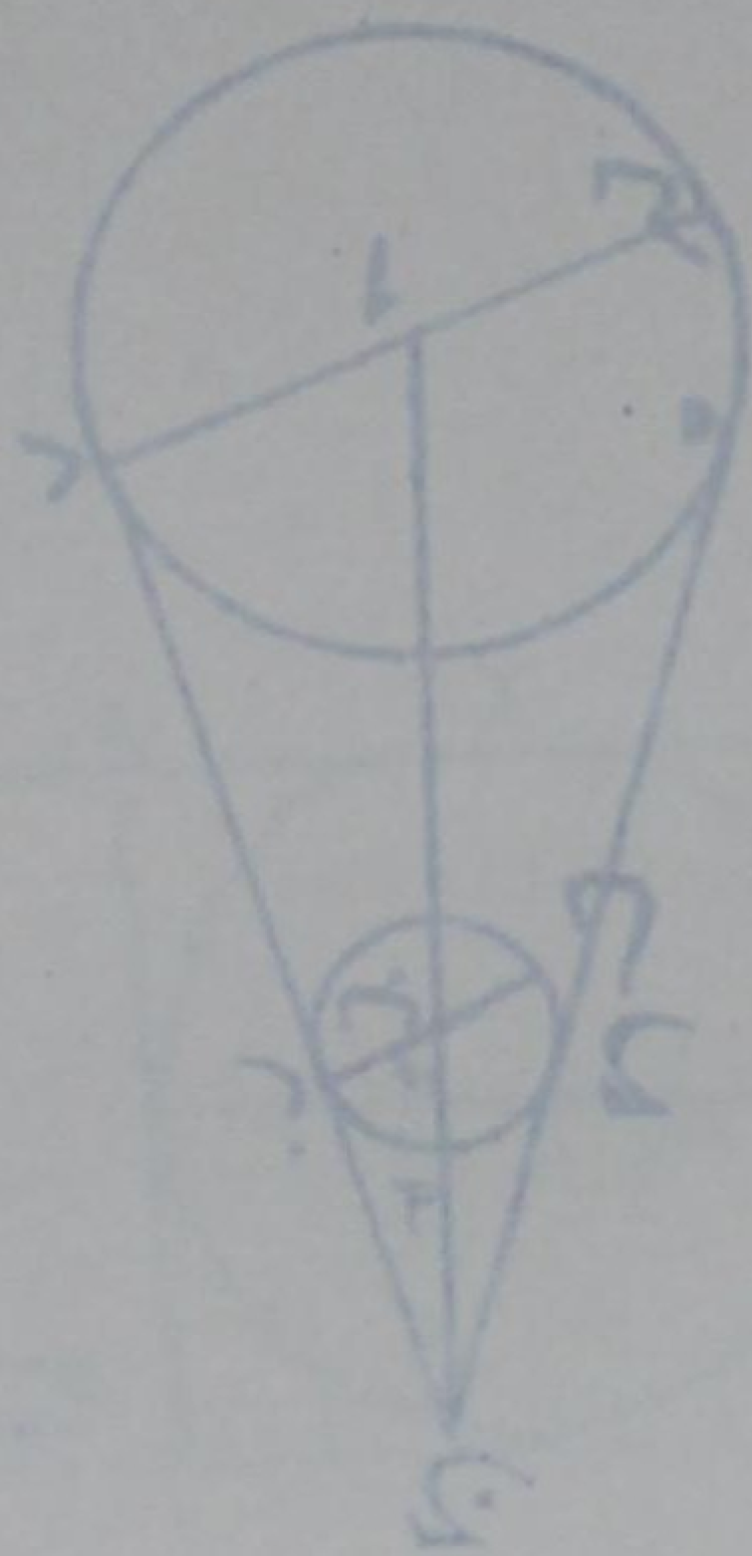
---

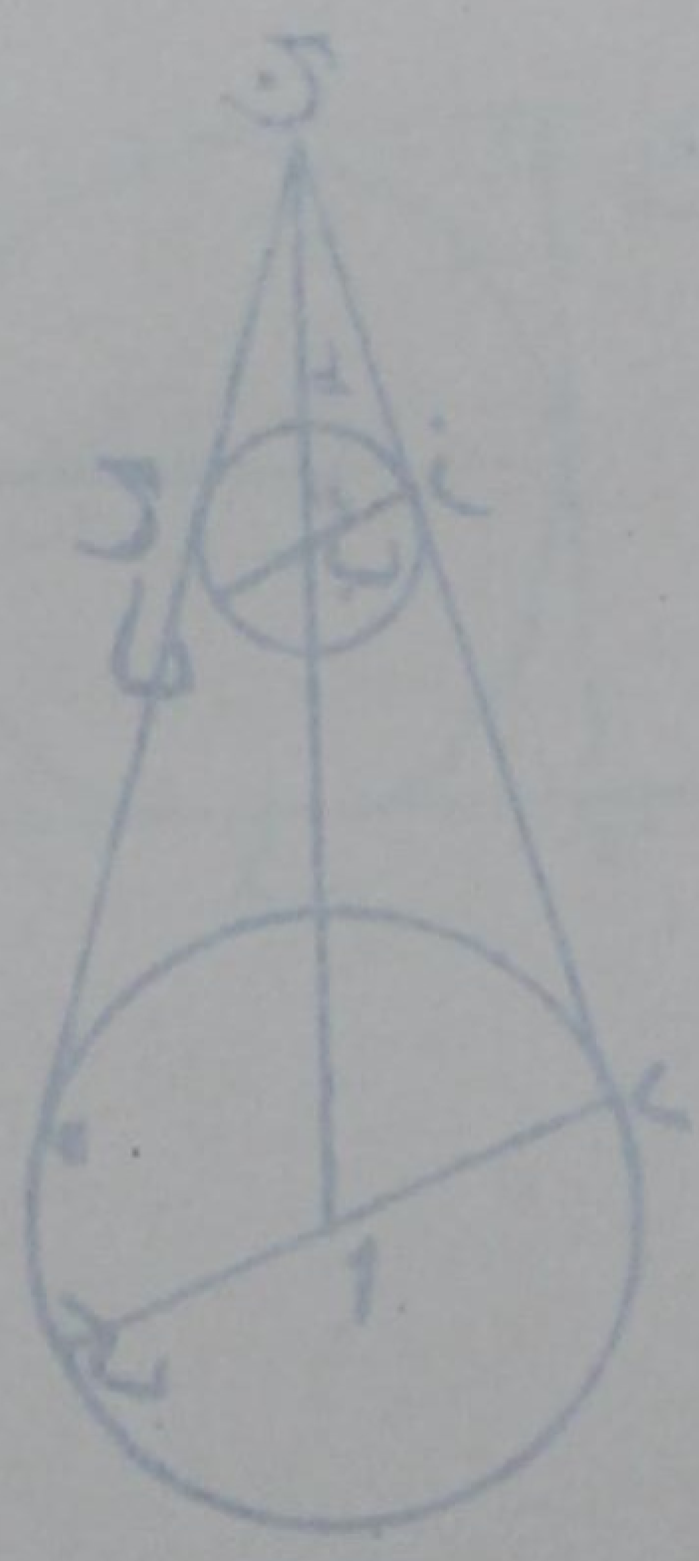
(١) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٢) هذه زيادة من نسخة ـ ر ـ وليست فى صف .

ليكن

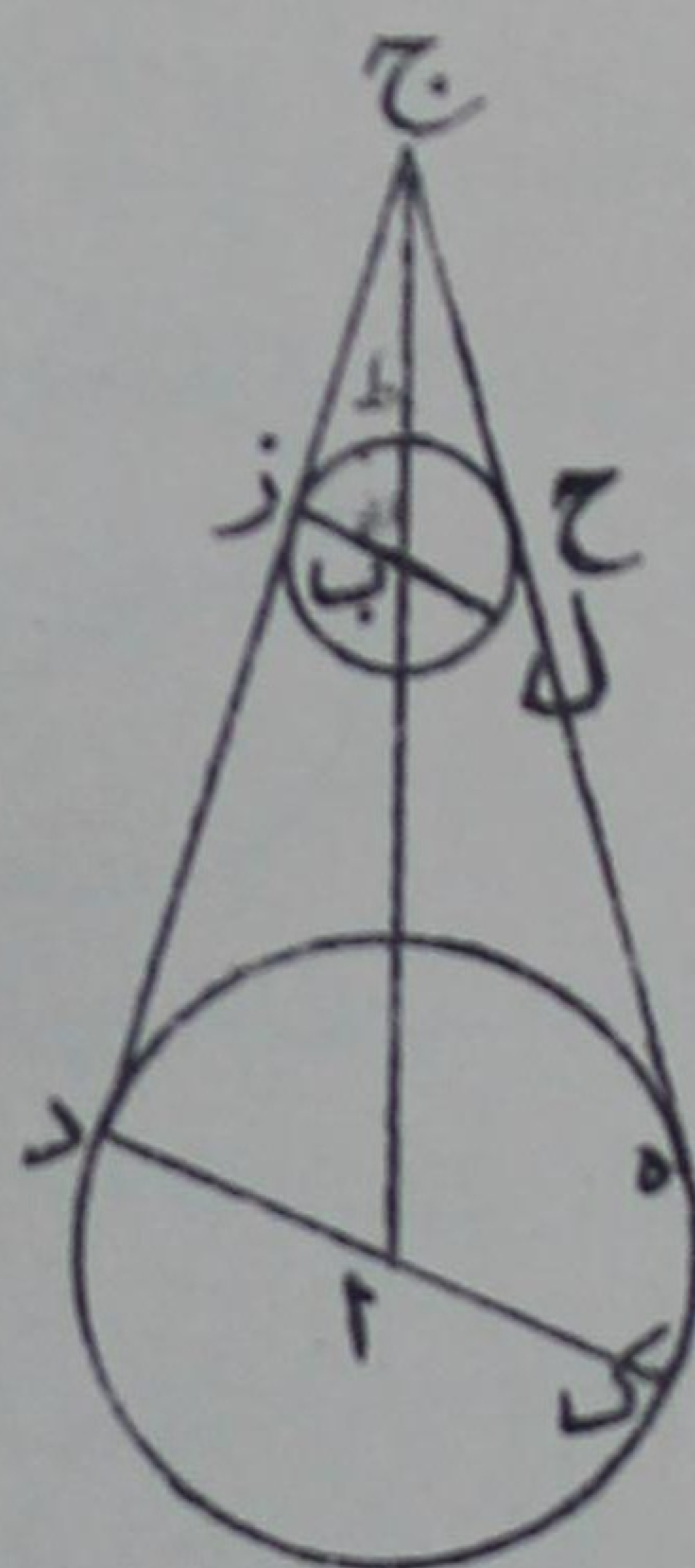


في جرمي النيرين ص ٢٠





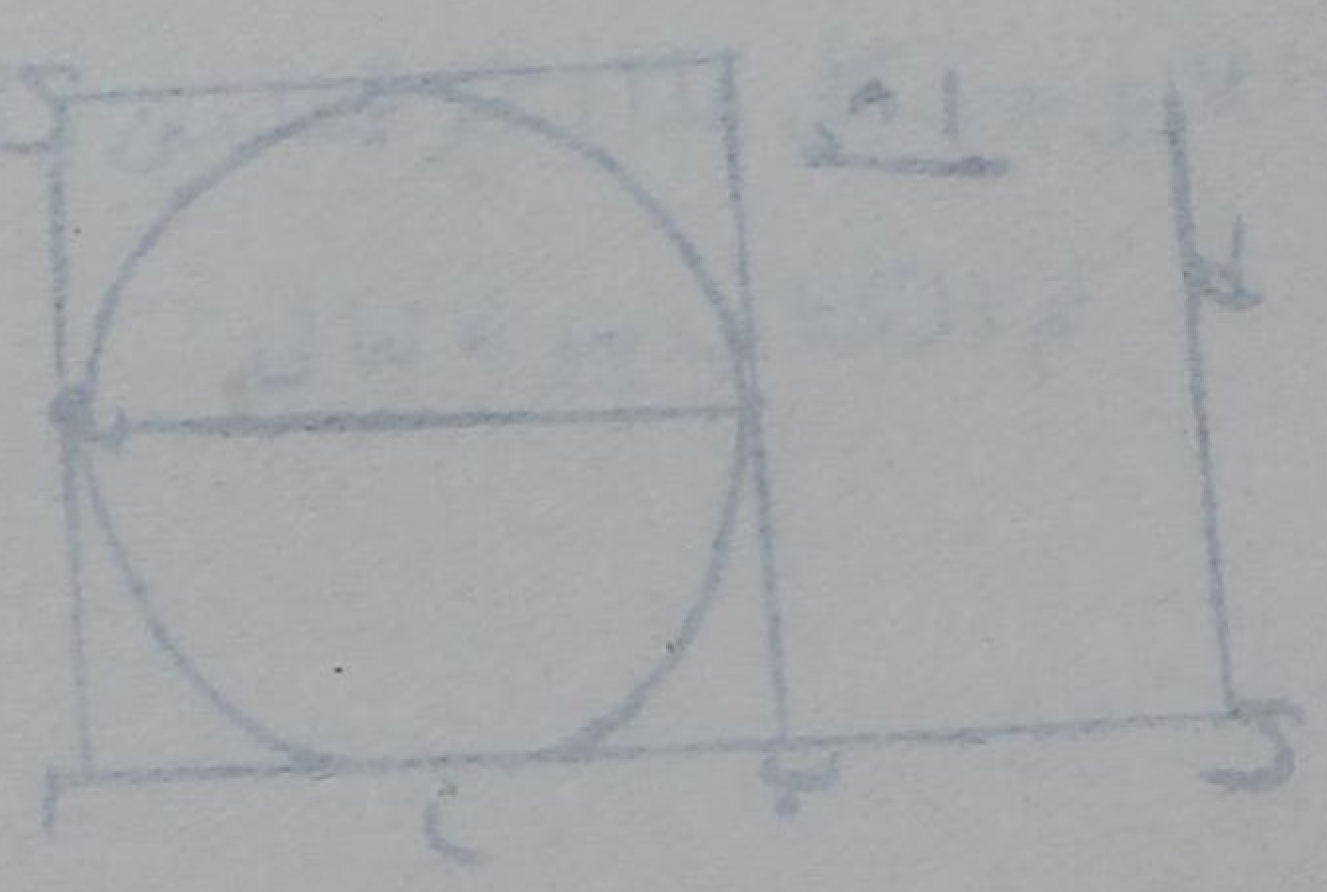
ع١٤

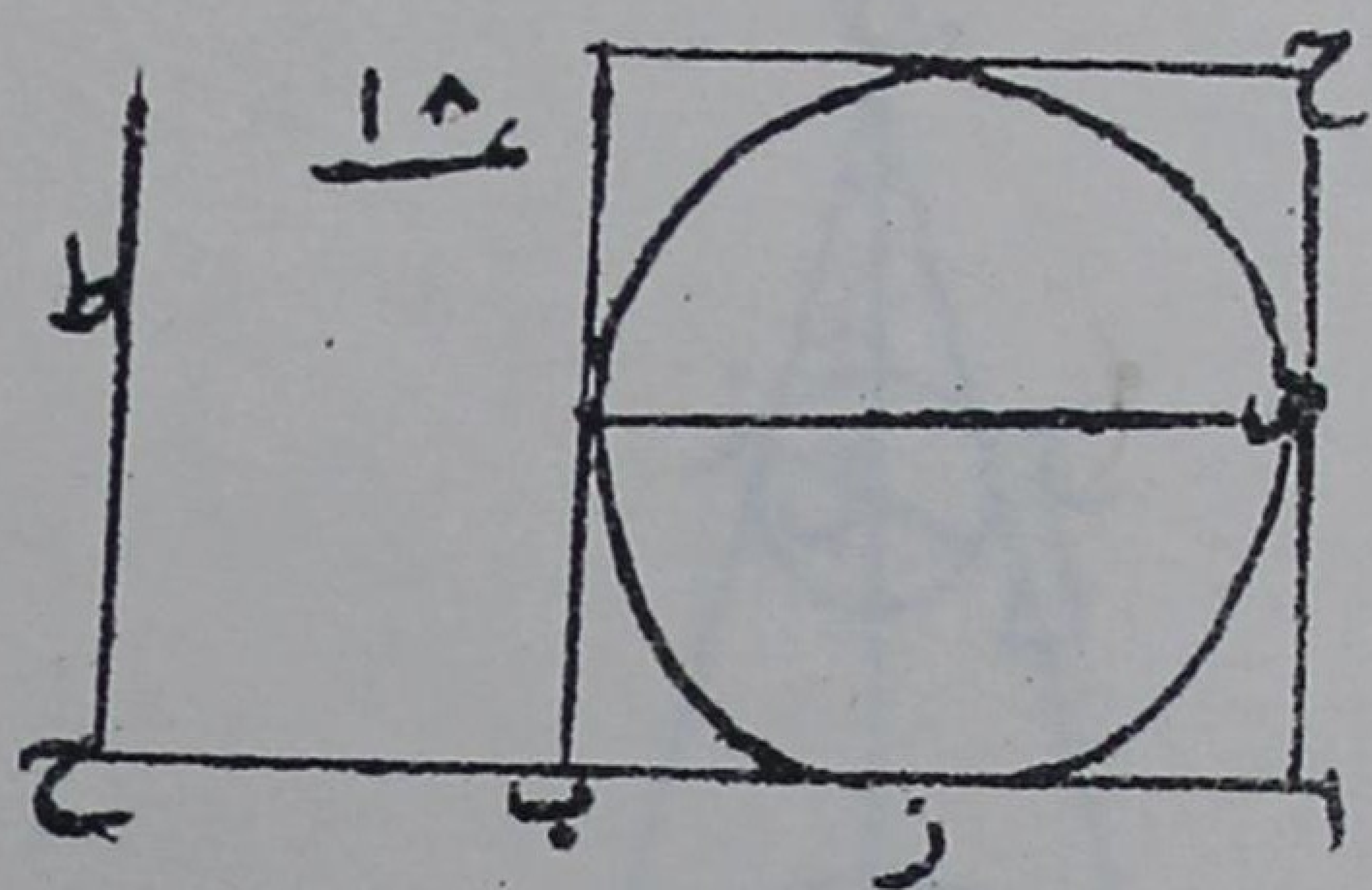


تحرى النيرين ص ٢٠
نمرة الشكل (١٤) التي ادرجت في ص ٢٦ غلط

فليكن ـ ا ب ـ خطا معلوما ولنعمل عليه مربع ـ ب ج ـ فهو معلوم [illegible] ـ د ه ـ في دائرة لتكون قطرها وهو ـ د ه ـ المساوي ـ لا ب [illegible] معلوم من كل معلوم هو المربع يكون لها ا نسبة [illegible] ـ ال ـ ب [illegible] ج ـ ب ج ـ وسطا لها [illegible] ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ب ز [illegible] مربع ـ ب ط ـ فتكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ [illegible] ـ الى دائرة ـ د ه ـ كنسبة مربع ـ ب ج ـ الى مربع [illegible] ـ الى دائرة ـ د ه ـ والى مربع ـ ب ط ـ واحدة [illegible] ـ ب ط ـ [illegible] ما طلبنا (١).

[illegible] (٢)





في جرمي النيرين ص ٢١

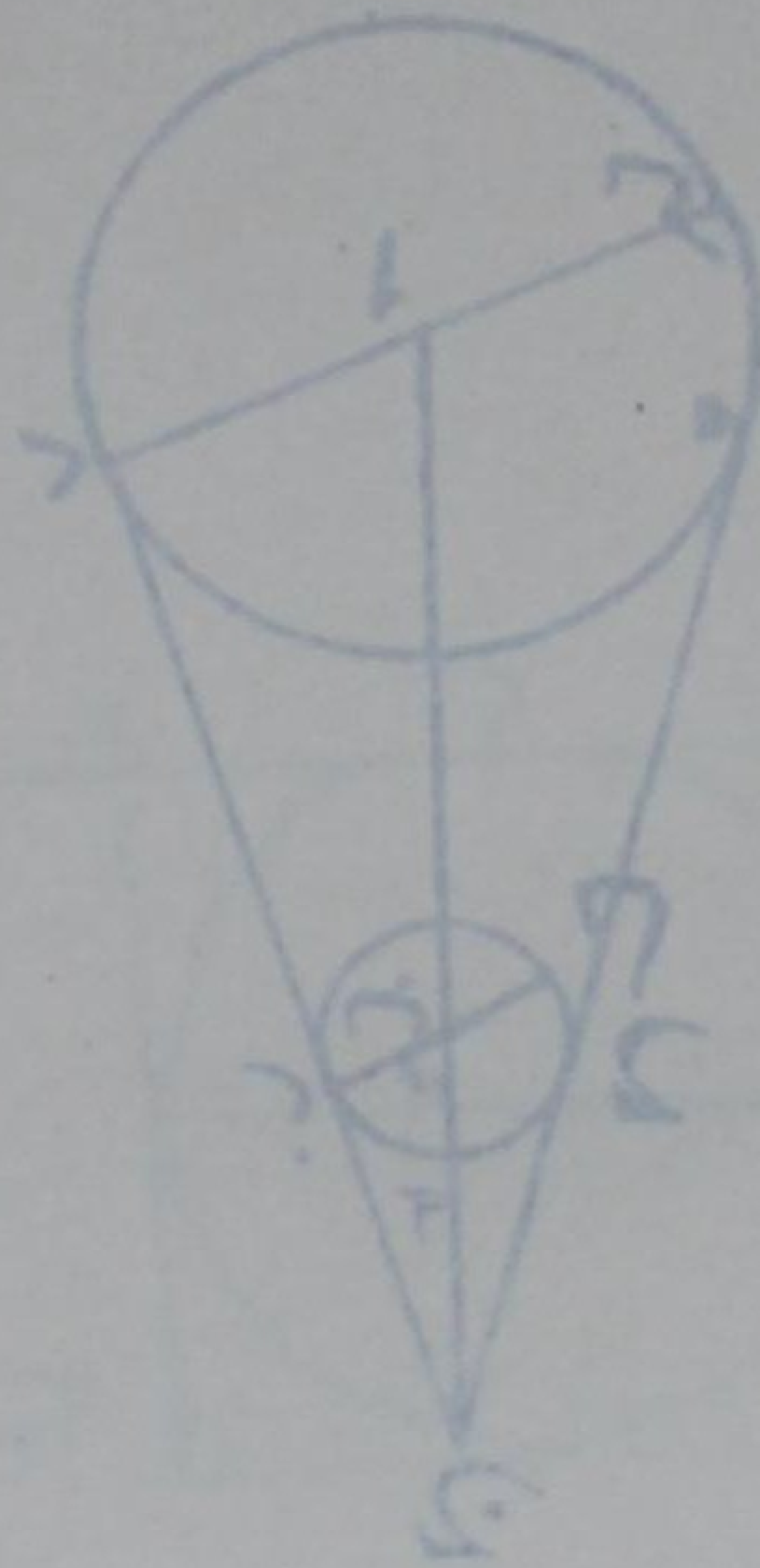
ليكن - ا ب - خطا معلوما وليعمل عليه مربع - ب ج - فهو معلوم وفيه دائرة - د ه - فهي معلومة لكون قطرها وهو - د ه - المساوى - لا ب معلوما ولان الدائرة جزء معلوم من كل معلوم هو المربع يكون لها اليها نسبة فليكن كنسبة - ب ا - الى - ب ز - ونخرج - ب ح - وسطا فيما بينهما في ٥ النسبة لتكون نسبة - ا ب - الى - ب ح - كنسبة - ب ح - الى - ب ز ونعمل على - ب ح - مربع - ب ط - فتكون نسبة - ا ب - الى - ب ز - اعني نسبة مربع - ب ج - الى دائرة - د ه - كنسبة مربع - ب ج - الى مربع ب ط - فنسبة مربع - ب ج - الى دائرة - د ه - والى مربع - ب ط - واحدة فدائرة - د ه - مساوية لمربع - ب ط - فاذا وجدنا ما طلبنا (١) . ١٠

وليس هذا مما يوجب كل هذا الخبر للمتقدمين ولا للمتاخرين فيه (٢).

تم الكتاب بعونه تعالى

---

(١) الشكل الثامن عشر - ١٨ - (٢) كذا .



كتاب الكرة والاسطوانة

لارشميدس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ ه

٥ بسم الله الرحمن الرحيم

رب انعمت فزد

اقول

بعد تحميد الله وتمجيده والصلاة على محمد وآله المصطفين من عبيده انى
١٠ كنت فى طلب الوقوف على بعض المسائل المذكورة فى كتاب الكرة والاسطوانة
لارشميدس زمانا طويلا لكثرة الاحتياج اليه فى المطالب الشريفة الهندسية الى
ان وقعت الى النسخة المشهورة من الكتاب التى اصلحها ثابت بن قرة وهى التى
سقط عنها بعض المصادرات لقصور فهم ناقله الى العربية عن ادراكه وعجزه بسبب
ذلك عن النقل فطالعتها وكان الدفتر سقيما لجهل ناسخه فسددته بقدر الامكان
١٥ وجهدت فى تحقيق المسائل المذكورة فيه الى ان انتهيت الى المقالة الثانية وعثرت
على ما اهمله ارشميدس من المقدمات مع بناء بعض مطالبه عليه فتحيرت فيه
وزاد حرصى على تحصيله فظفرت بدفتر عتيق فيه شرح اوطوقيوس للعسقلانى
لمشكلات هذا الكتاب الذى نقله اسحق بن حنين الى العربية نقلا على بصيرة
وكان فى ذلك الدفتر ايضا متن الكتاب من صدره الى آخر الشكل الرابع عشر
٢٠ من المقالة الاولى ايضا من نقل اسحق وكان ما يذكره اوطوقيوس فى
اثناء شرحه من متن الكتاب مطابقا لتلك النسخة فوجدت من ذلك الدفتر
ما كنت اطلبه ورأيت ان احرر الكتاب على الترتيب والخص معانيه وابين
مصادراته التى انما تتبين بالاصول الهندسية واورد المقدمات المحتاج اليها فيه

واذكر شرح ما اشكل منه مما اورده الشارح اوطوقيوس او استفدته من سائر كتب اهل هذه الصناعة واميز بين ما هو من متن الكتاب وبين ما ليس منه بالاشارة الى ذلك واثبت اعداد الاشكال على حاشيتها بالروايتين فان اشكال المقالة الاولى فى نسخة ثابت ثمانية واربعون وفى نسخة اسحاق ثلاثة واربعون ففعلت ذلك والحقت بآخرها مقالة ارشميدس فى تكسير الدائرة فانها كانت ٥
مبنية على بعض المصادرات المذكورة فى هذا الكتاب وسألت الله تعالى التوفيق لاكتساب ما يرضيه انه خير موفق ومعين .

المقالة الاولى

صدر الكتاب

افتتح ارشميدس كتابه بأن قال مخاطبا بواحد من اهل زمانه ١٠
اسمه ذوسيثاوس سلام عليك قد ارسلت اليك قديما ماثبت لى بالبرهان وهو ان كل قطعة يحيط بها خط مستقيم وخط منحن من محيط قطع قائم الزاوية يعنى القطع المكافى على ما ذكر اوطوقيوس فى الشرح فهى مثل وثلث مثلث يساوى قاعدته قاعدة القطعة وارتفاعه ارتفاعها واريد الآن ان اذكر البرهان على مسائل ذات قدر قد تقرر لى . ١٥

وهى ان سطح كل كرة فهو اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها وان سطح كل قطعة كرة مساوية للدائرة التى يساوى نصف قطرها الخط المستقيم الخارج من رأس تلك القطعة الى محيط قاعدتها وان كل اسطوانة تساوى قاعدتها اعظم دائرة تقع فى كرة وارتفاعها قطر تلك الكرة فهى مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها ايضا مثل ونصف سطح تلك الكرة . ٢٠

وهذه اعراض اولية بالطبع لهذه الاشكال لكنها مما جهله من تقدمنا من المهندسين ولست اخاف من ان يضاف ذلك الى ما وجده غيرى من اهل هذا العلم ويقاس به على ان الفرق بينهما ليس بيسير فقد وجد اوذكسس فى المجسمات ان كل شكل نارى فانه يساوى ثلث منشور يكونان على قاعدة واحدة

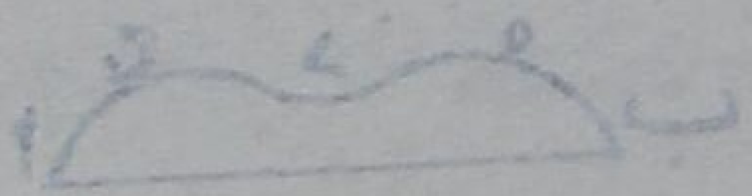
وبارتفاع واحد وفى بعض النسخ ان كل مخروط مستدير فانه يساوى ثلث
اسطوانة مستديرة يكون حالها ذلك فان ذلك وان كان ايضا بالطبع لهذين
الشكلين كان مما جهله جميع من تقدمه من المهندسين مع نبالة قدر كثير منهم
وقد كنت احب ان لو استخرج مثل هذا وقونن فى الاحياء فقد كان يمكن له
٥ ان يمر ذلك ويقول فيه بقدر استحقاقه .

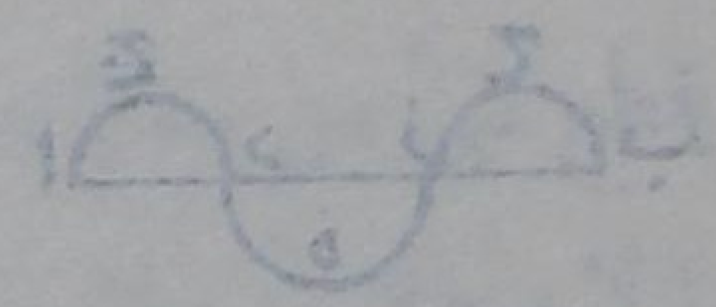
اقول اظن ان هذا الشخص هو الذى سيذكره فى صدر المقالة الثانية
قال ثم انى لما وجدت قبولها التى يتألف لى صحيحا اظهرته وانفذته اليك فليمتحنه
من يقوى على ذلك من المتبحرين فى التعاليم وابتدأت بالقضايا الواجب قبولها
التى يتألف البرهان منها والسلام عليك .

١٠ الحدود

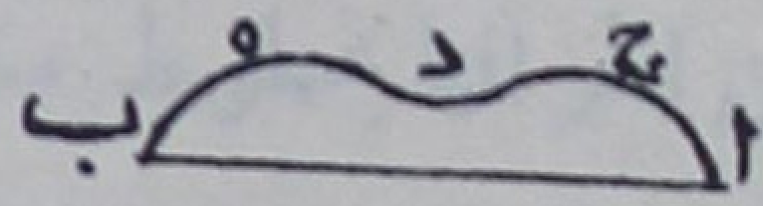
قال الخطوط المحدبة المتناهية الكائنة فى سطح هى التى اذا وصل
من اطرافها بخطوط مستقيمة كانت اما ان يقع باسرها فى جانب واحد من
الخطوط المستقيمة واما ان لايقع فيها شئ فى الجانب الآخر منها .

اقول الخط المحدب هو كل ما ليس بمستقيم على الاطلاق سواء كان
١٥ مؤلفا من خطوط مستقيمة متصلة على زوايا اوكان قوسا من دائرة او منحنيا
مما يحيط باحدى القطوع الثلاثة او مركبا بعضه مستقيم وبعضه غير مستقيم اوملتويا
فى الجهات اوغير ذلك مما يمكن وجوده فان الخط المحدب اعم من جميع ذلك
وانما قيده بالتناهى ليمكن ان يوصل بين طرفيه بخط مستقيم يتحد طرفاه بطرفيه
وقيده بالكون فى سطح ليتحدد له جانبان فان الخطوط الملتوية التى لاتقع
٢٠ فى سطح واحد يكون له جوانب غير متعددة بحسب اعتبار وقوع اجزائها
فى السطوح المختلفة ثم ان المحدب الموصوف لا يمكن ان ينطبق على المستقيم
الذى يكون اطرافها متحدة بل اما ان يقع بالاسر فى احدجانبى المستقيم اويقع
بعضه فى احد جانبيه وبعضه منطبقا عليه اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه فى
الجانب الآخر اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه فى الجانب الآخر وبعضه

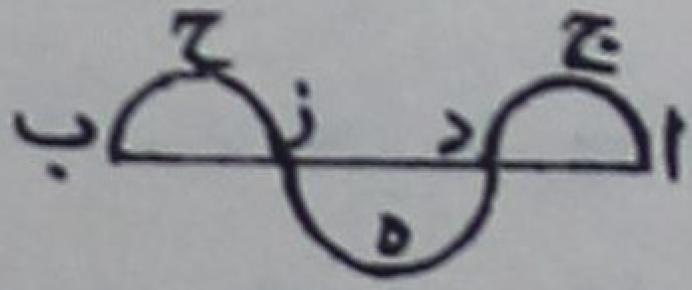




١/



٢/



الكرة والاسطوانة ص٥

منطبقا عليه وارشميدس خصص المحدب الموصوف اصطلاحا بالذى لا يقع
اجزاؤه فى الجانبين معا بل اما ان يقع بالاسر فى احد الجانبين او يقع بعضه
فيه وبعضه منطبق على المستقيم فيصدق عليه انه لا يقع شئ منه فى الجانب الآخر
قال واسمى كل خط محدب تقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اى نقطتين
يمكن ان يفرضا عليه اما كلها فى احد جانبيه واما بعضها فى احد جانبيه والبعض ٥
الآخر منطبقا عليه ولا يقع شئ منها فى الجانب الآخر بالخط العميق الى ذلك
الجانب .

اقول اذا كان للخط المحدب حدبة واحدة او حدبات كثيرة كلها الى
جانب واحد منه فهو عميق الى ذلك الجانب اما الذى يكون بعض حدباته
الى جانب منه والبعض الآخر الى الجانب الآخر فلا يكون كذلك والعميق ١٠
الى جانب اخص من المحدب بحسب الاصطلاح المذكور وذلك ان كل
عميق الى جانب فهو محدب بذلك الاصطلاح والخط الذى له حدبات الى
الجانبين ولم يقطع شئ من حدباته الخط المستقيم الواصل بين طرفيه يكون
محدبا بحسب الاصطلاح ولا يكون عميقا اما اذا قطعه شئ من حدباته
فلا يكون عميقا ولا محدبا ، مثال المحدب الذى لا يكون عميقا الى جانب ١٥
خط ـ اج ده ب ـ الواصل بين طرفيه خط ـ اب ـ المستقيم على هذه
الصورة (١) ومثال الذى لا يكون عميقا ولا محدبا خط ـ اج ده زح ب ـ
الواصل بين طرفيه خط ـ اب ـ وقد قطعه الاول على نقطتى ـ د ز ـ على
هذه الصورة (٢) وكذلك ايضا السطوح المحدبة هى التى ليست فى سطح
مستو لكن اطرافها فى سطح مستو وهى اما ان يكون بالاسر فى احد جانبى ٢٠
ذلك السطح المستوى واما ان لا يكون شئ منها فى الجانب الآخر واسمى
كل سطح محدب تقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اى نقطتين يمكن
ان يفرضا عليه اما كلها فى احد جانبيه واما بعضها فى جانب واحد والبعض
الآخر منطبقا عليه ولا يقع شئ منها فى الجانب الآخر بالسطح العميق الى ذلك

(١) الشكل الاول ـ ١ ـ (٢) الشكل الثانى ـ ٢

الجانب .

واقول وتسهل تصور هذين الحدين مما مر فى الخطوط ــ قال واذا قطع مخروط كرة وكان رأسه على مركزها فانى اسمى الشكل الذى يحيط به سطح المخروط وما يحوزه سطح المخروط من سطح الكرة بالقطاع المجسم واذا كان مخروطان مستديران على قاعدة واحدة وكان رأساهما عن جانبى سطح القاعدة ومحوراهما متصلين على الاستقامة فانى اسمى الشكل المركب منها رميسا(١) مجسما يعنى معينا مجسما .

القضايا التى يجب الاقرار بها

يعنى المصادرات

قال الخطوط المتحدة النهايات فاقصرها المستقيم والتى هى منها عميقة الى جانب واحد ويكون لا محالة بعضها مع الخط المستقيم الواصل بالطرفين محيطا بالبعض الآخر احاطة امابالاسر وامابشىء من الأجزاء وذلك اذا كان الباقى بشىء من الأجزاء مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط منها اقصر من المحيط .

اقول هذه المصادرة محتاجة الى بيان وذلك لأن اوضح جزئياتها وابسطها هو ما بين بالبرهان فى الشكل العشرين والحادى والعشرين من المقالة الاولى من كتاب الاسطقسات وليس من حق المصادرات ان تبين فى العلوم التى تصدر بها لكن لما كان بيان هذه المصادرة هندسيا ولم يكن بتمامه مذكورا فى شىء من الكتب المشهورة كما ينبغى وجب ان يسار الى ذلك كيلا يكون ما فى الكتاب مبنيا على حكم غير واضح .

فاقول ان كانت الخطوط المحدبة والعميقة المذكورة هاهنا مؤلفة من الخطوط المستقيمة الكثيرة فالحكم يتضح بادنى بيان اما فى المحدبة والمستقيمة

---

(١) كذا وبها مش صف ــ ج ــ رهميس يونانيست ومرادازان معين است .

[illegible] الاسطوانة

[illegible] كل [illegible] من كل [illegible] يتصلان على [illegible] مشترك في

[illegible] وهكذا الى ان ينتهي الى احد

[illegible] اصغر من [illegible] مثاله ليكن — ا ب ج د ه ج — [illegible]

[illegible] خطوط — ا ب — ب ج — ج د — د ه —

[illegible] ج — [illegible] — ا ج — المستقيم فنصل — ا ج — ويتبين انه

[illegible] ج — وكذلك [illegible] — د ج — فيكون جميع — ا ج —

[illegible] الاول [illegible] ويتبين انه اصغر من — ا ج —

[illegible] ج — و — ا ح — اصغر من —

[illegible] المحدب الاول (١) وكذلك ان

[illegible] مشتركا اذا كان المحدب — ا ب ج د ه

[illegible] — ا ر — والمشترك — ج د — في الوسط وكذلك ان كان في

[illegible] (٢) واما في الخطوط العميقة فبان نخرج كل واحد من الاضلاع

[illegible] الى الخارج فتحدث خطوط عميقة اخرى ويتبين انها اصغر

[illegible] واحدا واحدا الى ان ينتهي الى الداخل فتبين انه اصغر

[illegible] الخارج — مثاله ليكن — ا ب ج د ه ز —

[illegible] — ا ج ط ز — العميق الداخل ونخرج — ز ط — الى —

[illegible] — المستقيم اصغر من محدب — ز ه د ك — وجميع عميق —

[illegible] اصغر من العميق الخارج وايضا نخرج — ط ح — الى

[illegible] اصغر من محدب — ط ك ج ل — وجميع

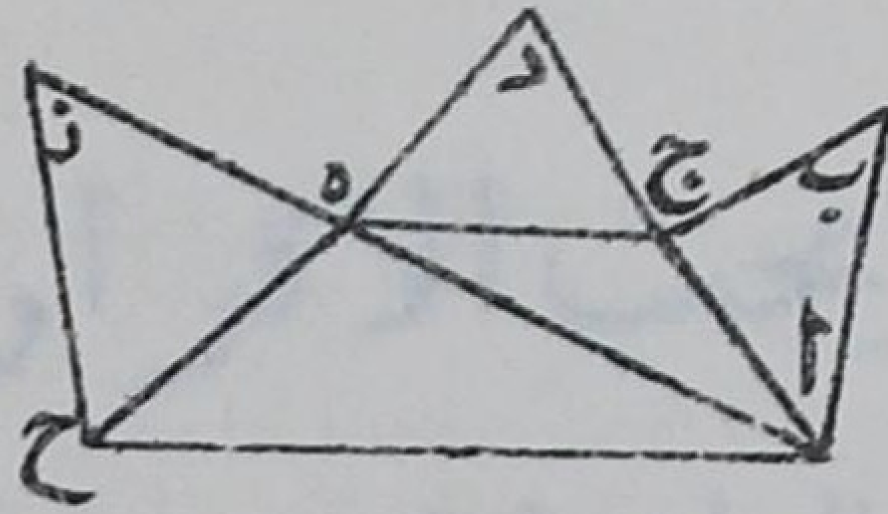
[illegible] — ز ك ج ب ا — وايضا — ا ح —

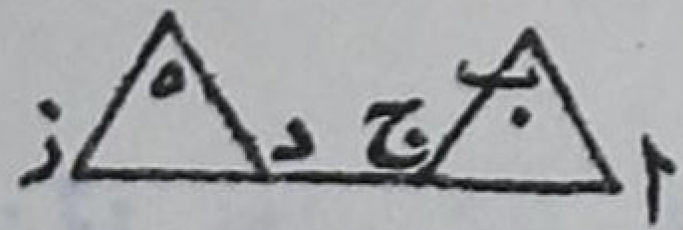
[illegible] من محدب — ا ب ل ح — عميق — ز ط ح ا — الداخل اصغر

[illegible] فاذا هو اصغر كثيرا من العميق الخارج (٣) [illegible]

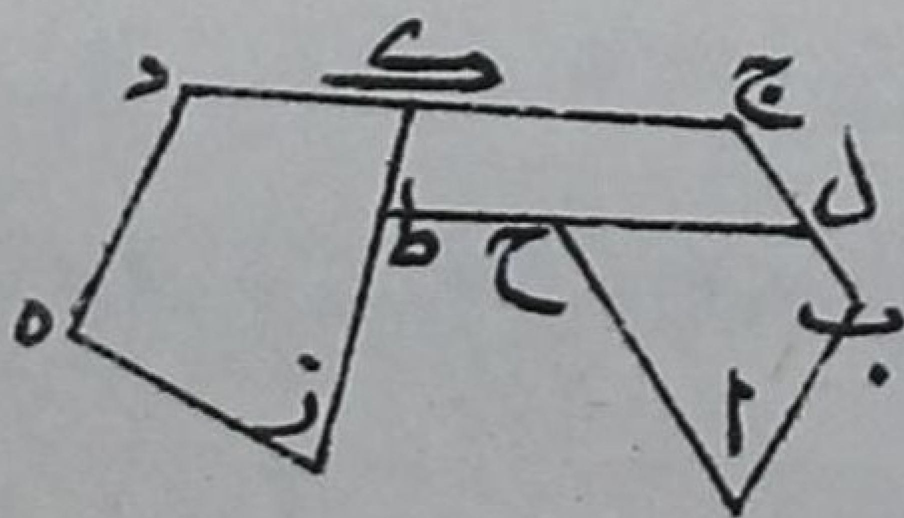
[illegible] (١) الشكل الرابع [illegible] (٢) الشكل الخامس [illegible]

ش٣





ش٥



الكرة والاسطوانة ص٧

فأن يوصل بين كل حدين متباينين من كل خطين يتصلان على حد مشترك فى المحدب بخط مستقيم وتبين انه اقصر منهما وهكذا الى ان ينتهى الى الخط المستقيم فيتضح انه اقصر من الكل مثاله ليكن - ا ب ج د ه ز ح - محدبا مؤلفا من خطوط مستقيمة هى خطوط - ا ب - ب ج - ج د - د ه - ه ز - ز ح - والواصل بين طرفيه - اح - المستقيم فنصل - اج - وتبين انه اقصر من - ا ب - ب ج - وكذلك - ج ه - ه ح - فيكون جميع - اج - ه ح - اقصر من المحدب الاول ونصل - اه - وتبين انه اقصر من - ا ج - ج ه - فيكون - اه ح - اقصر من - ا ج ه ح - و - ا ح - اقصر من - ا ه ح - فاذا - ا ح - اقصر كثيرا من المحدب الاول (١) وكذلك ان كان البعض محدبا والبعض مشتركا كما اذا كان المحدب - ا ب ج د ه ز - والمستقيم - ا ز - والمشترك - ج د - فى الوسط وكذلك ان كان فى احد الطرفين (٢) واما فى الخطوط العميقة فبأن يخرج كل واحد من اضلاع العميق الداخل الى الخارج فتحدث خطوط عميقة اخرى وتبين انها اقصر من الخارج واحدا بعد واحدا الى ان ينتهى الى الداخل فتبين انه اقصر من الكل فيكون اقصر كثيرا من الخارج. مثاله ليكن - ا ب ج د ه ز - العميق الخارج و - اح ط ز - العميق الداخل ويخرج - ز ط - الى - ك - فيكون - ز ك - المستقيم اقصر من محدب - ز ه د ك - وجميع عميق - ز ك ج ب ا - اقصر من العميق الخارج وايضا يخرج - ط ح - الى - ل - فيكون - ط ل - المستقيم اقصر من محدب - ط ك ج ل - وجميع عميق - ز ط ل ب ا - اقصر من عميق - ز ك ج ب ا - وايضا - ا ح - المستقيم اقصر من محدب - ا ب ل ح - فعميق - ز ط ح ا - الداخل اقصر من عميق - ز ط ل ب ا - فاذا هو اقصر كثيرا من العميق الخارج (٣) وعلى هذا القياس.

---

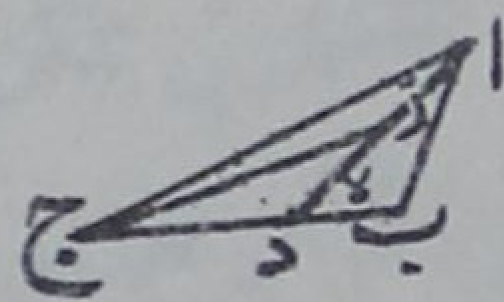
(١) الشكل الثالث - ٣ (٢) الشكل الرابع - ٤ (٣) الشكل الخامس - ٥ .

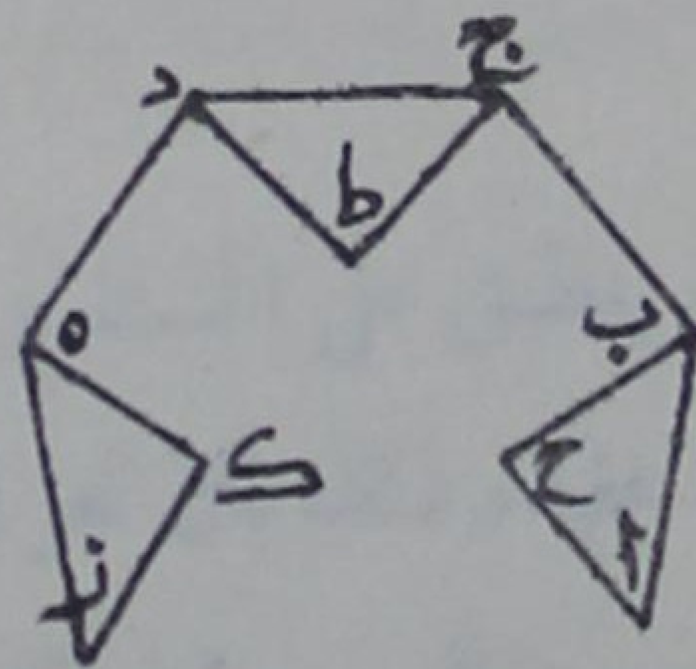
واعلم ان الحكم غير واجب مع اختلال كل واحد من الشرطين
المذكورين اعنى اتحاد الطرفين وكون المحدب عميقين الى جانب فليكن لبيان
الاول ـ اب ـ ب ج ـ محيطين بزاوية منفرجة ولنعلم على خط ـ ب ج ـ
نقطة ـ د ـ كيف وقعت ونفصل ـ دا ـ ونفصل من ـ دا ـ الاطول ـ ده
٥ مثل ـ ب ا ـ الاقصر وننصف ـ ه ا ـ على ـ ز ـ ونصل ـ زج اج ـ فج ا ـ
اقصر من ـ ج ز ز ا ـ اعنى ـ ج ز ـ ز ه ـ ونزيد عليهما ـ ه د ـ اب ـ
المتساويين فيكون جميع ـ ج ا ب ـ اقصر من جميع ـ ج ز د ـ لكن ـ ج ا ب
و ـ ج ز د ـ عميقان الى جانب قد صار المحيط بهما اقصر من المحاط به وانما كان
ذلك لتباين طرف ـ ب د (١) .
١٠ وليكن لبيان الثانى ـ ا ب ج د ه ز ـ و ـ ا ح ب ج ط د ه
ك ز ـ محدبين متحدتى الاطراف والمحيط منهما اعنى الاول اقصر من المحاط
وانما كان ذلك كذلك لانهما ليستا عميقين الى جانب واحد فهذا ما اردنا بيانه فى
المؤلفة من الخطوط المستقيمة .

اما اذا كان المحدب غير مؤلف الخطوط المستقيمة بل كان اما قوسا
١٥ من دائرة او قطعة من محيط قطع ما او منحنيا غير ذلك فنقول فيه اولا من
المشهور ان الطول والقصر فى الخطوط بل العظم والصغر والمساواة فى جميع
المقادير انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متجانسين على الآخر اما فى الذهن
واما فى الخارج حتى اذا لم يفضل احدهما على الآخر فى جهة من الجهات تحقق
المساواة بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم للفاضل والصغر للمفضول من حيث
٢٠ هما كذلك (٢) فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة
والمستديرة هل يمكن ان يتطابقا ام لا حتى لو امكن لأمكن الحكم على احدهما
بالطول والقصر والمساواة عند قياسه الى الآخر والا فلا وكذلك فى السطوح .
قال قوم بامتناع تطابقهما فان ذلك يستدعى اما زوال الاستقامة من

---

(١) الشكل السادس ـ ٦ (٢) الشكل السابع ـ ٧ .





الكرة والاسطوانة ص

... [illegible] الاسطوانة

... [illegible] الحكم غير واجب ... [illegible] كل واحد من الشرطين
... [illegible] اعني ابعاد الاطراف ... [illegible] فيمكن ليبان
... [illegible] ا ب – ب ج – [illegible] – ب ج –
... [illegible] كيف وقعت وفصل – [illegible] من [illegible] الاول – د ه
... [illegible] الاقصر ونصف [illegible] ز – واصل [illegible] ج – فج ا –
اقصر من – ج ز ا – اعني – ج ز – [illegible] – ا ب –
المتساويين فيكون [illegible] اقصر من [illegible] لكن – ج ا ب
[illegible] ميلان الى [illegible] المحيط بهما اقصر من المحاط به واذا كان
ذلك [illegible] طرف – [illegible] (١)

ويمكن ليبان الثاني – ا ب ج د ه ز – و – [illegible] ج [illegible]
[illegible] متساوي الاطراف والمحيط منهما اعني الاول اقصر من المحاط
[illegible] ليسا مميلين الى جانب واحد فهذا ما اوردنا بيانه في
[illegible]

[illegible] الخطوط المستقيمة [illegible]
من دائرة او قطعة من [illegible] فنقول فيه [illegible] من
المشهور ان الطول والقصر في الخطوط [illegible] العظم [illegible]
المقادير انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متشابهين على الآخر [illegible]
واما في الخارج حتى اذا لم يفضل احدهما على الآخر في جهة من الجهات تحقق
المساواة بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم للفاضل والصغر للمفضول من حيث
هما كذلك (٢) فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة
والمستديرة هل يمكن ان يتطابقا ام لا حتى لو امكن [illegible] على احدهما
بالطول او القصر [illegible] الاطلاق [illegible]
[illegible] امتناع تطابقهما لأن ذلك يستدعي [illegible] والاستقامة من

(١) الشكل السادس [illegible] (٢) الشكل السابع [illegible]
المتقدم

المستقيم وطريان الانحناء عليه اوبالعكس فى المستدير وكلاهما محال وذلك لأن الاستقامة والانحناء ليسا من العوارض الزائلة للخطوط بل هما فصلان اومما هو بمنزلة الفصول فلذلك حكم الفيلسوف بكون الخط المستقيم نوعا مخالفا للخطوط المنحنية وكل واحد من المنحنيات المخالفة نوعا مخالفا للباقية واشخاص كل نوع انما يكون مما يمكن ان يتطابق بعضها على بعض .

٥

وقال قوم آخر انا نعلم ان احد التطبيقين ليس بما هية للمساواة ولا للعظم ولا للصغر ولا ايضا بمقوم لتلك الماهيات فان المقدارين يمكن ان يتساويا او يتفاوتا فى نفس الامر من غير أن ينطبق احدهما على الآخر او يتوهم تطبيقهما وان كان من شأنهما امكان تطبيق احدهما على الآخر فان كان ولابد فلعل التطبيق اوامكانه طريق الى معرفة المساواة او التفاوت ولايجب من انعدام الطريق الى معرفة الشيء انعدام الشيء فى نفسه ثم ان كان لامكان التطبيق مدخل فى تحقق ماهية المساواة او التفاوت لكان الحكم بامتناعه بين المستقيم والمستدير مما يحتاج الى برهان .

١٠

ونحن نقول المستقيم يمكن ان ينطبق على المستدير اوالمنحنى من غير زوال الاستقامة عنه اوطريان الانحناء عليه وذلك بأن تحرك محيط دائرة على خط مستقيم يماسه بأن يدار عليه الى ان يعود الى مبدئها فيكون المبدؤ والمنتهى من الخط المستقيم نقطتان بينهما خط مستقيم ومن المستدير نقطة واحدة ويكون ذلك الخط المستقيم مساويا لمحيط المستدير اذلايوجد فيما بين المبدأ والمنتهى من المستقيم نقطة الا وقد ماس بها نقطة من المستدير الا ان هذا التطبيق لايكون قار الذات ولادفعة واحدة بل انما يحصل منه شيء بعد شيء ويتم فى زمان هى زمان الحركة وليس من شرط التطبيق ان يحصل دفعة اويكون تطبيق جميع اجزاء المتطابقين معا فى زمان واحد - قالوا وبهذا الوجه يمكن فى السطوح ايضا تطبيق سطح الاسطوانة والمخروط المستديرين على بسيط مستو لامكان التماس بينهما على خط مستقيم فيكون ما بين الخطين من البسيط اللذين عليهما يماسان فى

١٥

٢٠

مبدء الحركة ومنتهاها مساويا لسطح الاسطوانة او المخروط واما فى الكرة
فلا يمكن ان ينطبق سطحها الاعلى مقعر كرة مساوية لها وقد يمكن ان يماس
مقعر اسطوانة اومخروط مستديرين بدائرة ولكن اذا امكن ان يساوى
خط مستدير خطا مستقيما (١) اوسطح اسطوانى اومخروط مستدير سطحا
٥ مستويا امكن ايضا ان يساوى سطح كرة سطحا آخرغيره مما لا ينطبق عليه
فان المساواة قد ثبتت فى كثير من المقادير التى لا يمكن تطبيق بعضها على بعض
لا فى الخارج ولا فى التصور مثلا كما قد ثبت بالبرهان ان الدائرة التى يساوى
نصف قطرها وترزاوية قائمة يساوى مجموع الدائرتين اللتين يساوى نصفا
قطريهما الضلعين المحيطين بها .

١٠ وبالجملة فهذا بحث طويل خارج عما نحن فيه انما يجب على الفيلسوف
ان يحققه ويكفينا فى هذا الموضع ان نتساهل ونفرض بدل الخط المنحنى خطا
مؤلفا من خطوط كثيرة صغار جدا فى اقصى غاية ما يمكن ان يكون من الصغر
يتالف عند زوايا متقاربة جدا فى غاية ما يمكن ان يكون من التقارب بحيث
لا تتمايز الاضلاع ولا الزوايا فى الحس بل يكون كأنه ذلك الخط المنحنى
١٥ بعينه اذ لا يكون بينهما تميز حسى اصلا ويصح الحكم بالتحقيق من غير خلاف
على ذلك الخط عند قياسه الى خط آخر مستقيم بكونه اطول او اقصر منه
او مساويا له واذا حكمنا على ما يكون فى الحس غير متمايز عن المنحنى المفروض
بكونه مساويا اومتفاوتا لغيره كان الحكم فى الحس عليه نفسه .

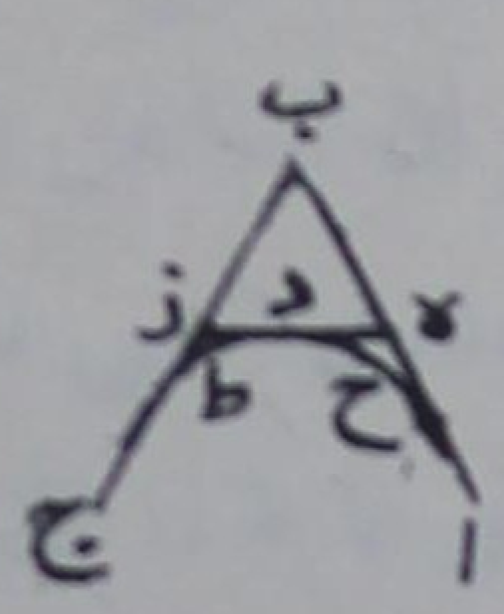
واما العقل فيوشك ان يندرج من ذلك الى الحكم على المنحنى ايضا
٢٠ لو كان من شأنه ان يصح ذلك الحكم عليه فى نفس الامروقس على ذلك الحكم
فى السطوح واذا اكتفينا بذلك فلنرجع الى ما كنا فيه .

ونقول اما بيان كون الخط المستقيم الواصل بين طرفى قوس اقصر
منه فبأن ننصف القوس ونصل وتريها ونبين ان الوترالاول اقصر منهما وننصف

---

(١) صف ق ـ مستديرا اوسطح اسطوانى مستدير .

عش



الكرة والاسطوانة ص١١

كل واحد من النصفين ونصل اوتارهما ونبين ان الوترين اقصر منهما وهلم جرا بنصف الاجزاء مرة بعد اخرى مرات لايحصى عددها كثرة الى ان يحصل خط محدب مؤلف من اوتار صغار كما وصفنا بحيث لا يتمايز فى الحس عن القوس الاولى فينطهر الحكم بكون الوتر الاول اقصر منه ويكاد ان يحصل فى العقل حكم يقينى بكون الوتر اقصر من قوسه على تقدير ان يصح الحكم عليه ٥ بالقصر عند قياسه اليها وكذلك البيان فى سائر الخطوط المنحنية بغرض نقط غير محصورة عليها واخراج الخطوط المستقيمة منها تارة بعد اخرى وفى بيان ان اقرب العميقين المنحنين فى جانب واحد من الخط المستقيم الواصل بين اطرافهما المتحدة اقصر من ابعدهما ايضا وكذلك فى العميق المنحنى والعميق المؤلف من الخطوط المستقيمة لكن العميق المنحنى اذا كان محاطا بالمستقيمى ١٠ وجب ان نخرج بدل الاوتار خطوطا مماسة للمنحنى مثلا ليكن العميق ـ اب ج ـ المستقيمى محيطا بعميق ـ ادج ـ القوسى ولنفرض ـ د ـ على قوس ـ ادج ـ اما على منتصفها او على موضع آخر يقرب منه كيف اتفق ولنخرج من نقطة ـ د ـ خط ـ ه د ز ـ المماس للقوس الى ان يصل الى نقطتى ـ ه ز ـ من خطى ـ اب ـ ب ج ـ (١) ثم لنفرض نقطتى ـ ح ط ـ على ١٥ قوسى ـ اد ـ د ج ـ كما فرضنا اولا ونخرج منهما خطين مماسين لهما واصلين بين المستقيمين وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يحصل عميق مؤلف من خطوط صغار مستقيمة تشبه قوس ـ ادج ـ فى الحس ونبين انه اقصر من عميق ـ اب ج ـ فيكاد ان يحكم العقل بكون القوس اقصر منه ايضا لو امكن الحكم عليها بذلك واخراج الخطوط المماسة من النقط فى الدوائر والقطوع ممكن ٢٠ كما ذكره اوقليدس وابلونيوس فى اصولهما واما فى سائر المنحنيات فلانحتاج الى تحقيق بل يكفى فيها التقريب اذ كان الموصل الى الحكم العقلى هو المشابهة الحسية الحاصلة من التقريب فى ذلك .

قال وكذلك ايضا فان البسيطات المتحدة النهايات التى تكون عميقة

---

(١) الشكل الثامن ـ ٨ .

الى جانب واحد تكون غير متساوية والمحيط منها بغيرها احاطة اما بالاسر و
اما بالبعض اذا كان البعض الآخر مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط به
منها اصغر من المحيط .

اقول ولنبين هذا الحكم فى السطوح بمثل ما بينا فى الخطوط ونبدأ
٥ بالعميقات المؤلفة من السطوح المستوية فنقول اولا ان السطح الواصل بين
اطراف العميقات المؤلفة من السطوح المستوية اصغر منها (١) .

ولنقدم لبيان ذلك مقدمة هى هذه .

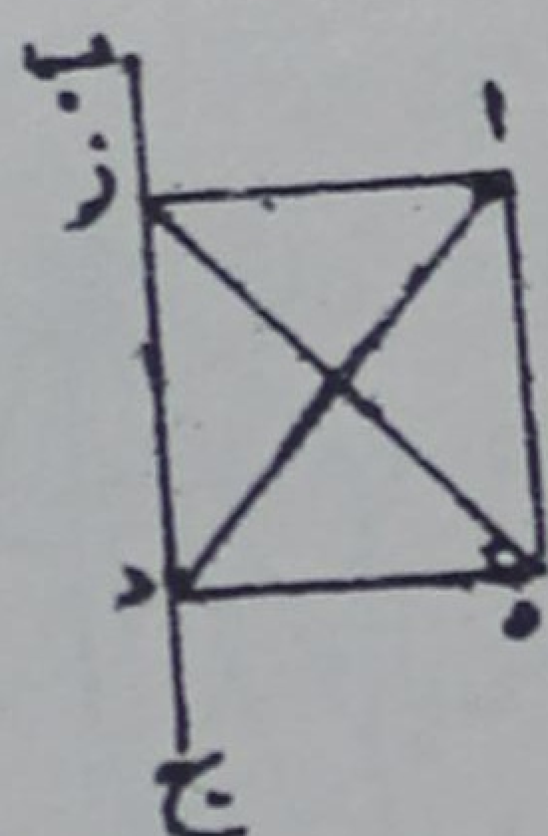
لتكن ـ ا ـ نقطة فى السمك و ـ ب ج ـ خطا فى السطح ونخرج منها
عمود ـ اد ـ على ـ ب ج ـ وعمود ـ اه ـ على السطح ونصل ـ ج د ـ
١٠ ونقول انه عمود ايضا على ـ ب ج ـ .

برهانه نعلم على خط ـ ب ج ـ نقطة ـ ز ـ كيف وقعت ونصل
از ـ زه ـ فمربع ـ از ـ يساوى مربعى ـ اه ـ ه ز ـ لكون زاوية ـ اه ز ـ
قائمة ويساوى ايضا مربعى ـ اد ـ د ز ـ لكون زاوية ـ اد ز ـ ايضا قائمة
لكن مربع ـ اد ـ منهما يساوى مربعى ـ اه ـ ه د ـ لكون زاوية ـ اه د ـ
ايضا قائمة فمربعا ـ اه ـ ه ز ـ يساوى مربعات ـ اه ـ ه د ـ د ز ـ ونلقى
١٥ مربع ـ اه ـ المشترك يبقى مربع ـ ه ز ـ مساويا لمربعى ـ ه د ـ د ز ـ فاذا
زاوية ـ ه د ز ـ قائمة و ـ ه د ـ عمود على ـ ب ز ـ ثم ليكن العميق مؤلفا
من مثلثات ـ اب ج ـ اج د ـ اد ه ـ اه ب ـ والسطح الواصل بين
اطرافه سطح ـ ب ج ـ د ه ـ حتى تكون سطوح العميق مرتفعة منه الى
نقطة ـ ا ـ ولنخرج من ـ ا ـ اعمدة ـ از ـ اح ـ اط ـ اك ـ على اضلاع
٢٠ السطح وعمود ـ ال ـ على السطح نفسه ونصل ـ ل ز ـ ل ح ـ ل ط ـ ل ك
فظاهر ان ـ ل ز ـ اقصر من ـ از ـ الذى عليه وعلى ـ ال ـ وكذلك ـ ل
ح ـ من ـ اح ـ و ـ ل ط ـ من ـ اط ـ و ـ ل ك ـ من ـ اك ـ وجميع
السطوح الكائنة من اعمدة ـ ل ز ـ ل ح ـ ل ط ـ ل ك ـ فى انصاف اضلاع

---

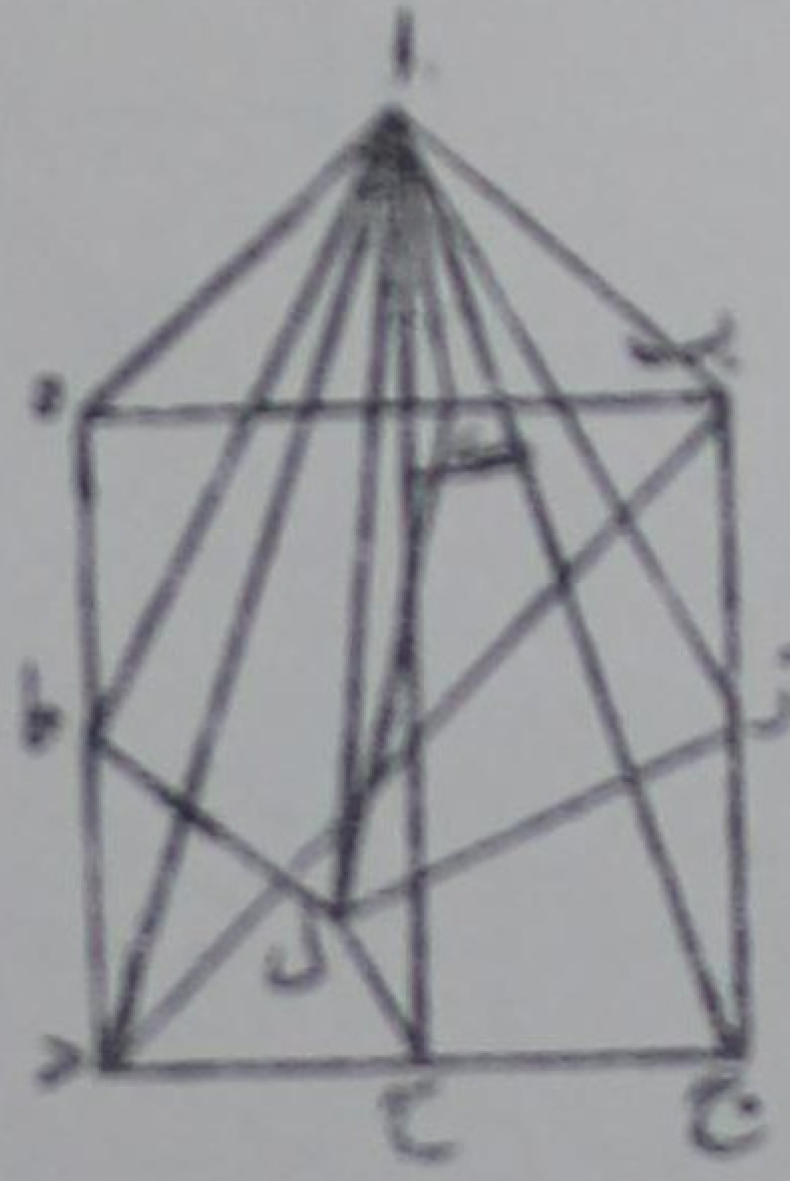
(١) الشكل التاسع ـ ٩ .

و



الكرة والاسطوانة ص ١٢

ر ١٠



الكرة والاسطوانة ص ١٣

ب ج - ج د - د ه - ه ب - المساوى لسطح - ب ج د ه - اصغر من جميع
السطوح الكائنة من اعمدة - ا ز - اح - اط - اك - فى انصاف الاضلاع
المذكورة المساوى لجميع مثلثات - ا ب ج - اج د - اد ه - اه ب - اعنى
العميق المذكور وذلك ما اردناه (١) .

فان جعلنا العميق المذكور مؤلفا من مثلثات - اج د - اد ه - اه ب ٥
ومن سطح - ب ج - د ه - فى هذا الشكل بعينه والسطح الواصل بين اطرافه
مثلث - ا ب ج - قسمنا - ب ج - د ه - بخط - ب د - لمثلثى - ب ج د -
ب ه د - وبينا ان مثلث - ا ب ج - اصغر من العميق المؤلف من مثلثات - ه ا
ب - ه ب د - ه ا د - المرتفع من مثلث - ا ب د - الى نقطة - د - فاذا
مثلث - ا ب ج - من المثلثات المذكورة اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ١٠
ه ا ب - ه ب د - ه ا د - المرتفع من مثلث - ا ب د - الى نقطة - ه - فاذا
مثلث - ا ب ج - اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا وهكذا ان كانت
السطوح منقسمة الى مثلثات فوق اثنين فان كان العميق مؤلفا من سطوح
كثيرة مختلفة كالعميق المؤلف من سطوح - ا ب ك ل - ب ج ط ك - ج د
ح ط - د ه ن ح - ه ز م ن - ز ا ل م - ك ل م ن - ك ط ح ن - ١٥
الثمانية والسطح المار بأطرافه سطح - ا ب ج د ه ز - وصلنا بين احدى
الزوايا التى لا تكون على السطح المار اى زاوية كانت وبين سائر الزوايا
بخطوط ولتكن تلك الزاوية نقطة - ح - ونصل خطوط - ح ج - ح ب - ح ا
ح ز - ح ه - ح ك - ح ل - ح م - الثمانية فينقسم المجسم الذى يحيط به العميق
والسطح الى اجسام بعدة السطوح المقابلة لنقطة - ح - وهى سطوح - ب ج ٢٠
ط ك - ا ب ك ل - ز ا ل م - ه ز م ن - ك ل م ن - ا ب ج د - الستة
يرتفع كل واحد من تلك الاجسام من احدى تلك السطوح الى نقطة - ح -
ثم نبين بمثل ما مر ان سطح - ا ب ج د ه ز - اصغر من العميق المؤلف
من مثلثات - ح ب ج - ح ا ب - ح ز ا - ح ه ز - ح د ه - ح ج د -

---

(١) الشكل العاشر - ١٠ -

الستة التى هى يرتفع من ذلك السطح الى نقطة ـ ح ـ وان مثلث ـ ح ب ج ـ
منها اصغر من العميق المؤلف من سطح ـ ب ج ط ك ـ ومثلثات ح ك ب ـ
ح ط ك ـ ح ج ط ـ الثلاثة وان مثلث ـ ح ا ب ـ اصغر من العميق
المؤلف من سطح ـ ا ب ك ل ـ ومن مثلثات ـ ح ا ل ـ ح ك ل ـ ح
ب ك ـ وان مثلث ـ ح ز ا ـ اصغر من العميق المؤلف من سطح ـ ز ا ل ٥
م ـ ومثلثات ـ ح م ز ـ ح ل م ـ ح ا ل ـ وان مثلث ـ ح ه ز ـ اصغر
من العميق المؤلف من سطح ـ ه ز م ن ـ ومثلثات ـ ح ن ه ـ ح م ن ـ
ح ز م ـ فاذا يكون السطح المذكور اعنى سطح ـ ا ب ج د ه ز ـ
اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا وعلى قياس ذلك فى سائر ما يمكن من
العميقات مؤلفة من السطوح المستوية واما فى العميقات التى يحيط بعضها ببعض ١٠
فينبغى ان يخرج على قياس مامر فى الخطوط العميقة التى يحيط بعضها ببعض
احد سطوح العميق المحاط به فى الجهات الى ان يلقى العميق المحيط ثم يخرج
سطحا آخر مما يليه وهكذا الى ان يتم اخراج جميع السطوح التى يتألف منها
العميق المحاط به ثم نبدأ بالاخير فيتبين ان العميق المحاط به اصغر منه مع ما تقرره
السطح الاخير من المحيط وان ذلك ايضا اصغر منه مع ما تقرره السطح الذى ١٥
اخرج قبله(١) وهكذا الى ان ينتهى الى العميق المحيط فتبين ان المحاط به الاول
اصغر كثيرا منه .

مثاله ليكن العميق المحيط مؤلفا من سطوح ـ ا ب ز ه ـ ب د ط
ز ـ د ج ح ط ـ ج ا ح ـ ه ح ط ز ـ الخمسة والمحاط به مؤلفا من
مثلثات ـ ا ك ب ـ ب ك د ـ د ك ج ـ ح ك ا ـ الاربعة والسطح المار ٢٠
بأطرافه المتحدة سطح ـ ا ب د ج ـ ويخرج سطح مثلث ـ د ك ج ـ
اولا فى الجهات الى ان ينتهى الى العميق المحيط فيكون الفصل المشترك بينه
وبين سطح ـ ج ا ه ح ـ خط ـ ج ل ـ والذى بينه وبين سطح ـ ه ح
ط ز ـ خط ـ ل م ـ الذى بينه وبين سطح ـ ب د ط ز ـ خط ـ م د ـ

فينفصل

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ ـ .

١١

ا ز س ه ط ب ن ه ك ح د ج

الكرة والاسطوانة ص١٢

فينفصل بهذا السطح من المجسم الذى يحيط به العميق المحيط والسطح الواصل باطرافها منشور يحيط به سطوح - د ج ح ط - ل ح ط م - ج ل م د - الثلاثة ومثلثا - ج ل ح - د م ط - ونسميه المنفصل الاول ويبقى مجسم تحيط به سطوح - ج ل م د - ه ل م ز - ا ه ز ب - اج د ب - اج ل ه - ب د م ز - الستة ونسميه المجسم الثانى ثم نخرج بعده سطح مثلث - ج ك ا - فيكون الفصل ٥
المشترك بينه وبين سطح - ج ل د م - اعنى المخرج اولا خط - ج ك س - والذى بينه وبين الثانى من سطح - ه ح ط ز - خط - س ن - والذى بينه وبين سطح - ا ب ز ه - خط - ن ا - فينفصل به من المجسم الثانى جسم يحيط به سطوح - اج س ن - ل س ن ه - ا ج ل ه - الثلاثة ومثلثا - ج س ل - ا ن ه - ونسميه المنفصل الثانى ويبقى منه مجسم يحيط به سطوح - ج س م ١٠
د - ن ز م س - ا ب ز ن - د م ز ب - اج س ن - اج د ب - الستة ونسميه المجسم الثالث ثم نخرج بعده سطح مثلث - اك ب - فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح - اج س ن - اعنى المخرج ثانيا خط - اك - وبينه وبين سطح ج ل م د - المخرج اولا خط - ك ع - والذى بينه وبين سطح - ب د ط ز خط - ب ع - فينفصل به من المجسم الثالث جسم يحيط به سطوح - ا ب ١٥
ع ك - س م ع ك - ن ز م س - ا ب ز ن - ب ع م ز - اك س ن - الستة ونسميه المنفصل الثالث ويبقى من المجسم الثالث مجسم يحيط به - د ع ك ج - ب ع ك ا - ا ب د ج - الثلاثة ومثلثا - ج ك ا - ب ع د - ونسميه المجسم الرابع وينفصل منه بسطح مثلث - ب ك د - الباقى من مثلثات العميق المحاط به الاربعة مخروط يحيط به مثلثات - ب ك د - ب ع د - ب ك ع - ٢٠
د ك ع - الاربعة ونسميه المنفصل الرابع ويبقى مجسم يحيط به العميق المحاط به والسطح الواصل بالاطراف .

ثم نقول لما كان سطح مثلث - ب ك د - من العميق المحاط به اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الرابع وهى مثلثات - ب ع د -

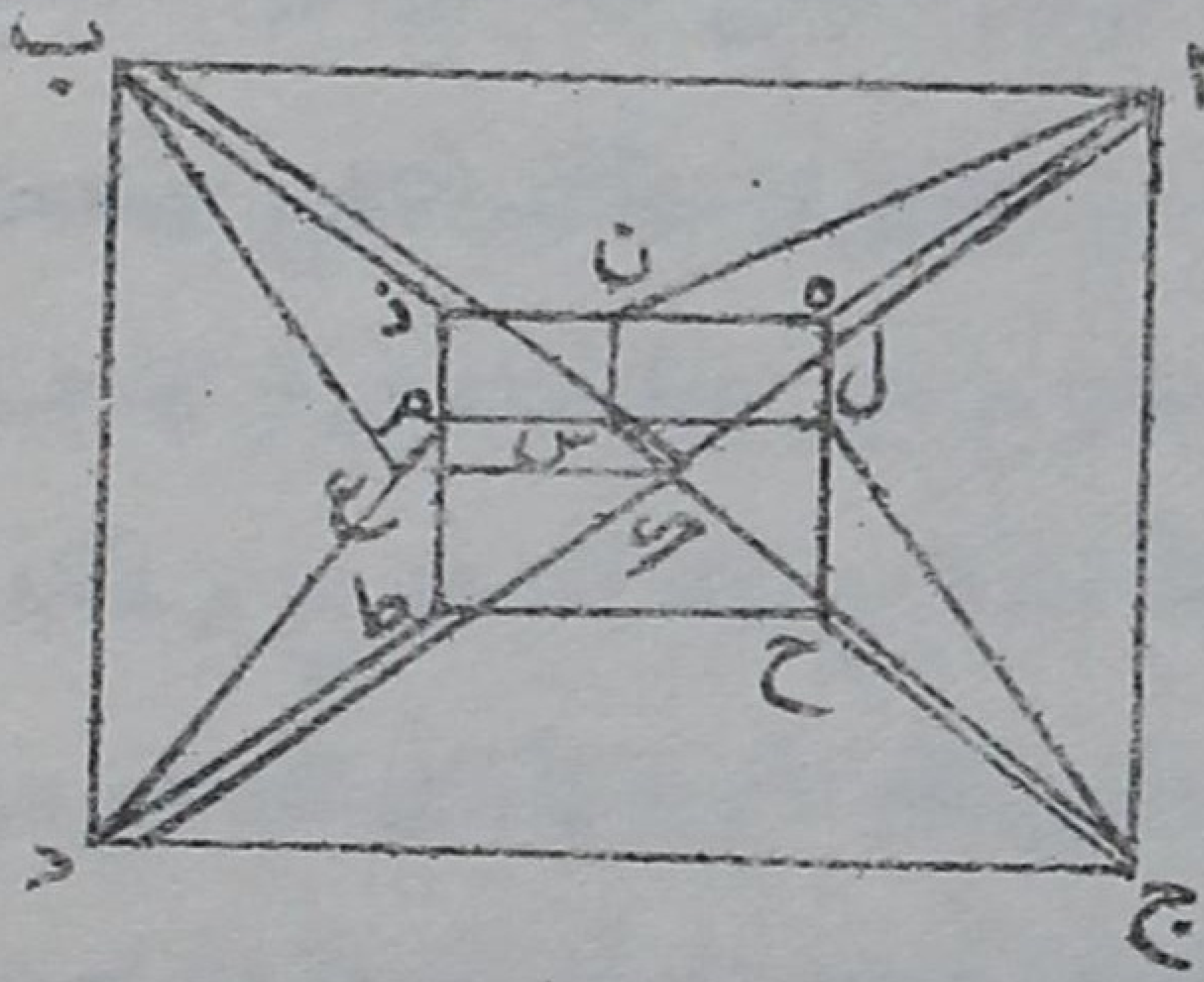
ب ك ع ـ د ك ع ـ وجب العميق المحاط به اصغر كثيرا من عميق يتألف
من سطوح المجسم الرابع سوى السطح المار بالأطراف وهى سطحا
ـ د ع ك ج ـ ب ع ك ا ـ ومثلثا ـ ج ك ا ـ ب ع د ـ ونسميه العميق
الثانى وايضا لما كان سطح ـ ب ع ك ا ـ من العميق الثانى اصغر من عميق يتألف
٥ من باقى سطوح المنفصل الثالث وهى سطوح ـ س م ع ك ـ ن زم س ـ
اب زن ـ ب ع م ز ـ اك س ن ـ الخمسة وجب ان يكون العميق الثانى
اصغر من عميق يتألف من سطوح المجسم الثالث سوى السطح المار بالاطراف
وهى سطوح ـ ج س م د ـ ن زم س ـ اب زن ـ دم زب ـ اج س ن ـ
الخمسة ونسميه العميق الثالث وايضا لما كان سطح ـ اج س ن ـ من العميق
١٠ الثالث اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الثانى وهى سطحا ـ ل
س ن ه ـ اج ل ه ـ و. مثلثا ـ ج س ل ـ ان ه ـ كان العميق الثالث اصغر
من عميق يتألف من سطوح المجسم الثانى سوى السطح المار بالاطراف وهى
سطوح ـ ج ل م د ـ ه ل م ز ـ اب زه ـ اج ل م ـ دم زب ـ الخمسة
ونسميه العميق الرابع وايضا لما كان سطح ـ ج ل م د ـ منه اصغر من عميق
١٥ يتألف من باقى سطوح المنفصل الاول وهى سطحا ـ د ج ح ط ـ ل ح
ط م ـ ومثلثا ـ ج ل ح ـ دم ط ـ وجب ان يكون العميق الرابع اصغر
من عميق يتألف من سطوح ـ اب زه ـ ب د ط ز ـ ج اه ح ـ د ج
ح ط ـ ه ح ط ز ـ الخمسة وهو العميق المحيط فاذا العميق المحاط به الذى
هو اصغر من العميق الثانى الذى هو اصغر من العميق الثالث الذى هو اصغر من
٢٠ العميق الرابع الذى هو اصغر من العميق المحيط اصغر كثيرا من العميق المحيط
وذلك ما اردناه (١).

وينبغى ان يقاس على هذا المثال ما عداه من هذا النوع فلنقتصر عليه
لئلا يطول الكلام اما اذا لم يكن العميق مؤلفا من سطوح مستوية بل كان
اما سطحا مستديرا او محدبا فكان مؤلفا من سطوح بعضها مستدير او محدب

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ .

كان

ش ١٢



الكرة والاسطوانة ص ١٦

كان البيان فيما لا يكون مستويا قريبا مما مر فى الخطوط المستديرة والمنحنية
والسطوح المستديرة تكون اما سطوح الاسطوانات او المخروطات او سطوح
الاكر او ما يتألف منها اما سطح الاسطوانة المستديرة فنفرض عليه دائرة هى
اما دائرة قاعدة الاسطوانة او دائرة موازية لها ويجزئ محيط تلك الدائرة
باجزاء صغار فى غاية ما امكن من الصغر بحيث اذا وصلنا بينها حدث شكل مضلع ٥
مؤلف من خطوط مستقيمة لا يفرق الحس بينه و بين محيط تلك الدائرة
ونخرج خطوطا من نقط الزوايا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيقع
لا محالة على سطح الاسطوانة جميعا وينتهى الى دائرتى الرأس والقاعدة او الى
غير نهاية ان كانت الاسطوانة كذلك ويكون لا محالة كل متوازيين متجاوزين
منها فى سطح مستو ويحدث من الجميع سطح اسطوانى مضلع مؤلف من تلك ١٠
السطوح المستوية بحيث لا يفرق الحس بينه وبين السطح الاسطوانى المستدير
الذى كان كلامنا فيه ثم ننصف القسى الصغار من المحيط ونستأنف التدبير فيحدث
مضلع آخر اعظم من الاول لكون تلك السطوح من جهة تساوى ارتفاعاتها
على نسب الخطوط التى جعلت اطرافها منشأ اضلاع تلك السطوح وهكذا
مرة بعد اخرى ما امكن و تبين فى المضلع الذى ينتهى اليه ما نريد بيانه فى المستدير من ١٥
كون السطح المستوى الواصل بين اطرافه او العميق الواقع فى داخله اصغر
منه وكونه اصغر من العميق المحيط به على قياس ما مهدناه ويقع من ذلك ومن
العلم بأنا لو نصفنا كل واحد من الاقسام مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية له وعملنا
العمل المذكور لكان الحكم كما ذكرنا حكم يقينى فى العقل بثبوت الحكم المطلوب
فى السطح المستدير الاسطوانى لو امكن . ٢٠

واما سطح المخروط المستدير القائم فالبيان والعمل فيه كذلك بعينه
الا ان الخطوط المرسومة على نقط الزوايا نصل بينها وبين رأس المخروط
فتحدث مخروطات مضلعة ويكون المحيط منها اعظم من المحاط به لكون
الاعمدة الواقعة من رأس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحيط التى هى

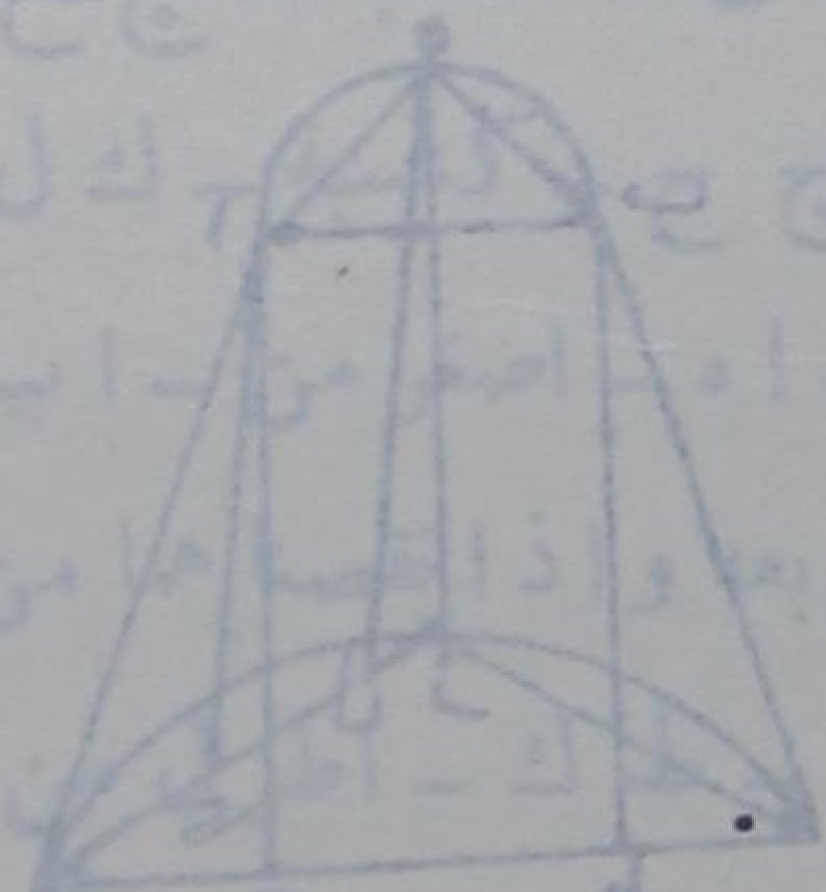
ابعد من مركز قاعدة المخروط اطول من الاعمدة الواقعة من رأس المخروط
على قواعد مثلثات المحاط به التى هى اقرب الى مركز قاعدة المخروط وقواعد
مثلثات المضلع المحيط جميعا ايضا اطول من قواعد مثلثات المضلع المحاط به
واما سطع الكرة فيتجزأ محيط اى دائرة عظمية اتفقت عليه بالاجزاء الصغار
٥ المذكورة ونصل الاوتار ونرسم دوائر عظاما تمر بنقط الزوايا وبقطبى
الدائرة العظمية ونقسمها ايضا بالاجزاء المساوية لتلك الاجزاء الصغار ونصل
بينها ليحدث فى داخل الكرة شكل مضلع كثير القواعد قواعدها سطوح
مستوية لها اضلاع اربعة او ثلاثة كما ذكر اقليدس فى المقالة الثانية عشر من
كتاب الاسطقسات فتكون المثلثات المجتمعة منها عند كل قطب محيط بمخروط
١٠ مضلع رأسه القطب وكل صف من الصفوف التى تليها المشتملة على قواعد
ذوات اربعة اضلاع متجاوزة حول المحور على الترتيب محيطا بقطعة من
مخروط مضلع لأن اضلاعها المشتركة اذا اخرجت اجتمعت على نقطة من المحور
خارج الكرة ويكون الصف الاوسط بين القطبين ان كان عدد اجزاء نصف
الدائرة العظمية فردا محيطا باسطوانة مضلعة لأن اضلاعها المشتركة توازى
١٥ المحور ثم ننصف كل واحدة من القسى الصغار المذكورة مرة بعد اخرى لا الى
نهاية ونرسم كل مرة دوائر عظاما اخرى تمر بالنقط المنصفة من الدائرة العظيمة
الاولى وبقطبيها ونصل الاوتار ونتم الاشكال فتحدث مجسمات كثيرة كل واحد
منها كثيرة قواعد فى تلك الكرة ويكون بعضها محيطا بالبعض وكل محيط
اعظم من الذى يحيط به لكون كل اربع قواعد من المحيط يقع بازاء قاعدة
٢٠ واحدة من المحاط به اعظم جميعا منها .

وليكن لبيان ذلك ـ ا ب ج د ـ احدى قواعد المحاط به ـ و ا ب ـ
اقصر من ـ ج د ـ هما متوازيان و ـ ا ج ـ ب د ـ متساويان فان اضلاع كل
قاعدة ذات اربعة اضلاع من قطع المخروطات المضلعة حول المحور يكون
هكذا ويخرج على ـ ا ب ـ ج د ـ من القسى الموازية للعظيمة وتصفها على

ز ه

ه ز - فتصل ه ز - اه - ه ب - ج ز - ز د -.

ونقول ان سطحي - از - به ز - معا اعظم من سطح - اد
ونخرج من - اب - عمودي - اح - ب ط - على - ج د - ومن - اه
عمودي - اك - ه ل - على - ج ز - فتشا - اه ب - ج ز د - المتساوي
الساقين متشابهان لتوازي اضلاعهما النظائر ونسبة - ج ز - الى - اه - اعني
ك ل - كنسبة - ج د - الى - اب - اعني - ح ط - وبالتفصيل نسبة - ج
ك - ل ز - معا الى - ك ل - كنسبة - ج ح - ط د - معا الى - ح ط
ولتنصيف المقدمين نسبة - ج ك - الى - ك ل - كنسبة - ج ح - الى
ح ط - وبالابدال - نسبة - ج ك - الى - ج ح - ك ل - الى
ح ط - و - ك ل - اصغر من - ح ط - لأن - اه - اصغر من - اب - فج
ك - اصغر من - ج ح - ومربعه اصغر من مربعه واذا نقصناهما من مربع
اج - بقي مربع - اك - اعظم من مربع - اح
وجميع - اه - ه ب - اطول من - اب - وجميع - ج ز - ز د - اطول من
ج د - فعمود - اك - في نصف - اه - ه ب - ج ز - ز د - جميعا التي هي
مجموع سطحي - از - ز ب - اعظم من عمود - اح - في نصف - اب - ج
د - جميعا التي هي سطح - اد (١) واما ان كانت اضلاع مثلثي - اه ب - ج
ز د - النظائر متساوية وذلك عند كون القواعد من الاسطوانة المضلعة المحيط
بالمخروط كانت الأعمدة متساوية وسطحا - از - ز ب - اعظم من سطح - ا
د - لكون - ج ز - ز د - معا اطول من - ج د - ونعيد سطح - اج ز ه
ونصف القوسين اللتين على - اج - ه ز - على نقطتي - ح - ط - ونصل
ح ط - اح - ح ج - ه ط - ط ز - فيحدث [illegible] ح
ج - ز ط - من الاربعة التي يكون بازاء قاعدة - اج د ب - وتكون
اضلاع - اه ح ج - ه ز ط ز - متساوية واضلاع - اه - ح ط - ج ز
متوازية - و - اح - اقصر من - ح ط - و - ح ط - اقصر من - ج ز



(١) الشكل الثالث عشر - ١٣

١٣

الكرة والاسطوانة ص١٩

ه ز - فنصل ه ز - ا ه - ه ب - ج ز - ز د - .

ونقول ان سطحى - ا ز - ب ز - معا اعظم من سطح - ا د
ونخرج من - ا ب - عمودى - ا ح - ب ط - على - ج د - ومن - ا ه
عمودى - ا ك - ه ل - على - ج ز - فمثلثا - ا ه ب - ج زد - المتساوى
الساقين متشابهان لتوازى اضلاعهما النظائر ونسبة - ج ز - الى - ا ه - اعنى ٥
ك ل - كنسبة - ج د - الى - ا ب - اعنى - ح ط - وبالتفصيل نسبة - ج
ك - ل ز - معا الى - ك ل - كنسبة - ج ح - ط د - معا الى - ح ط
ولتنصيف المقدمين نسبة - ج ك - الى - ك ل - كنسبة - ج ح - الى
ح ط - وبالابدال - نسبة - ج ك - الى - ج ح - كنسبة - ك ل - الى
ح ط - و - ك ل - اصغر من - ح ط - لأن - ا ه - اصغر من - ا ب - فج ١٠
ك - اصغر من - ج ح - ومربعه اصغر من مربعه واذا نقصناهما من مربع
ا ج - بقى مربع - ا ك - اعظم من مربع - ه ح - ط ك - اطول من - ا ح
وجميع - ا ه - ه ب - اطول من - ا ب - وجميع - ج ز - زد - اطول من
ج د - فعمود - ا ك - فى نصف - ا ه - ه ب - ج ز - زد - جميعا التى هى
مجموع سطحى - ا ز - ز ب - اعظم من عمود - ا ح - فى نصف - ا ب - ج ١٥
د - جميعا التى هى سطح - ا د (١) واما ان كانت اضلاع مثلثى - ا ه ب - ج
زد - النظائر متساوية وذلك عند كون القواعد من الاسطوانة المضلعة المحيط
بالمحور كانت الأعمدة متساوية وسطحا - ا ز - ز ب - اعظم من سطح - ا
د - لكون - ج ز - ز د - معا اطول من - ج د - ونعيد سطح - ا ج ز ه
وننصف القوسين اللتين على - ا ج - ه ز - على نقطتى - ح - ط - ونصل ٢٠
ح ط - ا ح - ح ج - ه ط - ط ز - فتحدث قاعدتا - ا ح - ه ط - ح
ج - ز ط - من الاربعة التى يكون بازاء قاعدة - ا ج د ب - وتكون
اضلاع - ا ه ح ج - ه ز ط ز - متساوية واضلاع - ا ه - ح ط - ج ز
متوازية - و - ا ح - اقصر من - ح ط - و - ح ط - اقصر من - ج ز

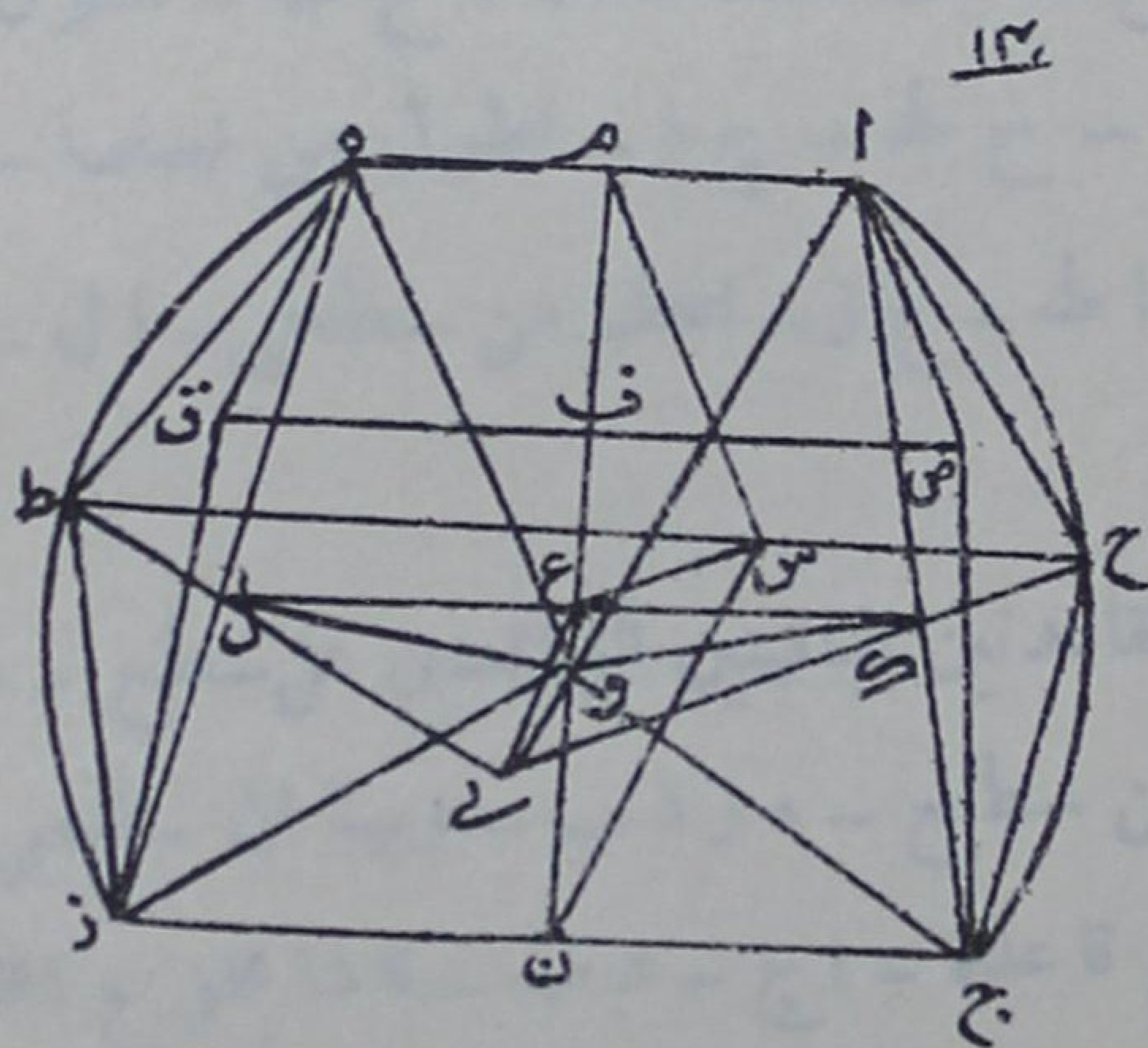
---

(١) الشكل الثالث عشر - ١٣

اذا كانت القواعد من قطع المخروطات المضلعة ويخرج من مركز الكرة
وليكن ـ ى ـ الى نقطتى ـ ح ط ـ خطين فينصفان وترى ـ ا ج ـ ه ز ـ على
ك ل ـ ونخرج منه ايضا عمود ـ ى و ـ على سطح ـ ا ج ز ه ـ ونصل ـ ا
و ـ ج و ـ ه و ـ ز و ـ فتكون متساوية لأن مربع كل واحد منها مع مربع
٥ ى و ـ يساوى مربع نصف قطر الكرة الواصل بين ـ ى ـ وواحدى نقط
اج ز ه ـ وتكون زاويتا ـ ج و ا ـ ز و ه ـ متساويتين لتساوى قاعدتى
ج ا ـ ز ه ـ وزاوية ـ ج و ز ـ اعظم من زاوية ـ ا و ه ـ لكون قاعدة
ج ز ـ اطول من قاعدة ـ ا ه ـ ونصل ـ ك و ـ ل و ـ فلا يكون خطا
مستقيما لأن زوايا ـ ك و ا ـ ا و ه ـ ه و ل ـ جميعا اصغر من قائمتين ونصل
١٠ ك ل ـ فيكون موازيا ـ لا ه ـ ج ز ـ واقصر من ـ ح ط ـ لكونهما
متوازيين بين خطى ـ ى ح ـ ى ط ـ المتساويين ونخرج من ـ و ـ عمود
و ن ـ على ـ ج د ـ ونخرجه الى ـ م ـ فيكون عمودا على ـ ا ه ـ لتوازى
ا ه ـ ج و ـ وننصف ـ ك ل ـ على ـ ع ـ لكون ـ ا ه ـ ج ز ـ منصفين
على ـ م ن ـ ننصف ـ ح ط ـ على ـ س ـ ونصل ـ ن س ـ س م ـ ونصل
١٥ ى س ـ فيمر ـ بع ـ لكونهما فى سطح مثلث ـ ح ى ط ـ على منتصفى ـ ك
ل ـ ح ط ـ المتوازيين فتكون فى مثلث ـ ى و ع ـ القائم الزاوية زاوية
ى ع و ـ حادة فتكون زاوية ـ س ع ن ـ الباقية الى قائمتين منفرجة
ويكون ـ س ن ـ فى مثلث ـ س ن ع ـ اطول من ـ ع ن ـ ونفصل من
ن م ـ ن ف ـ مثل ـ ن س ـ ونخرج ـ ف ص ق ـ موازيا ـ لج ز ـ ونجعل
٢٠ ف ص ـ مثل ـ س حْ ـ و ـ ف ق ـ مثل ـ س ط ـ وتقع نقطتا ـ ص
ق ـ خارج ضلعى ـ ا ج ـ ه ز (١) لأن ـ ح ط ـ اطول من ـ ك ل و ـ ك
ل ـ من ـ ا ه ـ ونصل ـ ج ص ـ ز ق ـ فيكون سطح ـ ى ص ج ز ق
مساويا لقاعدة ـ ح ج ز ط ـ لتساوى عموديهما ورأسيهما وقاعدتيها ولكون
م س ـ س ن ـ اطول من ـ م ن ـ وكون ـ س ن ـ مساويا ـ لف ن ـ يكون

---

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤



الكرة والاسطوانة ص٢٠

م س - اطول من - م ف - فاذا وصلنا - اص - ه ق - كانت قاعدة - ا ح
ط ه - اعظم من سطح - اص - ق ه - المتساويى الرأسين والقاعدتين
لكون عمود - م س - اطول من عمود - م ف - فاذا جميع قاعدتى - ا ح ط
ه - ح ج ز ط - اعظم من سطح - ا ج ز ه - وان كانت قاعدة - ا ج
ز ه - من اضلاع الاسطوانة تساوت خطوط - ا ه - ح ط - ج ز - ٥
المتوازية ووقع عمود - ى و - على نقطة - ع - وتكون زاويتا - م ع س -
ن ع س - قائمتين وعمود - م س - اطول من عمود - م ع - وعمود
س ن - اطول من عمود - ع ن - ونصف - ا ه - ح ط - اطول من
نصف - ا ه - ك ل - ونصف - ح ط - ج ز - اطول من نصف - ك ل -
ج ز - فتكون لذلك قاعدتا - ا ط - ح ز - اعظم من سطحى - ا ل - ك ز - ١٠
اعنى من قاعدة - ا ز - .

وبمثل ذلك تبين ان القاعدتين الباقيتين الواقعتين على سطح - ه ز د ب
من الشكل المتقدم معا اعظم من سطح - ه ز د ب - وبينا ان سطحى - ا ج
ز ه - ه ز د ب - معا اعظم من قاعدة - ا ج - د ب - فاذا مجموع القواعد
الاربع اعظم كثيرا من قاعدة - ا ج د ب - وبمثل ذلك تبين ان مجموع ١٥
القواعد الاربع التى تقع بازاء القاعدة التى يكون مثلثا يكون ايضا اعظم منه
فاذا السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحيط اعظم من السطوح المحيطة
بالشكل الكثير القواعد المحاط به واذا دبرنا هذا التدبير مرة بعد اخرى امكن
لنا ان نثبت الحكم المطلوب بالبيان المناسب على سطح الكرة ان امكن او على
مالايفرق الحس بينه وبين سطح الكرة وان رسم فى الكرة اشكال غيرما ذكرنا ٢٠
على وجه يمكن ان نبين المطلوب بما لم يختلف البيان .

وارشميدس يعمل فى الكرة بعد عمل الشكل المذكور فى الدائرة
العظيمة من الكرة باثبات قطر يصل بين زاويتين متقابلتين من زواياه وادارة
الدائرة مع الشكل حواله مجسما فى الكرة مؤلفا من مخروطين مستديرين وقطع

من مخروطات مستديرة كما سياتى بيانه وهو صالح ايضا لبيان ما نحن فيه الا انه
ينبغى ان نبين اولا ان السطحين المخروطين المستديرين اللذين نوسمهما ضلعا - ا
ح - ح ج - فى مثل الشكل الاخير بادارة الكرة على محورها المذكور اعظم
من السطح المستدير المخروطى اوالاسطوانى الذى يرسمه - ا ج - بان ننصف
٥ القسى التى على الاضلاع المتوازية وحدها دون المتساوية مرة بعد اخرى ونصل
الاوتار ونبين بالشكل المتقدم ان السطحين اللذين يحدثان على الاضلاع المساوية
لضلعى - ا ح - ح ج - يكونان ابدا اعظم من الذى يحدث على الاضلاع المساوية
لضلع - ا ج - الى ان يحصل الحكم اليقينى بذلك على القياس المتقدم ثم نبين
بتنصيف القسى التى على الاضلاع المساوية لضلعى - ا ح - ح ج - واخراج
١٠ الاوتار وادارة الكرة لتحدث سطوح مخروطية مرة بعد اخرى ان سطح
الكرة اعظم من السطوح المخروطية المفروضة اولا وسنحتاج الى ذلك
ايضا فى الكتاب .

واما اذا اردنا ان نبين كون احد هذه السطوح المستديرة اصغر من
سطح عميق يحيط به فينبغى ان نعمل لسطح الاسطوانة على نقط الاجزاء من
١٥ دائرتها خطوطا مماسة للدائرة متلاقية ليحدث على الدائرة شكل مضلع ونخرج
من زواياه خطوطا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيحدث على سطح
الاسطوانة سطح اسطوانة مضلعة محيطة بالاسطوانة المستديرة ثم نخرج من
مركز الدائرة الى نقط زوايا الشكل المرسوم على الدائرة خطوطا من نقط
تقاطع تلك الخطوط ومحيط الدائرة خطوطا اخرى مماسة للدائرة الى ان يلاقى
٢٠ اضلاع الشكل ومن نقط الملاقاة خطوطا موازية لسهم الاسطوانة لتحدث
اسطوانة مضلعة ثانية داخل المضلعة الاولى وخارج المستديرة ويكون السطح
المحيط بالمضلع الثانى اصغر من السطح المحيط بالمضلع الاول لمثل مامر وهكذا
مرة بعد اخرى الى مالا نهاية له وهكذا فى المخروط وسيأتى فى الكتاب عمل
بعض هذه الاشكال التى اشرنا اليها والطريق الى معرفة مقاديرها لاغراض

يتبين

يتبين هناك ونحن لما احتجنا فى بيان هذه المصادرات اليها قد منا ذكرها وان
كان فيه تكرار ومخالفة للسياقة التى اختارها ارشميدس على ما سيجئ بيانه .

واما فى الكرة فاذا قسمنا الدائرة العظيمة بالاقسام الصغار والدوائر
العظام المارة بها بقطبى تلك الدائرة ايضا بتلك الاقسام اخرجنا سطوحا متلاقية
تماس الكرة على تلك النقط وطريق ذلك ان نوصل بين مركز الكرة بين كل ٥
نقطة منها بخط مستقيم ونخرج من طرفه الخارج عمودان عليه غير متصلين
على استقامة كيف وقعا فالسطح الذى يكون العمودان فيه يكون لامحالة مماسا
للكرة ويحدث من تلاقى تلك السطوح شكل مضلع محيط بالكرة ثم نخرج من
مركز الكرة الى كل واحدة من زوايا ذلك الشكل خطا مستقيما ومن النقطة
التى تقاطع عليها ذلك الخط سطح الكرة سطحا مماسا للكرة فيحدث من تلاقى ١٠
تلك السطوح شكل مضلع آخر على الكرة وفى المضلع الاول ويكون سطحه المحيط
به اصغر من سطح الشكل المضلع المحيط به وهكذا مرة بعد اخرى لاالى نهاية الى
ان تبين المطلوب بذلك على الرسم المتقدم واذا احاطت سطوح مخروطية
بكرة بينا بمثل ماتقدم انها اعظم من سطح الكرة ايضا وهكذا فى سائر السطوح
المحدبة التى لا تكون اسطوانية ومخروطية وكرية فلانطول الكلام بتكرار ١٥
التدبير والقول فى واحد واحد منها واذا ثبت الحكم بهذه الوجوه فى سطوح
الاسطوانات والمخروطات والاكروغيرها كان فى اجزائها الواقعة فى
العميقات المؤلفة منها ومن غيرها بحسبها واضحا فهذه غاية ماقدرت عليه فى ايضاح
هذه المصادرات ونعود الى الكتاب .

قال المقادير المختلفة من الخطوط او السطوح او الاجسام التى تكون ٢٠
لبعضها نسبة الى البعض فان فصل الاعظم منها على الاصغر يمكن ان يزيد عليه
بالتضعيفات المتوازية مرة اخرى .

اقول وهذا الحكم بين وقد ذكر اوقليدس فى صدر المقالة الخامسة من
كتاب الاسطقسات ان المقادير التى لبعضها نسبة الى البعض هى التى يمكن ان

يفصل بعضها بالتضعيف على بعض و بنى الشكل الاول من المقالة العاشرة على
صيرورة اصغر مقدارين متجانسين بالتضعيف اعظم من اعظمها فهذا تمام
الكلام فيما صدر الكتاب به وانا اوردها هنا ما احتاج اليه فى تلخيص العبارات
وبيان المسائل مما يتكرر كثيرا او يكون فى حكمه لتوقف عند الاستعمال عليه
٥ ويكون شرط الايجاز مرعيا

فاقول اذا اطلقت اسم الخط والسطح فانما اعنى بهما المستقيم والمستوى
واقتدى ما عداهما بالصفة المخالفة للاستقامة والاستواء كالخط المنحنى وسطح
الكرة مثلا واذا اطلقت المخروط والاسطوانة فانما اعنى بهما المستديرين
والمخروط المستدير قد يسمى مخروط الاسطوانة والذى يكون سهمه عمودا
١٠ على سطح قاعدته فقد يقال له المتساوى الساقين و المستاوى الاسوق والمتساوى
الاضلاع والمتساوى الاقطار والقائم الزاوية والقائم وانا اسميه المخروط
القائم والاسطوانة المستديرة التى يكون محورها عمودا على قاعدتيها يقال له
المتساوى الاقطار والقائم الزاوية والقائمة وانا اسميها بالاسطوانة القائمة واسمى
المخروط المضلع الذى تكون قاعدته مستقيمة الاضلاع ورأسه نقطة بالنارى
١٥ والاسطوانة المضلعة التى تكون قاعدتاها شكلان مستقيما الاضلاع متساويان
متشابهان بالمنشور .

واقول (ا) ايضا اذا كانت اربعة مقادير نسبة الاول وليكن ـ ا ـ الى
الثانى وليكن ـ ب ـ اعظم من نسبة الثالث وليكن ـ ج ـ الى الرابع وليكن ـ د
اقول افاذا عكسنا كانت نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اصغر من نسبة
٢٠ د ـ الى ـ ج ـ وبيان ذلك بالاضعاف ظاهر .

(ب) واذا بدلنا كانت نسبة ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة ـ ب ـ الى ـ د
ولتكن نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب
اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ فا ـ اعظم من ـ ه ـ ونسبة ـ ه ـ الى ـ ج
بالابدال كنسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة ـ ه

ع١٥

ا ب
ه
ج د

الكرة والاسطوانة ص٢٥

الى - ج - اعنى من نسبة - ب - الى - د (١) .

(ج) واذا ركبنا كانت نسبة جميع - ا ب - الى - ب - اعظم من نسبة جميع - ج د - الى - د - وذلك لأن نسبة جميع - ه ب - الى - ب - كنسبة جميع - ج د - الى - د - و - ا - اعظم من - ه - فجميع - ا ب - اعظم من جميع - ه ب - و نسبة جميع - ا ب - الى - ب - اعظم من نسبة جميع - ه ب - الى - ب - اعنى من نسبة جميع - ج د - الى - د .

(د) وايضا - ا - ف - د - اعظم من - ج - ف - ب - وذلك لأنا نجعل نسبة - ه - الى - ب - كنسبة - ج - الى - د - فه - ف - د - مثل ج - ف - ب - و - ا - ف - د - اعظم من - ه - ف - د - اعنى من - ج - ف - ب .

(ه) وبالعكس اعنى اذا كان - ا - ف - د - اعظم من - ج - ف - ب كانت نسبة - ا - الى - ب - اعظم من نسبة - ج - الى - د - وليكن - ه - ف - د - كج - ف - ب - فا - اعظم من - ه - ونسبة - ه - الى - ب - كنسبة ج - الى - د - فنسبة - ا - الى - ب - اعظم من نسبة - ج - الى - د .

(و) وايضا اذا كانت نسبة - ا - الى - ب - اصغر من نسبة - ج - الى - د - وكان - ا - اعظم من - ج - كان - ب - اعظم من - د - ولتكن نسبة - ه - الى - ب - كنسبة - ج - الى - د - فتكون نسبة - ا - الى - ب اصغر من نسبة - ه - الى - ب - فه - اعظم من - ا - فهو اعظم كثيرا من - ج فب - اعظم من - د .

(ز) ولتكن نسبة - ا ب - الى - ب ج - اعظم من نسبة - د ه - الى - ه ز - فاذا فصلنا كانت نسبة - ا ج - الى - ج ب - اعظم من نسبة د ز - الى - ز ه - ولتكن نسبة - ح ب - الى - ب ج - كنسبة - د ه - الى ه ز - واذا فصلنا كانت نسبة - ح ج - الى - ج ب - كنسبة - د ز - الى - ز ه

---

(١) الشكل الخامس عشر - ١٥ .

و ـ اج ـ اعظم من ـ ح ج ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبة
ح ج ـ الى ـ ج ب ـ اعنى من نسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ه .

(ح) وايضا اذا كانت نسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ د ز ـ الى
ز ه ـ كانت نسبة مربع ـ ا ب ـ الى سطح ـ ا ج ـ ف ـ ج ب ـ كنسبة مربع
٥ د ه ـ الى سطح ـ د ز ـ ف ـ ز ه ـ لان نسبة مربع ـ اج ـ الى سطح
اج ـ ف ـ ج ب ـ كنسبة مربع ـ د ز ـ الى سطح ـ د ز ـ ف مربع ـ زه
ونسبة مربع ـ ب ج ـ الى السطح ـ الاول كنسبة مربع ـ زه ـ الى
السطح الثانى فنسبة مربعى ـ ا ج ـ ج ب ـ الى السطح الاول كنسبة مربعى
د ز ـ ز ه ـ الى السطح الثانى واذا ركبنا مرتين صارت نسبة مربعى ـ ا ج ـ
١٠ ج ب ـ مع ضعف السطح الاول اعنى مربع ـ ا ب ـ الى السطح الاول
كنسبة مربعى ـ د ز ـ ز ه ـ مع ضعف السطح الثانى اعنى مربع ـ د ه ـ
الى السطح الثانى (١) .

(ط) وايضا ـ ا ب ـ نصف على ـ ج ـ وقسم على د ـ وعلى ـ ه ـ
و ـ د ـ اقرب الى ـ ج ـ من ـ ه ـ فسطح ـ ا د ـ ف ـ د ب ـ اصغر من
١٥ مربع ـ ا ج ـ لأن الفضل بينهما مربع ـ د ج ـ وسطح ـ ا د ـ ف ـ د ب
اصغر من سطح ـ ا ه ـ ف ـ ه ب ـ لأن الفضل بينهما هو فضل مربع ـ ب ج ـ
على مربع ـ د ج ـ (٢) .

(ى) وايضا خط ـ ا ب ـ فضل منه ـ ب ج ـ وزيد فيه ـ ب د ـ فنسبة
ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ وذلك لأن
٢٠ نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبته ـ الى ـ ج د ـ واذا ركبنا
كانت نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ
وايضا نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ اصغر من نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ا ـ
لمثل ذلك (٣) .

---

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ (٢) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٣) الشكل
الثامن عشر ـ ١٨ ـ

١٦/

ا د
ح
ج ز
ب ه

١٧/

اه و ب ب

١٨/

ا ج ب د

١٩

الكرة والاسطوانة ص٢٧

(يا) وايضا نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ
اقول فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ مثناة بالتكرير اعظم من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ
مثناة بالتكرير وليكن ـ ا ـ ب ـ ج ـ متوالية فى النسبة وكذلك ـ د ـ ه ـ
ز ـ ولتكن نسبة ـ ا ـ الى ـ ح ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب
اعظم من نسبته الى ـ ح ـ فب ـ اصغر من ـ ح ـ ولتكن نسبة ـ ب ـ الى ـ ط ٥
كنسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فنسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبته الى ـ ط
فج ـ اصغر من ـ ط ـ ولتكن نسبة ـ ب ـ الى ـ ط ـ كنسبة ـ ح ـ الى ـ ك
حتى تصير ـ ا ـ ح ـ ك ـ متوالية على نسبة ـ د ـ ه ـ ز ـ و ـ ب ـ اصغر
من ـ ح ـ فط ـ اصغر من ـ ك ـ فج ـ اصغر كثيرا من ـ ك ـ ونسبة
ـ ا ـ الى ـ ج ـ التى هى نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ مثناة اعظم من نسبة ١٠
ـ ا ـ الى ـ ك ـ التى هى بالمساواة كنسبة ـ د ـ الى ـ ز ـ التى هى نسبة
ـ د ـ الى ـ ه ـ مثناة وكذلك ان كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اصغر من
نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ كانتا بعد التثنية كذلك (١) فهذا ما اردت تقديمه
مما هو بمثابة الاصول المحتاج الى بعضها فى تقرير بعض المواضع التى نحتاج
الى بيان من هذا الكتاب وسيأتى باقى ما نحتاج اليه مما هو بمنزلة الجزئيات ١٥
فى المواضع المخصوصة بها بعد الشكل الذى نحتاج فى بيانه اليه وخالفت بين
الاشكال التى هى من متن الكتاب وبين ماليس فيه ليتمايزا فى بادى النظر .

واشتغل من ها هنا بتقرير متن الكتاب

الاشكال

قال وبعد تقديم ماوجب تقديمه نقول اذا رسم فى دائرة الشكل كثير ٢٠
الزوايا فمحيطه اصغر من محيطها وذلك لأن كل ضلع منه اصغر من القوس التى
هو وترها فجميع الاضلاع اصغر من جميع المحيط .

(ا) واذا رسم على دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اعظم من محيطها

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ و ا ـ

فلتكن الدائرة دائرة ـ ب د ز ط ل ـ والشكل شكل ـ ا ج ه ح ك ـ
وذلك لأن محدب ـ ب ا ل ـ اعظم من قوس ـ ب ل ـ اذ هما خطان
عميقان متحد الطرفين فى جانب واحد وكذلك ـ ل ك ط ـ اعظم من
قوس ـ ل ط ـ و ط ح ز ـ من قوس ـ ط ز ـ و ـ ز ه د ـ من قوس ـ ز د ـ
٥ و ـ د ج ب ـ من قوس ـ د ب ـ فمحيط الشكل اعظم من محيط الدائرة وذلك
ما اردناه (١).

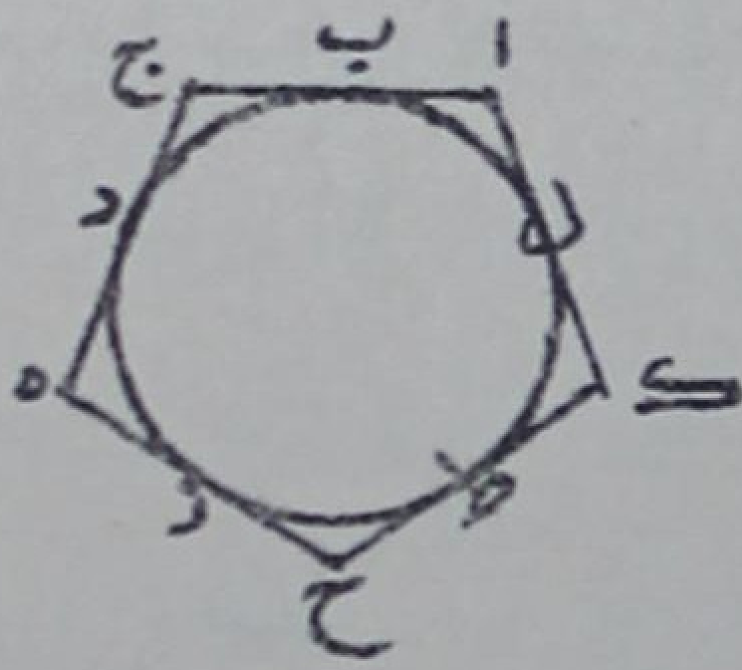
(ب) لنا ان نجد خطين تكون نسبة اطولهما الى اقصرهما اصغر من نسبة اعظم
اى مقدارين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران (٢) ـ ا ب ـ واصغرهما ـ د
ونفصل من ـ ا ب ـ ب ج ـ مساويا ـ لد ـ ونأخذ ـ لا ج ـ اضعافا يكون
اعظم من ـ د ـ وهو ـ ا ط ـ وليكن ـ ز ه ـ خطا ما ونقسمه باجزاء عدتها
١٠ عدة ما فى ـ ا ط ـ من ـ ا ج ـ ونجعل ـ ه ح ـ كاحد تلك الاجزاء فنسبة
ه ح ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ ا ط ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ط
الذى هو اعظم من ـ د ـ اصغر من نسبته الى ـ ب ج ـ المساوى ـ لد ـ فنسبة
ح ه ـ الى ـ ه ز ـ اصغر من نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ وبالتركيب نسبة
ح ز ـ الى ـ ز ه ـ اصغر من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعنى ـ د ـ فاذا
١٥ وجدنا خطى ـ ح ز ـ ز ه ـ كما وصفناه (٣) ـ

(ج) لنا ان نرسم فى دائرة وعليها شكلين كثيرى الزوايا متشابهين تكون
نسبة ضلع الشكل الذى عليها الى ضلع الشكل الذى فيها اصغر من نسبة اعظم
اى مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران ـ ا ب ـ و ـ ا ـ اعظمهما
والدائرة دائرة ـ ج د ه ز ـ ولتكن نسبة خط ـ ط ـ الاطول الى خط ـ ك
٢٠ ل ـ الاقصر اصغر من نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ فان ذلك ممكن لما مر فى الشكل
المتقدم ونخرج من نقطة ـ ل ـ عمود ـ ل م ـ على خط ـ ك ل ـ ونصل
ك م ـ مساويا لخط ـ ط ـ وذلك ممكن لكون ـ ط ـ اطول من ـ ك ل

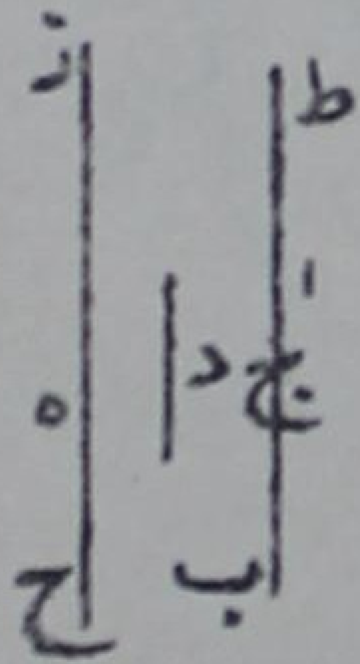
---

(١) الشكل العشرون ـ ٢٠ (٢) ر ـ اعظم المقدارين (٣) الشكل الحادى والعشرون ٢١
ونخرج

ش ٢٠



ش ٢١

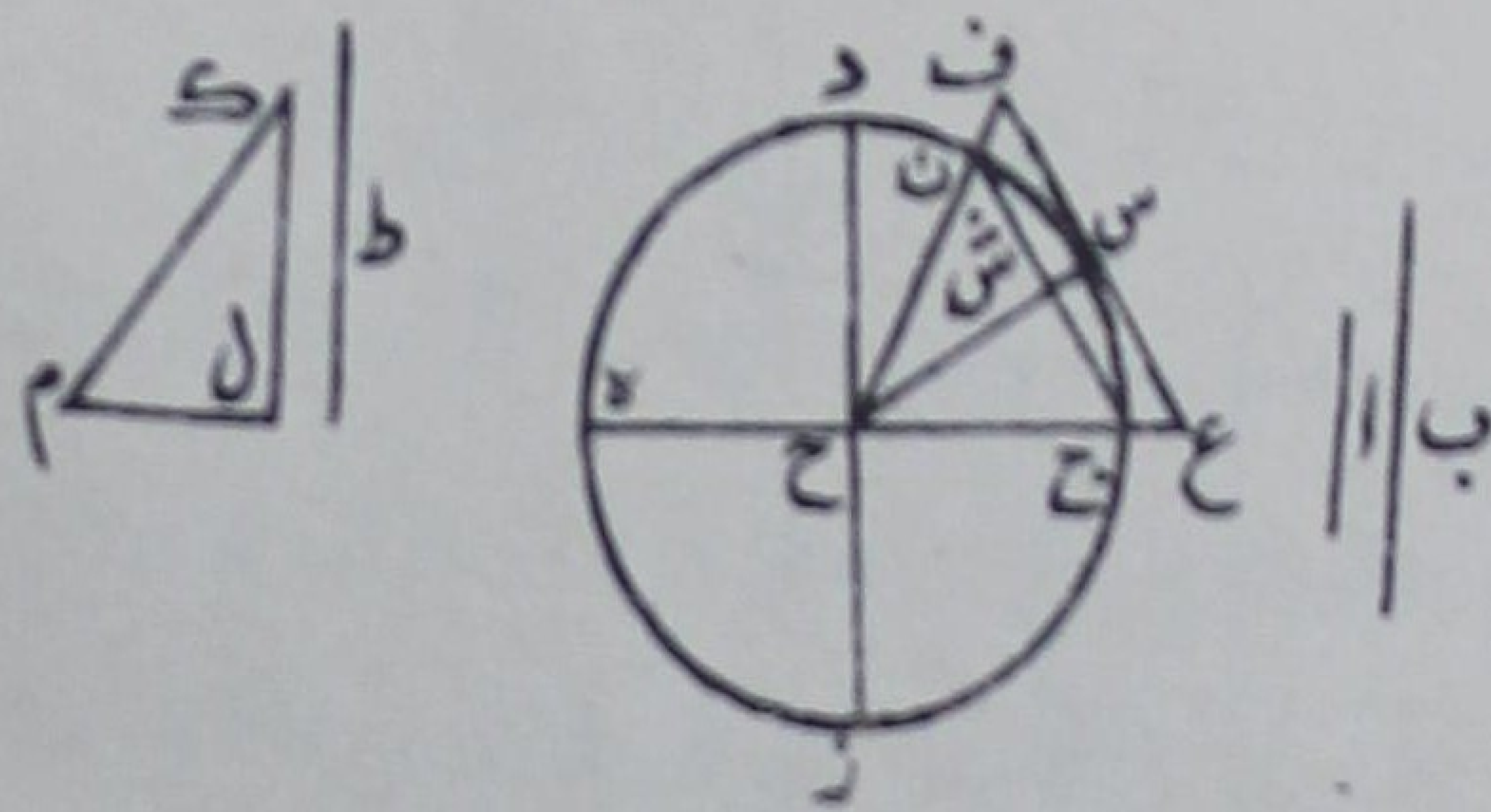


ونخرج في الدائرة قطري — ج د — ز — متقاطعين على زوايا قائمة ونصف زاوية — د ج ح — مرة بعد أخرى الى ان ينتهي الى زاوية أصغر من نصف زاوية — ك — ولتكن هي زاوية — ه ج ح — ونصل — ه ح — أنه ضلع الشكل الذي في الدائرة ونصف زاوية — ه ج ح — بخط — ج س — ونخرج من نقطة — س — خطا يماس الدائرة وهو خط — س ع ف — ونخرج خطي — ج ه — ج ح — الى ان يلقيا — ف — ع — فيكون خط — ف ع — ضلع الشكل الذي على الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكل واحد متساوي الاضلاع ولأن زاوية — ن ج ح — اصغر من نصف زاوية — ك — ونصفها أصغر منها وزاويتا — ل — ش — قائمتان تكون نسبة — م ك — الى — ك ل أعظم من نسبة — ج ح — الى — ح ش — و — ج ح — [illegible] ونخط — ح س فنسبة — ح س — الى — [illegible] أعني نسبة [illegible] الى — ح ج — [illegible] ح ف — الى — ج ه — [illegible] نسبة [illegible] نسبة — ط الى — ك ل — التي هي اصغر من نسبة — ا — الى — ب — فاذا النسبة [illegible] ضلع الشكل الذي على الدائرة الى — ج ك — محيط الشكل الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة — ا — الى — ب — وذلك ما أردناه (١)

أقول أما الوجه الأول في أن نصل — ك م — مساويا لخط — ط — [illegible] ل — ونجعل — ك س — مساويا — لط — ونرسم على — ك — ببعد — ك س دائرة [illegible] س م — ونخرج عمود — ل م — الى ان يلقى المحيط على — م — ونصل ك م — [illegible] أن يكون نصف زاوية — ن ج ح — أصغر من زاوية — ك [illegible] — ل ش — قائمتين يوجب أن تكون نسبة — م ك — الى — ك ل أعظم من نسبة — ج ح — الى — ح ش — فإن عمل على نقطة — ك — من خط ك ل — زاوية مثل نصف زاوية [illegible] زاوية — ج ح ش [illegible] — ل ك ق — ونخرج خط — ك ق — الى ق — فتكون نسبة — ك ق — الى — ك ل — كنسبة — ج ح — الى — ح ش — لتشابه مثلثي — ق ك ل

---

(١) الشكل الثالث والعشرون — [illegible]



الكرة والاسطوانة ص٢٩

ونخرج فى الدائرة قطرى - ج ه - د ز - متقاطعين على زوايا قائمة وننصف
زاوية - د ح ج - مرة بعد اخرى الى ان ينتهى الى زاوية اصغر من ضعف
زاوية - ك - ولتكن هى زاوية - ن ح ج - ونصل - ن ج - فهو ضلع
الشكل الذى فى الدائرة وننصف زاوية - ن ح ج - بخط - ح س - ونخرج
من نقطة - س - خطا يماس الدائرة وهو خط - س ع ف - ونخرج ٥
خطى - ح ن - ح ج - الى نقطتى - ف - ع - فيكون خط - ف ع - ضلع
الشكل الذى على الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكلاهما متساويى
الاضلاع ولأن زاوية - ن ح ج - اصغر من ضعف زاوية - ك - ونصفها
اصغر منها وزاويتا - ل - ش - قائمتان تكون نسبة - م ك - الى - ك ل
اعظم من نسبة - ج ح - الى - ح ش - و - ج ح - مساو لخط - ح س ١٠
فنسبة - ح س - الى - ح ش - اعنى نسبة - ح ع - الى - ح ج - بل نسبة
ع ف - الى - ج ن - اصغر من نسبة - م ك - الى - ك ل - اعنى نسبة - ط
الى - ك ل - التى هى اصغر من نسبة - ا - الى - ب - فاذا نسبة - ع ف
ضلع الشكل الذى على الدائرة الى - ج ن - ضلع الشكل الذى فيها اصغر كثيرا
من نسبة - ا - الى - ب - وذلك ما اردناه (١) . ١٥

اقول اما الوجه الاول فى ان نصل - ك م - مساويا لخط - ط -
بان نخرج - ك ل - ونجعل - ك س - مساويا - لط - ونرسم على - ك - ببعد - ك
ص - دائرة - ص م - ونخرج عمود - ل م - الى ان يلقى المحيط على - م - ونصل
ك م - واما بيان ان كون نصف زاوية - ن ح ج - اصغر من زاوية - ك
وزاويتى - ل ش - قائمتين يوجب ان تكون نسبة - م ك - الى - ك ل ٢٠
اعظم من نسبة - ج ح - الى - ح ش - فبأن نعمل على نقطة - ك - من خط
ك ل - زاوية مثل نصف زاوية - ن ح ج - اعنى مثل زاوية - ج ح ش
وهى زاوية - ل ك ق - ونخرج خط - ك ق - الى ق - فتكون نسبة - ك
ق - الى - ك ل - كنسبة - ج ح - الى - ح ش - لتشابه مثلثى - ق ك ل

(١) الشكل الثانى والعشرون - ٢٢

ج ح ش ـ ونسبة ـ م ك ـ الذى هواطول من ـ ق ك ـ الى ـ ك ل

تكون اعظم من نسبة ـ ق ك ـ الى ـ ك ل ـ اعنى من نسبة ـ ج ح ـ الى

ح ش (١) .

(د) قال لنا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه شكلين متشابهين كثيرى

الاضلاع اضلاع كل واحد منهما متساوية الا الضلعين اللذين يخرجان من

مركز الدائرة وتكون نسبة ضلع الشكل الذى عليه الى ضلع الشكل الذى فيه

اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران ـ ه

ز ـ و ـ ه ـ اعظمهما وليكن القطاع قطاع ـ ا د ب ـ من دائرة ـ ا ب ج

التى مركزها ـ د ـ ولتكن نسبة خط ـ ح ـ الاطول الى ـ خط ـ ط ك

١٠ الاقصر اصغر من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ كامر ونخرج من ـ ك ـ عمود ـ ك

ل ـ على ـ ط ك ـ ونصل ـ ل ط ـ مساويا ـ لح ـ وننصف زاوية ـ ا د ب

مرة بعد اخرى الى ان تبقى زاوية ـ ا د م ـ اصغر من ضعف زاوية ـ ط

ونصل ـ ا م ـ فهوضلع الشكل الذى فى القطاع وننصف زاوية ـ ا د م ـ بخط

د ن ـ ونخرجه الى ـ ن ـ ومن ـ ن ـ خط ـ س ن ع ـ مماسا للدائرة ومنهما

الى نقطتى س ع ـ فس ع ـ ضلع الشكل الذى على القطاع وتبين بمثل ما مران

١٥ نسبة ـ س ع ـ الى ـ ا م ـ اصغر من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ وذلك ما اردناه (٢)

(ه) لنا ان نرسم فى دائرة وعليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين تكون

نسبة المرسوم عليها الى المرسوم فيها اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين

فرضا الى اصغرهما فلتكن الدائرة دائرة ـ ا ـ ولتكن نسبة خط ـ ج ـ الاطول

الى خط ـ د ـ الاقصر اصغر من نسبة مقدار ـ ه ـ الاعظم الى مقدار ـ ز ـ

٢٠ الاصغر كما مر فى الشكل الثانى ونستخرج بين خطى ـ ج ـ د ـ خط ـ ح ـ

متناسبا لهما على الولاء فيكون ـ ج ـ اعظم ايضا من ـ ح ـ ونرسم الدائرة

وعليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين تكون نسبة ضلع المرسوم عليها الى

---

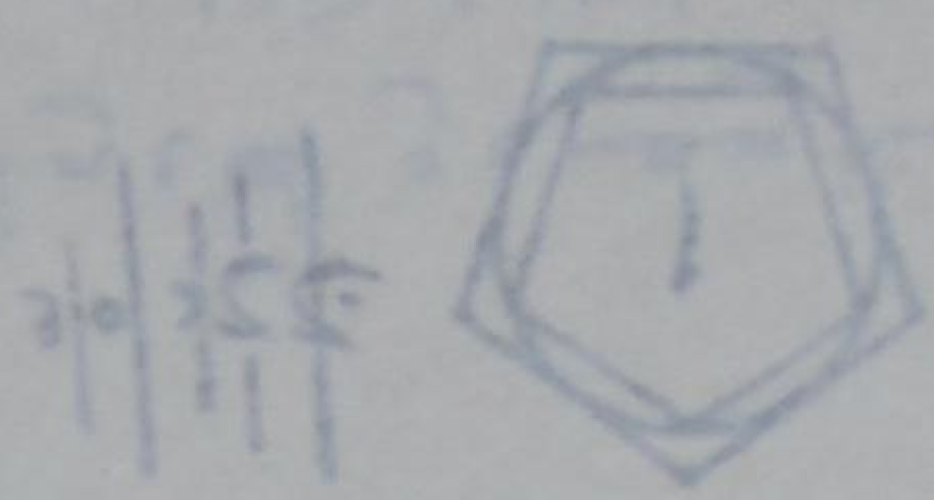
(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ ـ والرابع والعشرون ـ ٢٤ (٢) الشكل الخامس والعشرون ـ ٢٥

ش ٢٣

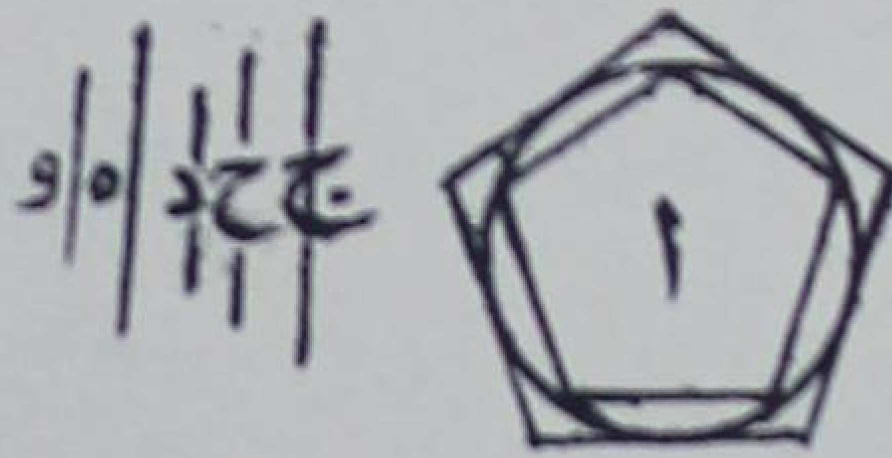
ش ٢٤

ش ٢٥

الكرة والاسطوانة ص ٣٠



٢٦



الكرة والاسطوانة ص ٣١

ضلع المرسوم فيها اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ ح ـ كما مر فى الشكل الثالث فتكون نسبة الضلع الى الضلع مثناة اعنى نسبة الشكل الى الشكل ايضا اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ ح ـ مثناة اعنى من نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ التى هى اصغر من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فاذا نسبة الشكل الى الشكل اصغر من نسبة ـ ه الى ـ ز ـ كثيرا وذلك ما اردناه (١) .

ولنا ايضا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه شكلين كثيرى الزوايا ٥ متشابهين تكون نسبة الذى عليه الى الذى فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما والعمل والبيان ظاهر مما مر .

وقد يمكن لنا على ماتبين فى كتاب الاسطقسات ان نرسم فى اى دائرة او قطاع كان شكلا كثير الزوايا متساوى الاضلاع وفى القطع الباقية شكلا آخر كذلك وهكذا مرة بعد اخرى الى ان تبقى من الدائرة او القطاع قطع هى ١٠ اصغر من اى سطح فرض .

(و) اذا فرضت دائرة وسطح وقطاع وسطح فلنا ان نرسم على الدائرة او القطاع شكلا كثير الزوايا تكون القطع الفاضلة على الدائرة او القطاع من ذلك الشكل اصغر من السطح المفروض ولنبين فى الدائرة فان ذلك يغنى عن البيان فى القطاع فلنفرض دائرة ـ ا ـ وسطح ـ ب ـ وليكن ١٥ معا اعظم مقدارين والدائرة وحدها اصغرهما ونرسم عليها وفيها شكلين متشابهين كثيرى الزوايا تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة وحدها كما تبين فى الشكل المتقدم فلان الدائرة اعظم من الشكل الذى فيها تكون نسبة الشكل الذى على الدائرة الى الدائرة اصغر من نسبته الى الشكل الذى فيها وكانت نسبة الشكل الذى على الدائرة الى الشكل الذى ٢٠ فيها اصغر من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة وحدها فنسبة الشكل الذى على الدائرة الى الدائرة اصغر كثيرا من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة فاذا الشكل الذى على الدائرة اصغر من السطح والدائرة معا ويبقى بعد اسقاط

(١) الشكل السادس والعشرون ــ ٢٦ ــ .

المشترك اعنى الدائرة القطع التى تفضل من الشكل عليها اصغر من السطح المفروض وذلك ما اردناه (١).

وان اردنا فصلنا لتبقى نسبة القطع المذكورة الى الدائرة اصغر من نسبة السطح اليها و يتبين المطلوب وقس القطاع عليه.

(ز) اذا رسم فى مخروط قائم نارى متساوى اضلاع القاعدة كان السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته مساويا لمثلث تساوى قاعدته محيط قاعدة النارى وارتفاعه العمود الواقع من رأس المخروط على احد اضلاع قاعدة النارى وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة - اب ج - والنارى المرسوم فيه هو الذى قاعدته مثلث - اب ج - المتساوى الاضلاع فلان المثلثات المحيطة بالنارى متساوية الساقين وقواعدها التى هى اضلاع - اب - ب ج - ج ا - متساوية تكون الاعمدة متساوية والمثلث الذى يساوى قاعدته مجموع القواعد وارتفاعه ارتفاع احدها مساويا لها جميعا (٢).

(ح) وعلى جهة اخرى نعيد الشكل ونجعل - د - رأس المخروط فيكون دا - دب - دج - الاضلاع المتساوية و- دك - دل - دم - الاعمدة المتساوية ونعمل مثلث - ه ز ح - على ان تكون قاعدة - ه ز - منه مساوية لجميع - اب - ب ج - ج ا - وعمود - ح ط - مساويا لاحد تلك الاعمدة فيكون سطح العمود فى - اب - وفى - ب ج - وفى - ج ا - فرادى اعنى ضعف مثلثات - د اب - د ج ب - د ج ا - مساويا لسطح العمود فى - اب - ب ج - ج ا - مجموعا بل فى - ه ز - اعنى ضعف مثلث - ح ه ز - فاذا المثلثات المذكورة مساوية لمثلث - ح ه ز - وذلك ما اردناه (٣).

اقول وجعل ثابت هذا شكلا آخر وفى نسخة اسحق هو والذى تقدم شكل واحد.

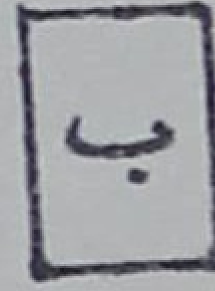
---

(١) الشكل السابع والعشرون ٢٧ (٢) الشكل الثامن والعشرون - ٢٨ -

(٣) الشكل التاسع والعشرون - ٢٩ -

ع٢٧

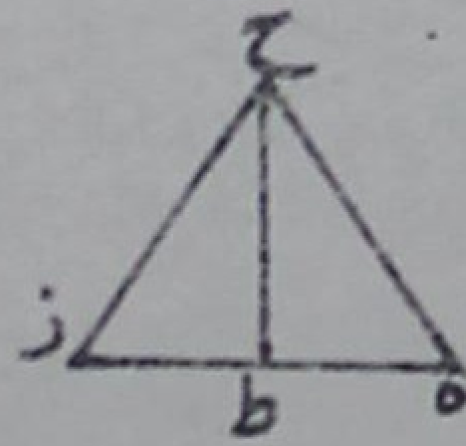




ع٢٨

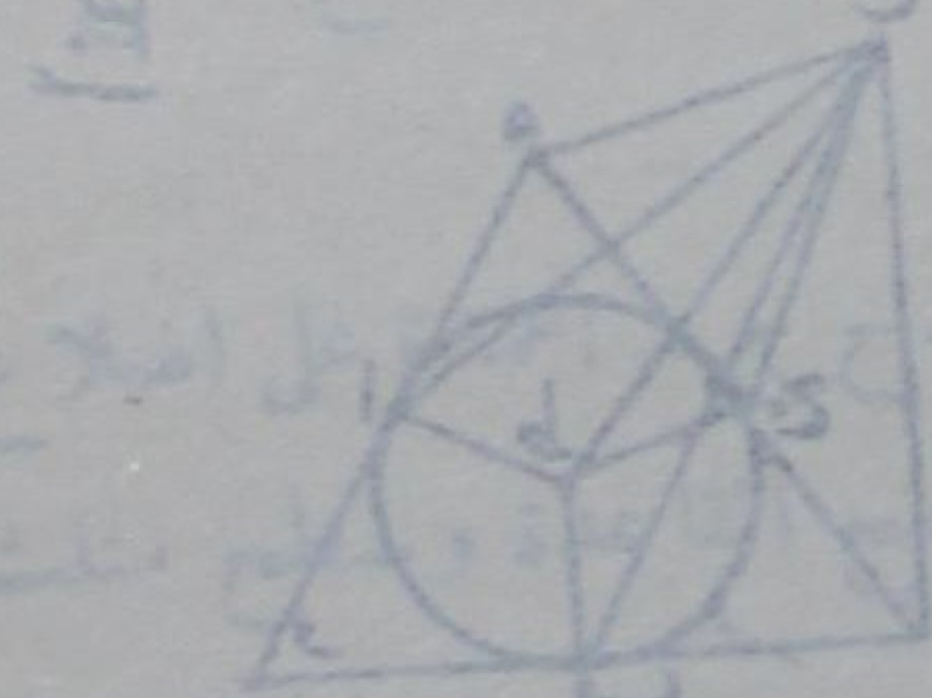


ع٢٩





(ط) ... المجسم على مخروط قائم ذى قاعدة مثلث كان السطح المحيط بالذى سوى قاعدته مساويا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذى هو القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ والذى هو الذى قاعدته مثلث ـ د ه ز ـ ورأسهما ـ ح ـ ومركز دائرة القاعدة ـ ط ـ ونخرج منه خطوط ـ ط ا ـ ط ب ـ ط ج ـ الى النقط التى تكون اعمدة على اضلاع المثلث ونصل ـ ح ا ـ ح ب ـ ح ج ـ فيكون ايضا اعمدة عليها لما سيجىء ومتساوية لكون المخروط متساوى الاسوق وهى ارتفاع مثلثات ـ ح د ه ـ ح ه ز ـ ح د ز ـ فاذا المثلثات تساوى مثلثا يكون قاعدته مساوية لمحيط مثلث ـ د ه ز ـ وارتفاعه لاحد خطوط ـ ح ا ـ ح ب ـ ح ج ـ اعنى ضلع المخروط وذلك ما اردناه (١).



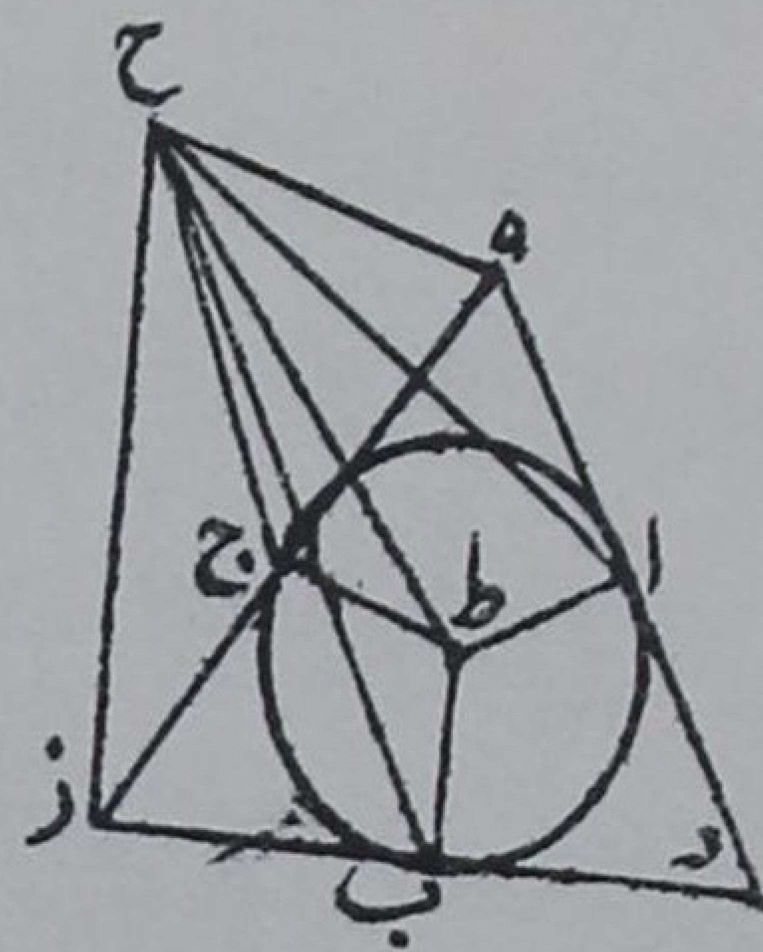
الاول انما كانت خطوط ـ ح ا ـ ح ب ـ ح ج ـ اعمدة على اضلاع مثلث ـ د ه ز ـ لان عمود ـ ح ط ـ عمود على سطح القاعدة وسطح مثلث ـ ح ط ا ـ الذى هو قائم على سطح القاعدة على زوايا قائمة و ـ ط ا ـ فصلهما المشترك و ـ د ا ـ عمود واقع فى احد السطحين اعنى فى سطح القاعدة وقائم على فصلهما المشترك فيكون لا محالة عمودا على السطح الآخر اعنى على سطح مثلث ـ ح ط ا ـ وكل خط ـ ح ا ـ فى ذلك السطح ملاقيا العمود ـ د ا ـ عمود عليه فاذا ـ ح ا ـ عمود على ضلع ـ د ه ـ وكذلك البيان فى كون ـ ح ب ـ ح ج ـ عمودين على الضلعين الباقيين.

واعلم ان قاعدة المارى المحيطة بالدائرة اذا كانت سطحا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم ايضا كذلك وسنحتاج الى ذلك فيما بعد ولا نحتاج فى هذا الشكل الى شرط تساوى اضلاع القاعدة خلاف الشكل المتقدم.

(ى) اذا رسم فى اسطوانة قائمة منشور [illegible] كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدتيه مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا

(١) الشكل الثالث ... ٣٠

ش ٣٠



(ط) اذا رسم على مخروط قائم نارى قاعدته مثلث كان السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته مساويا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذى هو القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة - ا ب ج والنارى هو الذى قاعدته مثلث - د ه ز - ورأسهما - ح - ومركز دائرة القاعدة - ط - نخرج منه خطوط - ط ا - ط ب - ط ج - الى نقط التماس ٥ فتكون أعمدة على اضلاع المثلث ونصل - ح ا - ح ب - ح ج - فيكون ايضا اعمدة عليها كما سيجئ ومتساوية لكون المخروط متساوى الاسوق وهى ارتفاع مثلثات - ح د ه - ح ه ز - ح د ز - فاذا المثلثات تساوى مثلثا تكون قاعدته مساوية لمحيط مثلث - د ه ز - وارتفاعه لأحد خطوط - ح ا - ح ب ح ج - اعنى ضلع المخروط وذلك ما اردناه (١). ١٠

اقول انما كانت خطوط - ح ا - ح ب - ح ج - اعمدة على اضلاع مثلث - د ه ز - لأن محور - ح ط - عمود على سطح القاعدة وسطح مثلث ح ط ا - المار به قائم على سطح القاعدة على زوايا قائمة - و - ط ا - فصلها المشترك و - ه ا - عمود واقع فى احد السطحين اعنى فى سطح القاعدة وقائم على فصلهما المشترك فيكون لامحالة عمودا على السطح الآخر اعنى على سطح مثلث - ح ط ا ١٥ وكان خط - ح ا - فى ذلك السطح ملاقيا للعمود - فه ا - عمود عليه فاذا - ح ا عمود على ضلع - د ه - وكذلك البيان فى كون - ح ب - ح ج - عمودين على الضلعين الباقيين.

واعلم ان قاعدة النارى المحيطة بالدائرة اذا كانت سطحا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم ايضا كذلك وسنحتاج الى ذلك فيما يجئ ولانحتاج ٢٠ فى هذا الشكل الى شرط تساوى اضلاع القاعدة بخلاف الشكل المتقدم.

(ى) اذا رسم فى اسطوانة قائمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدتيه مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا

---

(١) الشكل الثلاثون - ٣٠.

اضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة المستديرة هى التى قاعدتاها ـ ا ب ج د ـ
ه ز ح ط ـ والمنشور المرسوم فيها هو الذى قاعدتاه سطحا ـ ا ب ج د ـ
ه ز ح ط ـ وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح ـ م س ـ متوازى الاضلاع
قائم الزوايا ـ م ن ـ منه مساو ـ لب ز ـ و ـ ن س ـ لمحيط سطح ـ ه ز ـ
٥ ح ط ـ جميعا فلأن ـ ب ز ـ فى ـ ه ز ـ وفى ـ ز ح ـ وفى ـ ح ط ـ وفى
ه ط ـ هى سطوح ـ ب ه ـ ب ح ـ ج ط ـ ا ط ـ و ـ ب ز ـ مساو ـ لم ن
وجميع ـ ه ز ـ ز ح ـ ح ط ـ ط ه ـ مساو ـ ان س ـ فالسطوح جميعا مساوية
لسطح ـ م س ـ وذلك ما اردناه (١) .

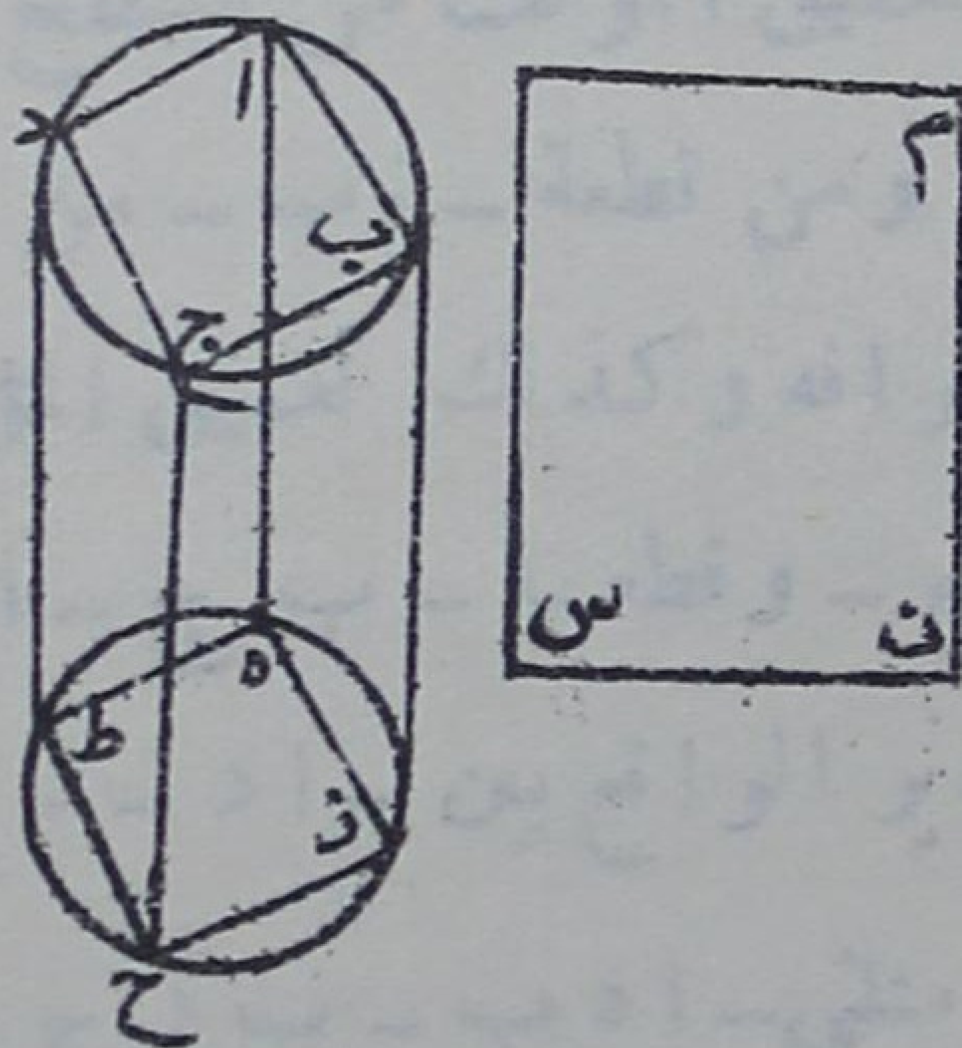
(يا) اذا رسم على اسطوانة قائمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان
١٠ السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدته مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم
الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا
لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة هى التى قاعدتاها ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط
والمنشور المحيط بها هو الذى قاعدتاه سطحا ـ ك ل م ن ـ س ع ف ق ـ وهما
متساويا الاضلاع وليكن سطح ـ ز ط ـ متساويا الاضلاع قائم الزوايا
١٥ ز ش ـ منه مساو ـ لع ل ـ و ـ ش ت ـ مساو لمحيط ـ ك م ـ جميعا فلأن ـ ع
ل ـ فى ـ ك ل ـ وفى ـ ل م ـ وفى ـ م ن ـ وفى ـ ن ك ـ هى سطوح ـ
ك ع ـ ل ف ـ ن ف ـ ك ق ـ و ـ ز ش ـ مساو ـ لع ل ـ وش ت ـ
مساو لخطوط ـ ك ل ـ ل م ـ م ن ـ ن ك ـ جميعا فسطح ـ ز ت ـ مساو
للسطوح المذكورة جميعا وذلك ما اردناه (٢) .

٢٠ (يب) اذا كان مخروط قائم واخرج فى دائرة قاعدته وتر ووصل بين
طرفيه وبين رأس المخروط بخطين مستقيمين لحدث مثلث منه ومن الوتر فان
سطح ذلك المثلث يكون اصغر من السطح المستدير الذى وقع بين الخطين من
المخروط فليكن مخروط قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه ـ د ـ ونصل فيها
وتر ـ ا ج ـ كيف كان وخطى ـ ا د ـ ج د ـ ونقول ان مثلث ـ ا د ج

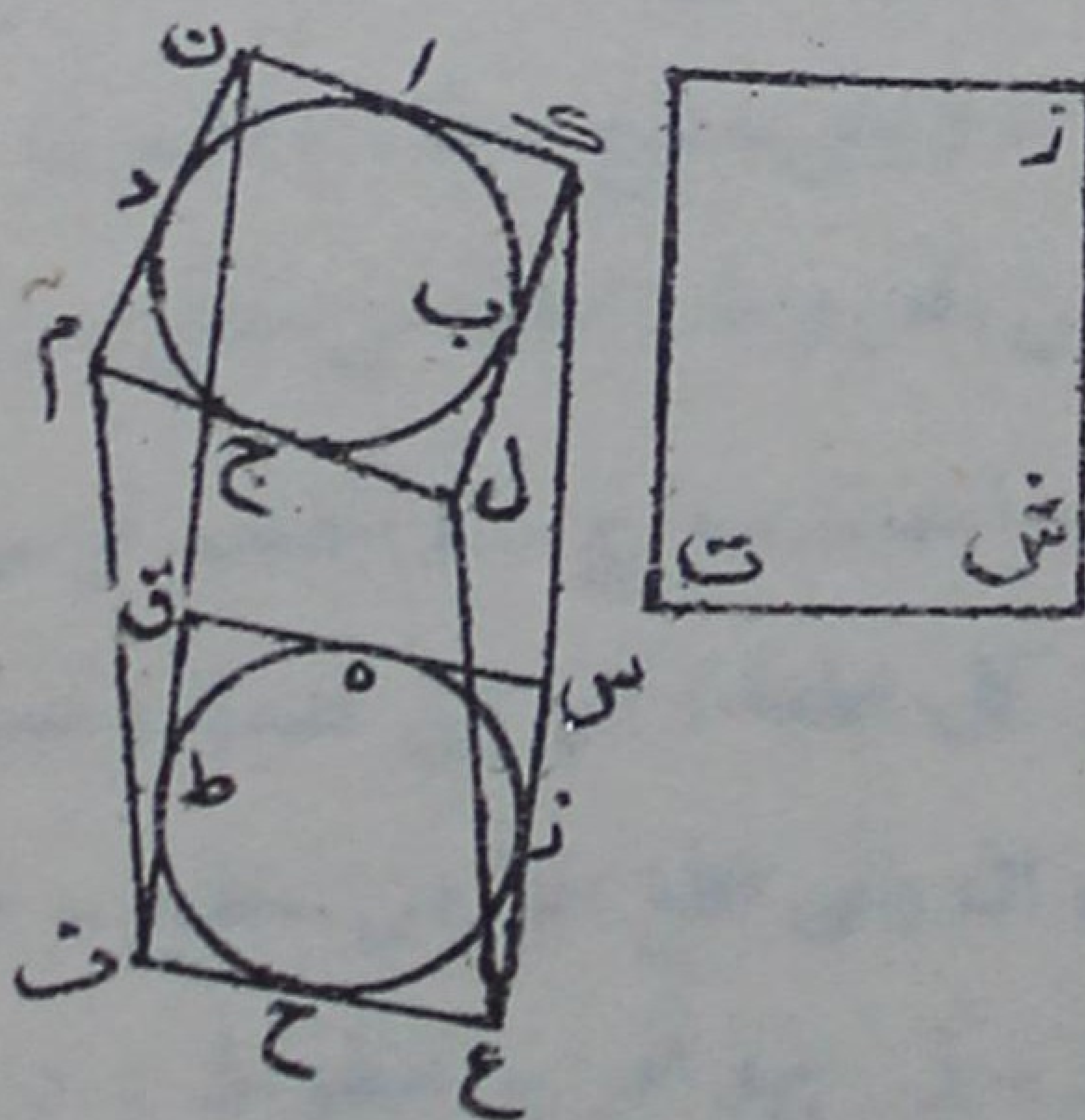
---

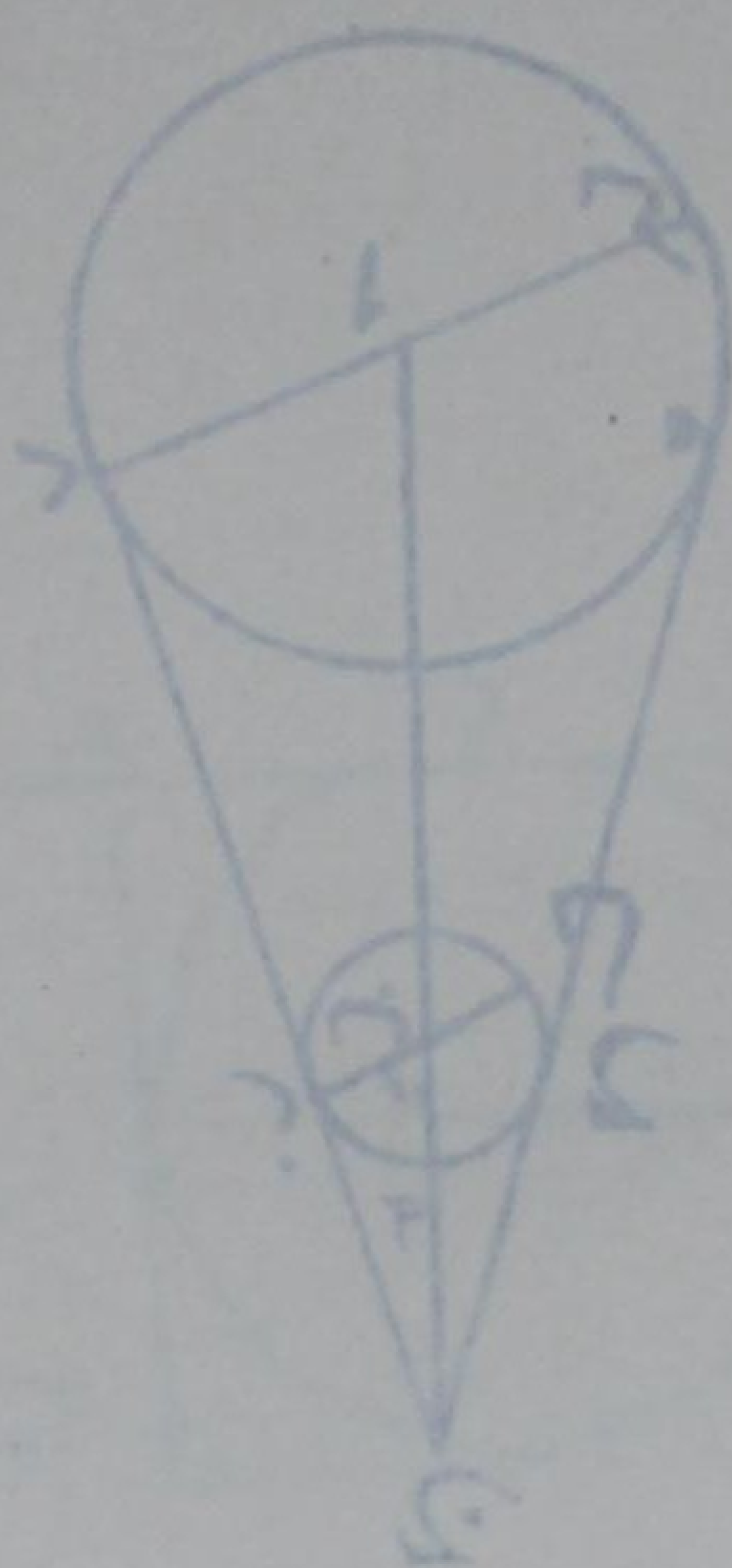
(١) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ (٢) الشكل الثانى والثلاثون ـ ٣٢ اصغر

٣١



٣٢





اصغر من السطح المستدير الذى وقع بين ـ ا د ـ ج د ـ من المخروط ولننصف قوسى ـ ا ب ج ـ على ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ج ب ـ د ب ـ فيكون مثلثا ا ب د ـ ج ب د ـ اعظم من مثلث ـ ا ج د ـ كما سأبينه وليكن سطح ـ ط ـ مساويا لزيادة مثلثى ـ ا ب د ـ ب ج د ـ على مثلث ـ ا ج د ـ وسطح ط يكون اما اصغر من قطعتى ـ ا ب ج ـ من الدائرة واما ليس بأصغر ٥
منهما فليكن اولا ليس بأصغر منهما ولأن العميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ب ـ من المخروط ومن قطعة ـ ا ب ـ من الدائرة اعظم من سطح مثلث ـ ا د ب ـ المار بأطرافه وكذلك لعميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ب د ـ د ج ـ وقطعة ـ ب ج ـ اعظم من مثلث ـ ب د ج ـ فجميع السطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ج ـ مع ١٠
قطعتى ـ ا ب ـ ب ج ـ اعظم من جميع مثلثى ـ ا د ب ـ ب د ج ـ وكان سطح ـ ط ـ ليس بأصغر من قطعتى ـ ا ب ـ ب ج ـ فالسطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ج ـ مع سطح ـ ط ـ اعظم من مثلثى ـ ا د ب ـ ب د ج ـ اعنى من مثلث ـ ا د ج ـ مع سطح ـ ط ـ ويلقى سطح ـ ط ـ المشترك تبقى السطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ج ـ من المخروط اعظم من مثلثى ـ ا د ج ١٥
ثم ليكن سطح ـ ط ـ اصغر من قطعتى ـ ا ب ـ ب ج ـ وننصف قوسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الأوتار فنفصل من كل قطعة اكثر من نصفها وننصف الانصاف ونصل اوتارها مرة بعد اخرى الى ان يبقى قطع اقل من سطح ـ ط ـ ولتكن تلك القطع قطع ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج ونخرج خطوط ـ د ه ـ د ز ـ فالسطح المستدير الذى بين ـ ا د ـ د ه ـ مع قطعة ـ ا ه ـ اعظم من ٢٠
مثلث ـ ا ه د ـ والذى بين ـ د ه ـ د ب ـ مع قطعة ـ ب ه ـ اعظم من مثلث ه د ب ـ فالمستدير الذى بين ـ ا د ـ د ب ـ مع قطعتى ـ ا ه ـ ه ب ـ اعظم من مثلثى ـ ا د ه ـ ه د ب ـ الذين هما اعظم من مثلث ـ ا د ب ـ كما مر .
وبمثل ذلك تبين ان المستدير الذى بين ـ ب د ـ د ج ـ مع قطعتى

ب ز - ز ج - اعظم من مثلث - ب د ج - فجميع السطح المستدير الذى
بين - ا د - د ج - مع جميع القطع المذكورة بل مع سطح - ط - الذى هو
اعظم منها اعظم من مثلثى - ا ب د - ب د ج - اعنى من مثلث - ا ج د
مع سطح - ط - و يبقى بعد اسقاط سطح - ط - المشترك جميع المستدير
٥ الذى بين - ا د - د ج - اعظم من مثلث - ا د ج - وذلك ما اردناه (١) .

اقول اما قوله فيكون مثلثا - ا ب د - ب ج د - اعظم من مثلث
ا ج د - فذلك لأن العمود الذى يقع من مركز الدائرة على - ا ب - الاقصر
يكون اطول من العمود الذى يقع منه على - ا ج - الاطول وارتفاع مثلث
د ا ب - اعنى العمود الواقع من - د - على - ا ب - الذى يقوى على
١٠ العمود الاول الاطول وعلى المحور اطول من ارتفاع مثلثى - د ا ج - اعنى
العمود الواقع من - د - على - ا ج - الذى يقوى على العمود الثانى الا قصر
وعلى المحور وارتفاع مثلثى - د ب ج - د ا ب - متساويان لتساوى
اضلاعهما النظائر .

وايضا جميع - ا ب - ب ج - اطول من - ا ج - فاذا السطح
١٥ الحاصل من احد ارتفاعى مثلثى - ط ا ب - د ج ب - فى نصف قاعدتيهما اعنى
المثلثين جميعا اعظم كثيرا من السطح الحاصل من ارتفاع مثلث - د ا ج -
فى نصف قاعدته اعنى مثلث - د ا ج .

والى هذا اشرت فى اثناء شرح المصادرات عند ذكر المخروطات
المضلعة بأن سطح المحيط منها يكون اعظم من سطح المحاط به لكون الأعمدة
٢٠ والقواعد فى المحيط اطول منهما فى المحاط به .

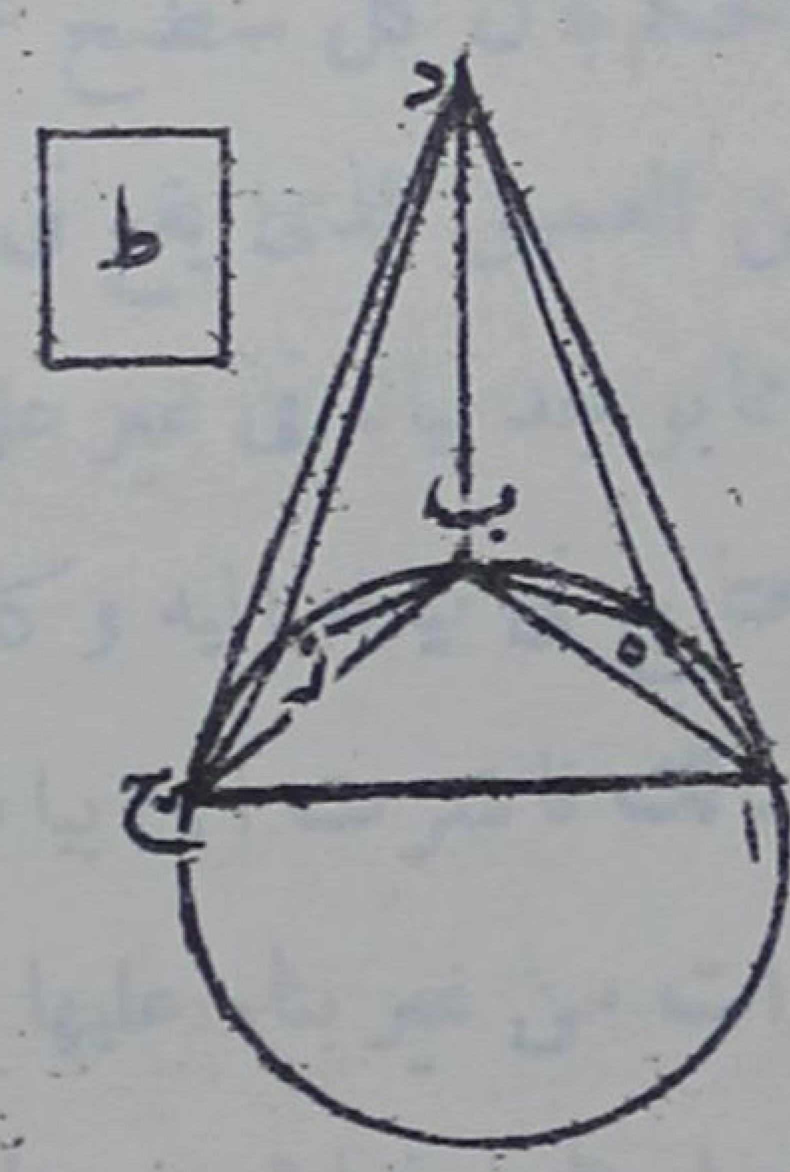
واما قوله ونصف قوسى - ا ب - ب ج - ونصل الاوتار فنفصل
من كل قطعة اكثر من نصفها فذلك لأنا اذا اخرجنا عمودين من طرفى القوس
المنصفة ووصلنا بينهما بخط يماس الدائرة على منتصف القوس وتوازى الوتر حدث
متوازى اضلاع يكون المثلث الحادث من وتر القوس ووترى نصفيها مساويا

لنصفه

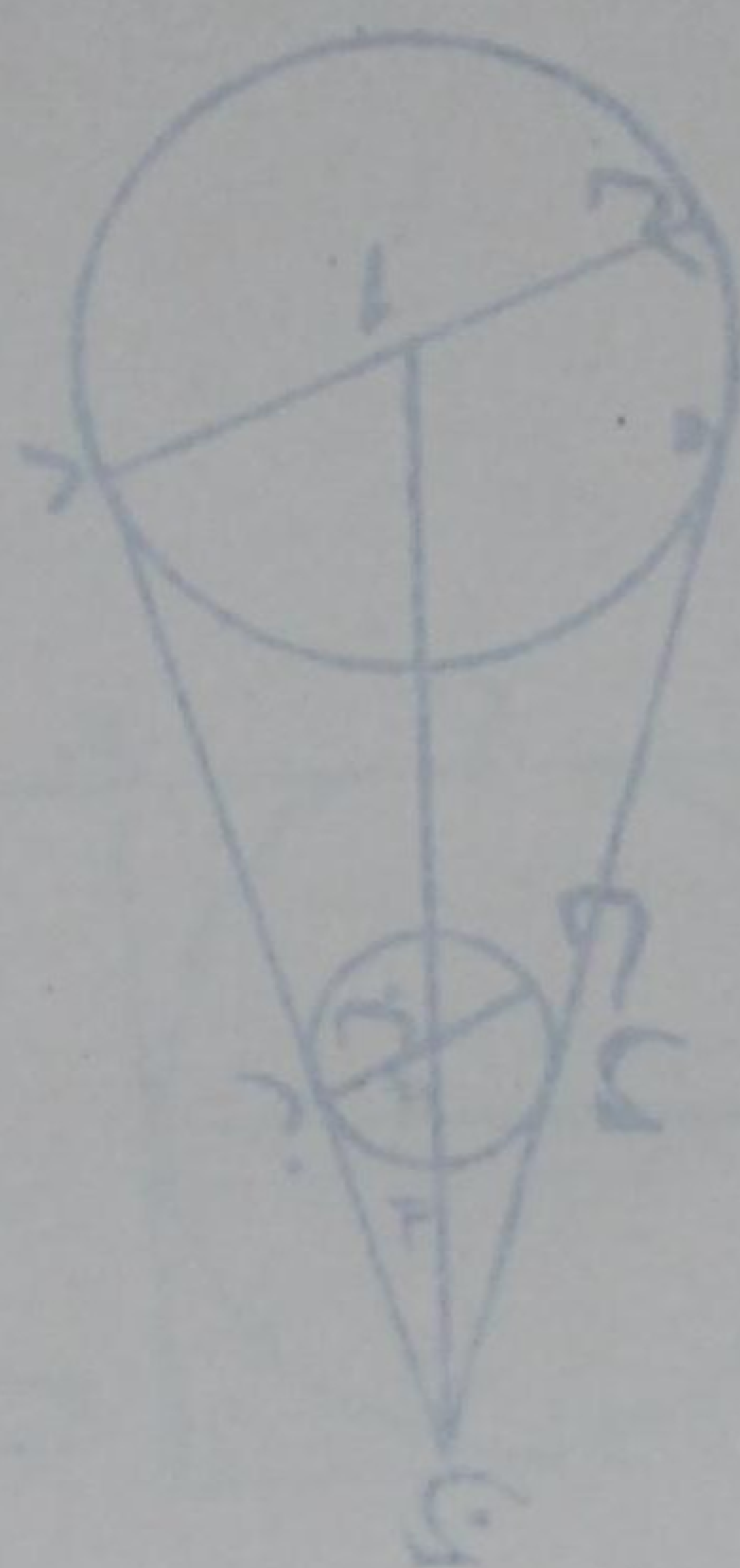
---

(١) الشكل الثالث والثلاثون - ٣٣

٣٣ع



الكرة والاسطوانة ص٣٦



لنصفه وتقع القطعتان الحادثتان فى النصف الآخر مع فضلتين على القطعة الاولى فاذا المثلث الحادث قد فصل من القطعة الاولى اعظم من نصفها وقد مر مثل ذلك فى كتاب الاسطقسات لأقليدس ويكون البيان هذا بعينه .

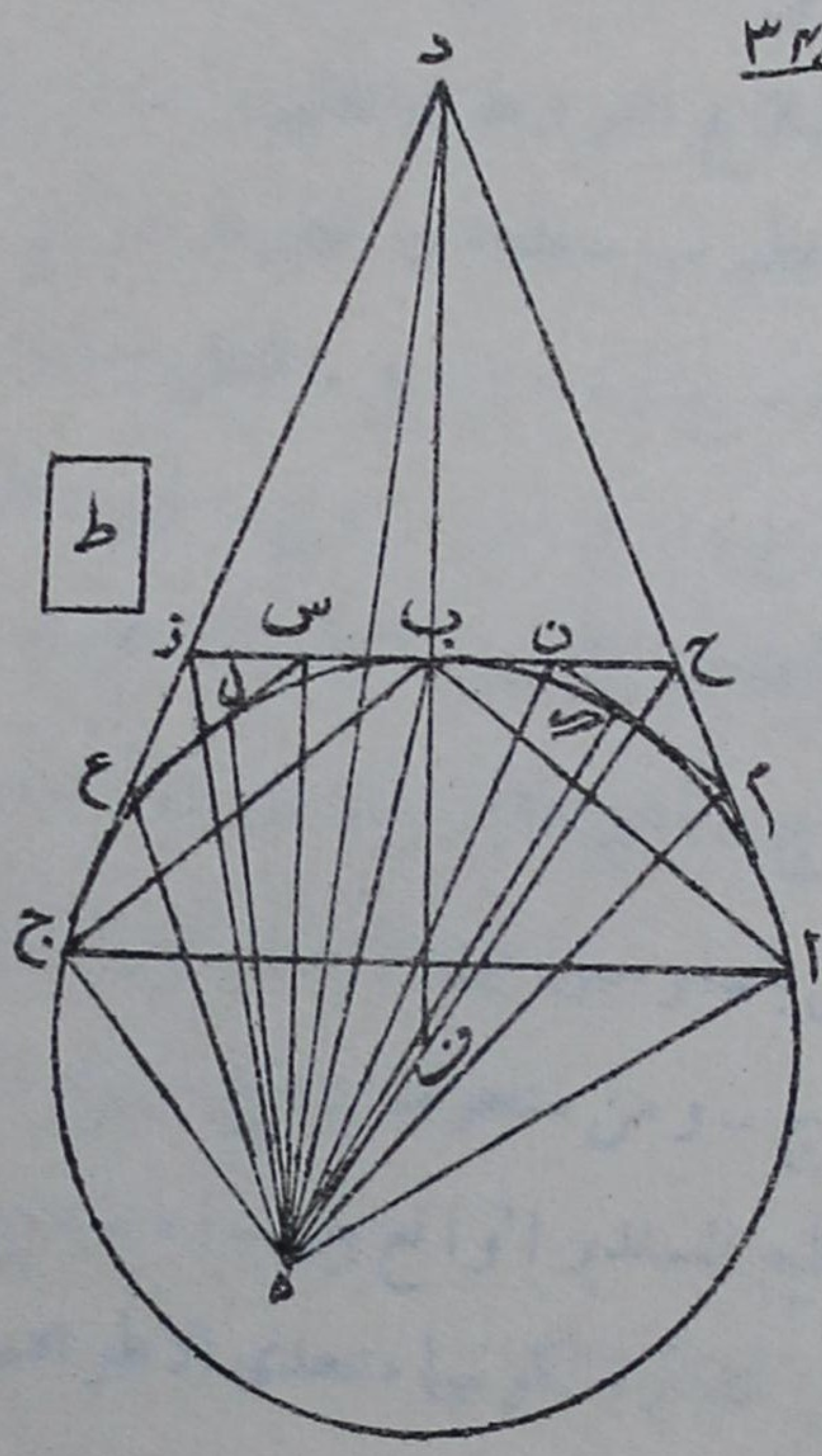
واعلم ان هذه الاشكال التسعة اعنى من الشكل السابع الى الخامس عشر هى مما تقدم ذكرها مجملا فى اثناء ما اوردته من شرح المصادرات وذلك ٥ انى لما وجدت بعض المصادرات كالحكم بان كل سطح عميق فهو اعظم من السطح المستوى المار باطرافه او من العميق الذى يقع فى داخله غير بين بنفسه اذ لم يكن من القضايا المتعارفة ولا مما يوجد بيانه فى غير علم الهندسة اردت ان ابينها فاحتجت الى ان ابين اولا ما نحتاج فى بيانه اليه وكانت القضايا المثبتة فى ١٠ الاشكال الخمسة الاولى من جملة ذلك فاشرت الى بيانها مجملا واما الاربعة الاخيرة فقد بينت ايضا مع المصادرات من غير بناء عليها وارشميدس لما وضع تلك المصادرات على انها بينة مقبولة واحتاج فيما قصده مما سنورده الى القضايا المثبتة فى هذه الاشكال اوردها هاهنا واستعمل بعض تلك المصادرات فى بيانها كما استعمل الحكم المذكور فى هذا الشكل فوقع فيما ذكرته تكرار فى المتن ١٥ ومخالفة للسياقة التى اختارها ارشميدس على ماذكرت هناك ووعدت بيانه فليعلم ان ذلك للضرورة المذكورة ونعود الى الكتاب .

(يج) اذا كان مخروط قائم واخرج فى سطح دائرة قاعدته خطان مماسان لتلك الدائرة ومتلاقيان على نقطة ووصل بين نقطة التماس والتلاقى وبين رأس المخروط بخطوط كان المثلثان اللذان تحيط بهما تلك الخطوط مع الخطين المماسين للدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين المثلثين من المخروط فليكن المخروط ٢٠ هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه نقطة ـ ه ـ وليكن خطا ـ د ا ـ د ج ـ فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ مماسين لها على نقطتى ـ ا ج ـ ومتلاقيين على نقطة ـ د ـ ونصل ـ ا ه ـ ج ه ـ د ه ـ ونقول ان مثلثى ـ ا د ه ـ د ه ج اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من بسيط المخروط ونصل

وتر - اج - وليكن - ح ب ز - مماسا للدائرة وموازيا - لا ج - فنقطة
التماس وهى - ب - تنصف قوس - اب ج - كما ساذكره ونصل - ح ه - ز ه
فخطا - ح د - د ز - اطول من - ح ز - ونجعل - اح ز ج - مشتركا
فيكون خطا - اد - د ج - جميعا اطول من خطوط - اح - ح ز - ز ج
٥ وخطوط - ه ا - ح ب - ح ج - وخطوط - ه ا - ه ب - ه ج - متساوية لأنها
اضلاع المخروط القائم وهى اعمدة على الخطوط المماسة للدائرة كما مر فى
الشكل التاسع فسطح احد اضلاع المخروط فى خطى - اد - د ج - اعنى ضعف
مثلثى - اه د - ده ج - اعظم من سطحه فى خطوط - اح - ح ز - ز د -
اعنى ضعف مثلثات - اح ه - ح ز ه - ز ه ج - فلتكن زيادة مثلثى - اه د -
١٠ - ده ج - على مثلثات - اح ه - ح ه ز - ز ه ج - هى سطح - ط - وهو
يكون اما اصغر من جميع القطعتين اللتين تحيط بهما خطوط - اح - ح ز -
- ز ج - وقوس - اب ج - اعنى الخارجتين عن الدائرة واما ليس باصغر
منهما جميعا وايكن اولا ليس باصغر منهما جميعا فالعميق المحيط المؤلف من مثلثات
- اه ح - ح ه ز - ز ه ج - ومن منحرف - اج - زح - اعظم من العميق
١٥ المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين - اه - ه ج - من المخروط
من قطعة - اج - من الدائرة لكونهما متحدى الاطراف التى هى اضلاع
مثلث - اه ج - وفى جانب واحد من سطح ذلك المثلث وتلقى منهما قطعة
اج - المشتركة فتبقى مثلثات - اه ح - ح ه ز - ز ه ج - مع قطعتى
اح - ب ك - ب ز - ج ل - الخارجين من الدائرة اعظم من السطح
٢٠ المستدير الواقع بين - اه - ه ج - وكان سطح - ط - ليس باصغر من
القطعتين المذكورتين فاذا مثلثات - اح ه - ح ه ز - ز ه ج - مع
سطح - ط - اعنى مثلثى - اه د - ده ج - معا اعظم من السطح المستدير
الواقع بين - اه - ه ج - من المخروط ثم ليكن سطح - ط - اصغر من
القطعتين الخارجتين المذكورتين وننصف قوسى القطعتين على نقطتى - ك ل

ونخرج

٣٢



الكرة والاسطوانة ص٣٩

ونخرج منهما خطين مماسين للدائرة هما ـ م ن ـ س ع ـ فيفصلان من القطعتين
اعظم من نصفهما كما سيجئ بيانه وننصف انصاف القسى ايضا ونخرج الخطوط
المماسة مرة بعد اخرى الى ان تبقى قطع خارجة من الدائرة يكون مجموعها اصغر
من سطح ـ ط ـ ولتكن هى القطع الاربع التى يحيط بها خطا ـ ا م ـ م
ك ـ مع قوس ـ ا ك ـ خطا ـ ك ن ـ ن ب ـ مع قوس ـ ك ب ـ وخطا ٥
ب س ـ س ل ـ مع قوس ـ ب ل ـ وخطا ـ ل ع ـ ع ج ـ مع ـ قوس ـ ل
ج ـ ونصل نقطة الزوايا بنقطة ـ ه ـ فمثلثات ـ ا ح ه ـ ح ه ز ـ زه ج ـ الثلاثة
اعظم من مثلثات ـ ا م ه ـ م ن ه ـ ن س ه ـ س ع ه ـ ع ه ج ـ الخمسة بمثل
مامر من كون قواعد تلك اطول من قواعد هذه وارتفاعات الجميع التى هى
اضلاع المخروط متساوية فالعميق المحيط المؤلف من سطح ـ ج ا م ن س ١٠
ع ـ ومن المثلثات الخمسة المذكورة اعظم من العميق المحاط به المؤلف من
السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط ومن قطعة ـ ا ج
من الدائرة لاتحاد اطرافهما التى هى مثلث ـ ا ه ج ـ ووقوعهما فى جانب
واحد من سطح ذلك المثلث واذا القينا قطعة ـ ا ج ـ المشتركة فتبقى المثلثات
الخمسة مع القطع الاربع المذكورتين جميعا اعظم من السطح المستدير الواقع ١٥
بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط لكن مثلثات ـ ا ه ح ـ ح ز ه ـ ز ج ه
اعظم من المثلثات الخمسة المذكورة وسطح ـ ط ـ اعظم من القطع الاربع
المذكورة فمثلثات ـ ا ه ح ـ ح ز ه ـ ز ج ه ـ مع سطح ـ ط ـ اعنى مثلثى
ا ه د ـ د ه ج ـ معا اعظم كثيرا من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج
من المخروط وذلك ما اردناه (١). ٢٠

اقول انما نفصل خط ـ م ن ـ من قطعة ـ ا ح ـ ب ك ـ الخارجة
مثلثا اعظم من نصفها لأنا اذا اخرجنا من مركز الدائرة وليكن ـ ف ـ الى
ح ـ خط ـ ف ح ـ ووصلنا ـ ا ك ـ كان فى مثلث ـ ح ك م ـ القائم
الزاوية ـ ح م ـ وتر القائمة اطول من ـ م ك ـ المساوى ـ لم ا ـ فقاعدة

---

(١) الشكل الرابع الثلاثون ـ ٣٤ ـ.

مثلث ـ ح ك م ـ اطول من قاعدة مثلث ـ م ك ا ـ وهما متساويا الارتفاعين
فمثلث ـ ح ك م ـ اطول من قاعدة مثلث ـ م ك ا ـ وهما متساويا الارتفاعين
فمثلث ـ ح ك م ـ اعظم من مثلث ـ م ك ا ـ واعظم كثيرا من قطعة ـ ا م
ك ـ الخارجة من الدائرة وبمثل ذلك نبين فى البواقى .

٥ وبوجه آخر ان كان سطح ـ ط ـ اصغر من القطعتين الخارجتين
عملنا بمثل ما تقدم فى الشكل السادس على قطاع ـ ج ه ا ـ شكلا كثير الزوايا
تكون القطع الفاضلة عليه من الشكل اصغر من سطح ـ ط ـ وسنتمم البيان
بمثل مامر(١) .

(يد) اذا اخرج فى سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها كان
١٠ السطح المستدير الواقع بينهما اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى يحيط
به ذانك الخطان مع الخطين الواصلين باطرافهما فلتكن الاسطوانة هى التى احدى
قاعدتيها دائرة ـ ا ب ج ـ ونخرج فى سطحها خطين احد طرفيهما نقطتا ـ ا
ج ـ وطرفاهما الآخران نقطتان تقابلانهما على دائرة للقاعدة الاخرى .

فنقول ان الواقع بينهما من السطح المستدير الاسطوانى اعظم من
١٥ السطح المتوازى الاضلاع الذى يحيط به الخطان المبتدئان من ـ ا ج ـ وخط
ا ج ـ و ـ خط آخر يقابله ويوازيه فى دائرة القاعـدة الاخرى فننصف قوس
ا ج ـ على ـ ب ـ ونصل وترى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونرسم على الاسطوانة
خطا يبتدئ من ـ ب ـ وينتهى الى مقابلتها موازيا للخطين الاولين فننصف
القوس النظيرة لقوس ـ ا ج ـ ايضا ويحدث سطحان متوازيان على ـ ا ب ـ
٢٠ ب ج ـ ارتفاعهما ارتفاع الاسطوانة ويكونان معا اعظم من السطح الذى على
ا ج ـ وارتفاعه ايضا ذلك الارتفاع لكون ـ ا ب ـ ب ج ـ معا اطول
من ـ ا ج ـ وليكن سطح ـ ح ـ مساويا لزيادة سطحى ـ ا ب ـ ب ج
على سطح ـ ا ج ـ ونصف سطح ـ ح ـ يكون اما اصغر من قطعتى ـ ا ه ب
ـ ب ز ج ـ معا واما ليس باصغر منهما وليكن اولا ليس باصغر منهما فالعميق

---

(١) الشكل الخامس والثلاثون ـ ٣٥ ـ

الكرة والاسطوانة ص ٢٠

المؤلف من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين اللذين يبتدئان من
ا ب ـ و من قطعة ـ ا ه ب ـ و من القطعة المقابلة لها على القاعدة الاخرى
اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى على خط ـ ا ب ـ المتحد اطرافه
باطراف العميق وايضا العميق المؤلف من السطح المستدير الاسطوانى الواقع
بين الخطين المبتدئين من ـ ب ج ـ ومن قطعتى ـ ب ز ج ـ والمقابلة لها اعظم ٥
من المتوازى الاضلاع الذى على خط ـ ب ج ـ فمجموع ما يقع بين الخطين
المبتدئين من ـ ا ج ـ من السطح المستدير الاسوانى مع قطعتى ـ ا ه ب ـ
ب ز ج ـ ومقابلتيهما الاربع اعظم من السطحين المتوازيى الاضلاع اللذين
على خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ بل من السطح المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا
ج ـ مع سطح ـ ح ـ وسطح ـ ح ـ ليس باصغر من القطع الاربع المذكورة ١٠
فيبقى السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين المستديرين الخارجين من
نقطتى ـ ا ج ـ اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ج ـ

ثم ليكن نصف سطح ـ ح ـ اصغر من قطعتى ـ ا ه ب ـ ب ز ج
فننصف قسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الاوتار الى ان يبقى قطع من الدائرة
اصغر من نصف سطح ـ ح ـ ولتكن هى قطعة ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج ـ ١٥
ولتخرج على اوتارها سطوح متوازية الاضلاع ارتفاعاتها ارتفاع
الاسطوانة .

فتبين بمثل ما قلنا ان مجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين
المبتدئين من نقطتى ـ ا ب ـ مع قطعتى ـ ا ه ـ ه ب ـ والقطعتين المقابلتين لهما
اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ب ـ ومجموع السطح المستدير الواقع ٢٠
بين الخطين المبتدئين من نقطتى ـ ب ـ ج ـ مع قطعتى ـ ب ز ـ ـ ز ج ـ
ومقابلتيهما اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ب ج ـ فالسطح المستدير
الواقع بين الخطين المبتدئين من ـ ا ج ـ مع قطع ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج
والقطع المقابلة لها جميعا اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ب ـ ب ج

بل من المتوازى الاضلاع الذى على - اج - مع سطح - ح - وسطح - ح اعظم من القطع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطوانى المذكور اعظم من المتوازى الاضلاع المذكورة وذلك ما اردناه (١).

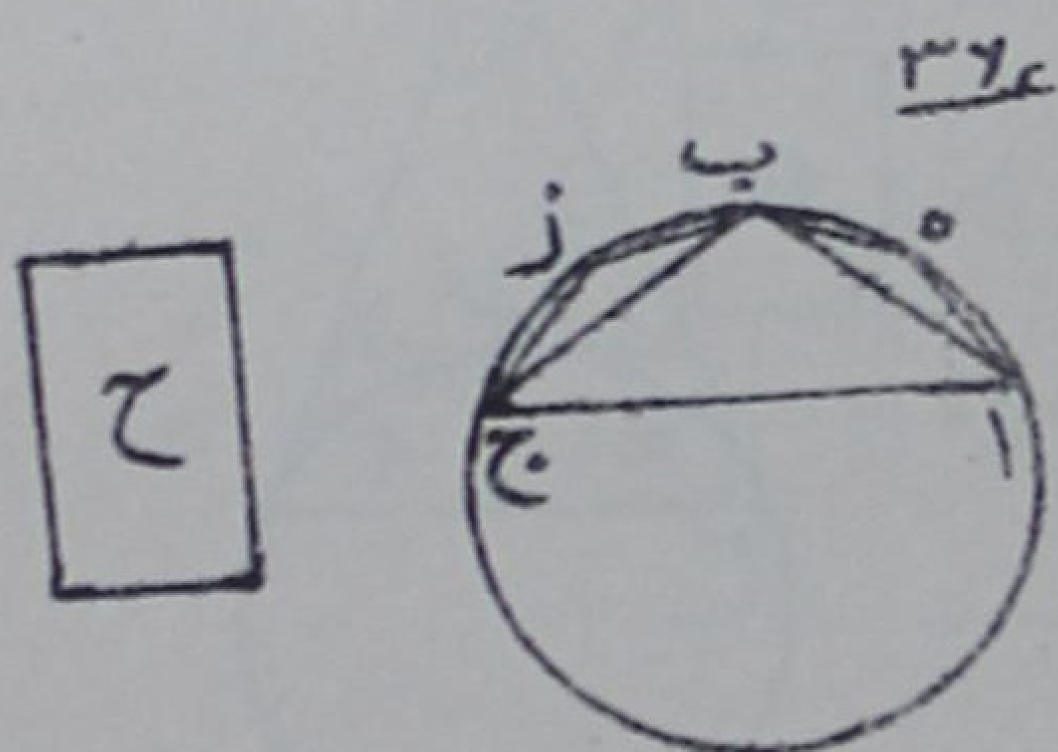
(يه) اذا اخرج فى سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها ٥ واخرج من اطرافهما فى سطح دائرتى القاعدتين خطوط مماسة لهما متلاقية كان السطحان المتوازيا الاضلاع اللذان تحيط بهما الخطوط المماسة للدائرة والخطان اللذان فى سطح الاسطوانة اعظم من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين السطحين فلتكن الاسطوانة هى التى قاعدتها دائرة - اب ج - وليخرج فى سطح الاسطوانة خطان مبتدئان من - اج - منتهيان الى ١٠ نظيرتيهما من القاعدة الاخرى وفى سطح الدائرة خطا - اح - ج ح - المماسان لها على نقطتى - اج - المتلاقيان على - ح - وفى سطح الدائرة المقابلة لها نظيراهما ومن - ح - الى نظيرتها خط يوازى اللذين على سطح الاسطوانة.

فنقول ان المتوازى الاضلاع اللذين تحيط بهما الخطوط المبتدئة من نقط - اج ح - وخطا - اح - ج ح - ونظيراهما اعظم من السطح ١٥ المستدير الذى على قوس - اب ج - ولنخرج - ه ز - مماسا للدائرة على ب - ومن نقطتى - ه ز - خطان موازيان للمحور منتهيان الى سطح القاعدة الاخرى فالسطحان المتوازيا الاضلاع اللذان على - اح - ج ح - اعظم من السطوح المتوازية الاضلاع التى على - اه - ه ز - زج لكون - اح - ح ج - اطول من جميع - اه - ه ز - زج - وليكن سطح - ك - مساويا ٢٠ لزيادة ذينك السطحين على هذه السطوح ونصفه يكون اما اعظم من قطعتى اه ب م - ب زج ط - الخارجتين من الدائرة واما ليس باعظم منهما وليكن اولا اعظم منهما فالعميق المحيط المؤلف من المتوازية الاضلاع التى على خطوط اه - ه ز - زج - ومن منحرف - اج - زه - ومن المنحرف المقابل له اعظم من العميق المحاط به - اج زه - المؤلف من السطح المستدير الذى

على

---

(١) الشكل السادس والثلاثون - ٣٦ -.



الكرة والاسطوانة ص ٣٢

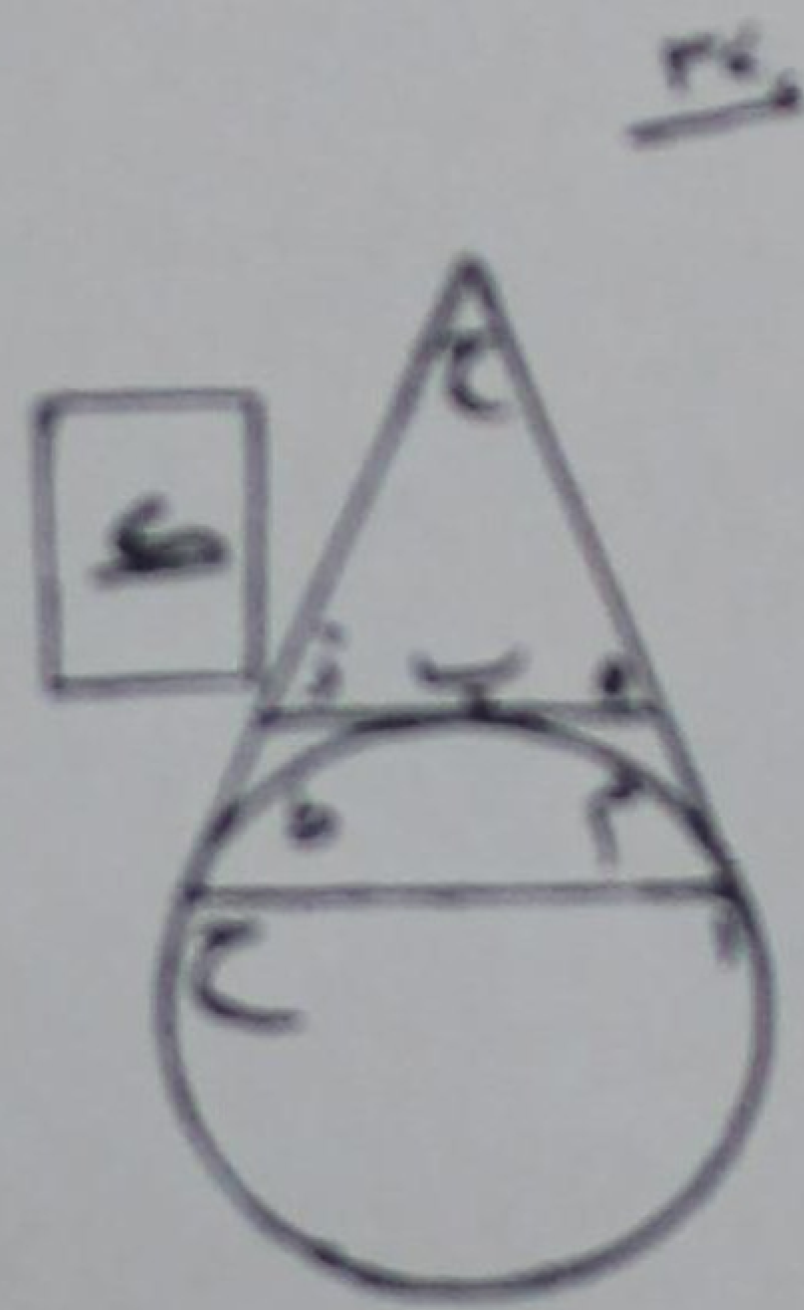
الى قوس – ا ب ج – ومن قطعة – ا ج ب – من الدائرة ومن القطعة المقابلة لها لكونها مستعملة الاضلاع التي هي اضلاع المتوازي الاضلاع الذي على – ا ج – وهي خطا ا ب ب ه ... التي هما قطعتا – ا ج ب – وما يقابلها ... مجموع السطوح الثلاثة التي على – ا ه – و ز – د ج – والقطع الاربع التي هي قطعا – ا ه ب م – ب ز ج ط – والاثنان الباقيان اعظم من السطح المستدير الذي على قوس – ا ب ج – فالسطوح الثلاثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطحين اللذين على – ا ج – ج – لانها اعظم من السطوح الثلاثة مع سطح – ك – الذي هو اعظم من القطع الاربع فاذا السطحان اللذان على – ا ج – ج – اعظم من السطح المستدير الذي على قوس – ا ب ج –

ثم لكن نصف سطح – ك – ليس باعظم ... ا ه ب م – ب ز ج ط – ونخرج خطوطا مماسة للدائرة مرة بعد اخرى ... تصير القطع الباقية من الدائرة اصغر من نصف سطح – ك –

ويتبين من ذلك الشكل بمثل ما تقدم وما ... انه اذا عمل في مخروط قائم او غير قائم او عمل في اسطوانة قائمة او عليها منشور كان جميع السطوح المحيطة بالجسم المحيط سوى القاعدة او القاعدتين اعظم من جميع السطوح المحيط بالجسم المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين (١).

(هـ) كل اسطوانة قائمة فان سطحها المحيط بها سوى قاعدتيها مساو للدائرة التي نصف قطرها متناسب لضلع الاسطوانة وقطر قاعدته فيما بينهما فلتكن دائرة – ا – قاعدة الاسطوانة وليكن خط – ج د – مساويا لقطر دائرة – ا – وخط – د – مساويا لضلع الاسطوانة وخط – ج – واسطا في النسبة بين خطي ... ز في النسبة وليكن نصف قطر دائرة – ب – مساويا لخط – ح – فاقول ان دائرة – ب – مساوية للسطح المحيط بالاسطوانة سوى قاعدتيها فان لم يكن كذلك فهي اما اعظم واما اصغر منه وليكن اولا اصغر منه فيكون سطح الاسطوانة ودائرة – ب – مقداران غير متساويين اعظمهما السطح ونعمل في دائرة – ب

(١) الشكل السابع والثلاثون – ٣٧ –


٣٤/١
ع
ك
ب
ح

على قوس – ا ب ج – ومن قطعة – ا ج ب – من الدائرة ومن القطعة المقابلة لها لكونها متحدة الاطراف التى هى اضلاع المتوازى الاضلاع الذى على – ا ج – وفى جانب واحد منه واذا القى منهما قطعتا – ا ج ب – ومقابلتها معابقى مجموع السطوح الثلاثة التى على – اه – ه ز – زج – والقطع الاربع التى هى قطعتا – اه ب م – ب ز ج ط – واللتان تقابلانهما اعظم من السطح المستدير الذى على قوس – ا ب ج – والسطوح الثلاثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطحين اللذين على – ا ح – ح ج – لانهما اعظم من السطوح الثلاثة بمثل سطح – ك – الذى هو اعظم من القطع الاربع فاذا السطحان اللذان على ا ح – ح ج – اعظم من السطح المستدير الذى على قوس – ا ب ج – .

ثم ليكن نصف سطح – ك – ليس باعظم من قطعتى – اه ب م – ب ز ج ط – ونخرج خطوطا مماسة للدائرة مرة بعد اخرى الى ان تصير القطع الخارجة من الدائرة اصغر من نصف سطح – ك – .

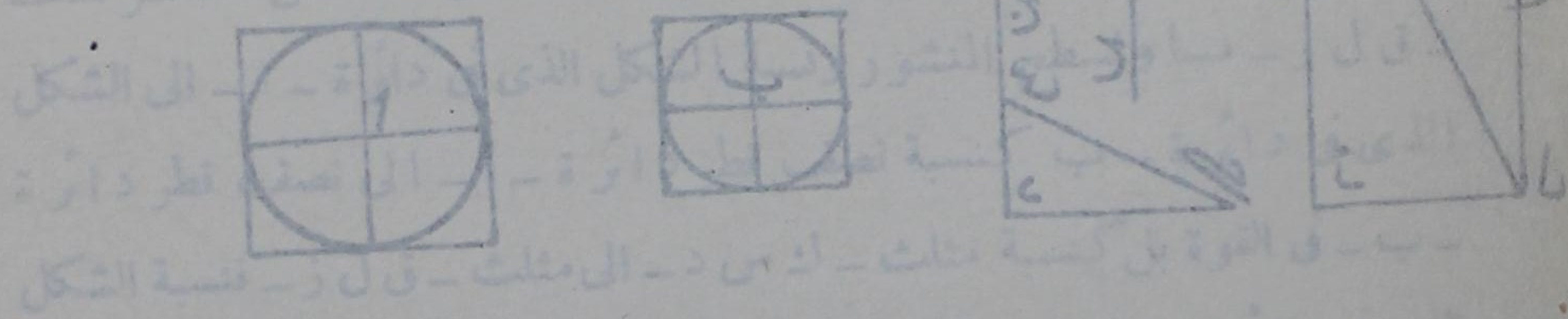
ويتبين من ذلك الحكم بمثل ماتقدم وهنالك استبان انه اذا عمل فى مخروط قائم او عليه نارى او عمل فى اسطوانة قائمة او عليها منشور كان جميع السطوح المحيطة بالجسم المحيط سوى القاعدة او القاعدتين اعظم من جميع السطوح المحيط بالجسم المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين (١) .

(يو) كل اسطوانة قائمة فان سطح المحيط بها سوى قاعدتيها مساو للدائرة التى نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة وقطر قاعدته فيما بينهما فلتكن دائرة ا – قاعدة الاسطوانة وليكن خط – ج د – مساويا لقطر دائرة – ا – وخط ه ز – مساويا لضلع الاسطوانة وخط – ح – واقعا بين خطى – ج د – ه ز على نسبة وليكن نصف قطر دائرة – ب – مساويا لخط – ح – نقول فدائرة ب – مساوية للسطح المحيط بالاسطوانة سوى قاعدتيها فان لم يكن كذلك فهى اما اعظم واما اصغر منه وليكن اولا اصغر منه فيكون سطح الاسطوانة ودائرة – ب – مقدارين غير متساوبين اعظمهما السطح ونعمل فى دائرة – ب

(١) الشكل السابع والثلاثون – ٣٧ – .

وعليها شكلين متساوى الاضلاع تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من
نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ـ ب ـ كما مر فى الشكل الخامس ونعمل على
دائرة ـ أ ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ وسا ذكر طريقه ونعمل على
الشكل المعمول على دائرة ـ ا ـ منشورا يحيط بالاسطوانة وليكن كل واحد
٥ من خطى ـ ك د ـ ز ل ـ مساويا لمحيط الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ ننصف
ج د ـ على ـ س ـ ونصل ـ س ك ـ فمثلث ـ ك د س ـ مساو للشكل الذى
على دائرة ـ أ ـ لان قاعدته مساوية لمحيط ذلك الشكل وارتفاعه مساو لنصف
قطر دائرة ـ ا ـ ونتمم سطح ـ ه ز ـ ل ع ـ المتوازى الاضلاع فهو مساو
لسطح المنشور الذى على الاسطوانة لان المحيط به ضلع الاسطوانة وخط مساو
١٠ لمحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل الحادى عشر ونخرج ـ ه ق
مساويا ـ له ز ـ ونصل ـ ق ل ـ فمثلث ـ ز ق ل ـ مساو لسطح ـ ه ز ل ع
بل لسطح المنشور ونسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على
دائرة ـ ب ـ كنسبة نصف قطر دائرة ـ ا ـ وهو خط ـ س د ـ نضيف الى
نصف قطر دائرة ـ ب ـ وهو خط ـ ح ـ فى القوة لما ساذكره ونسبة ـ س
١٥ د ـ الى ـ ح ـ فى القوة كنسبة ـ س د ـ الى ـ ق ز ـ فى الطول لأن نسبة
ضعف ـ س د ـ الى ـ ح ـ كنسبة ـ ح ـ الى ـ نصف ـ ق ز ـ ونسبة ـ س
د ـ الى ـ ق ز ـ كنبسة مثلث ـ ك س د ـ الى مثلث ـ ل ق ز ـ لأن ارتفاعى
د ك ـ ز ل ـ متساويان فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ اعنى مثلث ـ ك
س د ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ كنسبة مثلث ـ ك س د ـ الى مثلث
٢٠ ل ق ز ـ فمثلث ـ ل ق ز ـ اعنى سطح المنشور مساو للشكل الذى على دائرة
ب ـ ولان نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى الشكل الذى فيها اصغر
من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ـ ب ـ تكون نسبة سطح المنشور ايضا
الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى
دائرة ـ ب ـ وذلك محال لان سطح المنشور اعظم من سطح الاسطوانة فيلزم
ان

ان يكون الشكل الذى فى دائرة — ب — اعظم منها ثم نكن دائرة — ب — اعظم من سطح الاسطوانة ونعمل على دائرة — ب — وفيها شكلين متشابهين تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة — ب — الى سطح الاسطوانة ونعمل فى دائرة — ا — شكلا شبيها بالذى فى دائرة — ب — ونعمل على الذى فى دائرة — ا — منشورا تحيط الاسطوانة به وليكن كل واحد من — ك د — ز ل مساويا لمحيط الشكل الذى فى دائرة — ا — فمثلث — ك س د — اعظم من الشكل الذى فى دائرة — ا — لأن قاعدته مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذى هو نصف قطر الدائرة اعظم من العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطح [illegible] — مساو لسطح المنشور الذى فى الاسطوانة لأن [illegible] ضلع الاسطوانة ومحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل العاشر فمثلث



ق ل — [illegible] وسطح المنشور [illegible] الشكل الذى فى دائرة — [illegible] — الى الشكل الذى [illegible] نسبة نصف قطر دائرة — ا — الى نصف قطر دائرة — ب — فى القوة بل كنسبة مثلث — ك س د — الى مثلث — ق ل ز — فنسبة الشكل الذى فى دائرة — ا — الى الشكل الذى فى دائرة — ب — كنسبة مثلث — ك س د — الى مثلث — ق ل ز — واذا بدلنا صارت نسبة الشكل الذى فى دائرة — ا — الى مثلث — ك س د — كنسبة الشكل الذى فى دائرة — ب — الى مثلث — ق ل ز — والشكل الذى فى دائرة — ا — اصغر من مثلث — ك س د — فالشكل الذى فى دائرة — ب — ايضا اصغر من مثلث — ق ل ز — اعنى من سطح المنشور الذى هو اصغر من سطح الاسطوانة لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال لأن نسبة الشكل الذى على دائرة — ب — الى [illegible] كانت اصغر من نسبة دائرة — ب — الى سطح الاسطوانة والشكل [illegible] — فالشكل الذى فى دائرة — ب — [illegible] ان يكون اعظم من سطح الاسطوانة واذا لم تكن دائرة — ب — باعظم من سطح الاسطوانة ولا باصغر منه فهى اذا مساوية له وذلك ما اردناه (١) .

---

(١) [illegible] والثلاثون — م

٣٨

ق ع ه ل ز

ج ح س د ك

ب

ا

الكرة والاسطوانة ص٤٥

ان يكون الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ اعظم منها ثم لتكن دائرة ـ ب ـ اعظم من سطح الاسطوانة ونعمل على دائرة ـ ب ـ وفيها شكلين متشابهين تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة ـ ب ـ الى سطح الاسطوانة نعمل فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ـ ب ـ ونعمل على الذى فى دائرة ـ ا ـ منشورا تحيط الاسطوانة به وليكن كل واحد من ـ ك د ـ ز ل ٥ مساويا لمحيط الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ فمثلث ـ ك س د ـ اعظم من الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ لأن قاعدته مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذى هو نصف قطر الدائرة اعظم من العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطح ه ز ل ع ـ مساو لسطح المنشور الذى فى الاسطوانة لأن المحيط به ضلع الاسطوانة ومحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل العاشر فمثلث ـ ق ل ز ـ مساو لسطح المنشور ونسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الشكل ١٠ الذى فى دائرة ـ ب كنسبة نصف قطر دائرة ـ ا ـ الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ فى القوة بل كنسبة مثلث ـ ك س د ـ الى مثلث ـ ق ل ز ـ فنسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ كنسبة مثلث ـ ك س د ـ الى مثلث ـ ق ل ز ـ واذا بدلنا صارت نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى مثلث ـ ك س د ـ كنسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ الى مثلث ـ ق ل ١٥ ز ـ والشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ اصغر من مثلث ـ ك س د ـ فالشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ ايضا اصغر من مثلث ـ ق ل ز ـ اعنى من سطح المنشور الذى هو اصغر من سطح الاسطوانة لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال لأن نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى الذى فيها كانت اصغر من نسبة دائرة ـ ب ـ الى سطح الاسطوانة والشكل ٢٠ الذى على دائرة ـ ب ـ اعظم من دائرة ـ ب ـ فالشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ يجب ان يكون اعظم من سطح الاسطوانة واذا لم تكن دائرة ـ ب ـ باعظم من سطح الاسطوانة ولا باصغر منه فهى اذا مساوية له وذلك ما اردناه (١).

(١) الشكل الثامن والثلاثون ـ ٣٨

اقول اما طريق ان نعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ فهو أن نعمل فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ـ ب ـ على ماتبين فى كتاب الاسطقسات ثم نعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فيه فيكون ايضا شبيها بالذى على دائرة ـ ب .

٥ واما بيان ان نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ هى كنسبة نصف قطر الدائرة الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ فى القوة فهكذا ليكن ـ ا ب ـ مركزى الدائرتين ـ و ا ج ـ ب ه ـ نصفى قطرها ـ و ج د ه ز ـ نصفى ضلعين متقاطرين من الشكلين اللذين عليهما ونصل ـ ا د ـ ب ز ـ فالمثلثان متشابهان لأن زاويتى ـ د ز ـ نصفا زاويتين ١٠ متساويتين وزاويتى ـ ج ـ ه ـ قائمتان ونسبة ـ ج د ـ الى ـ ه ز ـ بل نسبة الضلع الى الضلع كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ب ه ـ نصف القطر الى نصف القطر فنسبة الشكل الى الشكل التى هى كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كنسبة مربع نصف القطر الى مربع نصف القطر (١) .

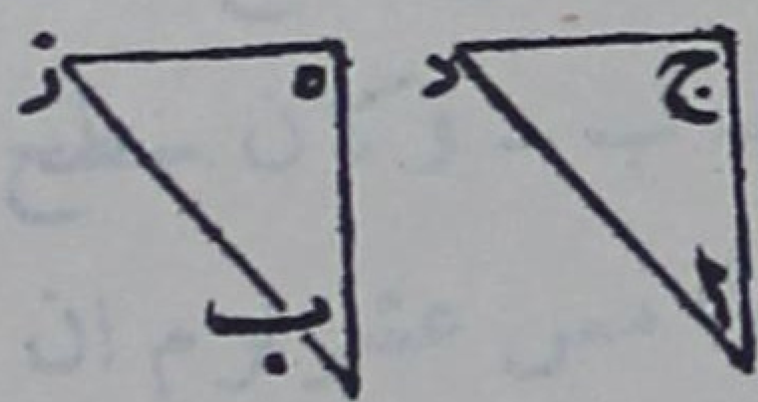
(يز) كل مخروط قائم فان سطحه المحيط به سوى قاعدته مساو للدائرة ١٥ التى نصف قطرها مناسب لضلع ذلك المخروط ولنصف قطر قاعدته فيما بينهما فلتكن قاعدة المخروط دائرة ـ ا ـ ونصف قطرها خط ـ ج ـ وضلع المخروط خط ـ د ـ وخط ـ ه ـ مناسبا لخطى ـ ج ـ د ـ فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ـ ب ـ .

فنقول ان دائرة ـ ب ـ مساوية للسطح المستدير المحيط بالمخروط ٢٠ فان لم يكن كذلك فهى اما اصغر منه واما اعظم وليكن اولا اصغر منه فيكونان مقدارين مختلفين اعظمهما سطح المخروط ونعمل على دائرة ـ ب ـ وفيها شكلين متشابهين كثيرى الزوايا متساوى الاضلاع تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ب ـ كما مر فى الشكل الخامس ونعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ وعليه

ناريا

(١) الشكل التاسع والثلاثون ـ ٣٩ ـ

٣٩



الكرة والاسطوانة ص ٢٦

ناريا يحيط بالمخروط المستدير فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى
على دائرة ـ ب ـ كنسبة نصف قطر دائرة ـ ا ـ الذى هو ـ ج ـ الى نصف قطر
دائرة ـ ب ـ الذى هو ـ ه ـ فى القوة اعنى كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فى الطول
ونسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى السطح
المحيط بالنارى سوى قاعدته وذلك لأن ـ ج ـ الذى هو نصف ـ قطر دائرة ٥
ا ـ فى نصف محيط الشكل الذى ـ على دائرة ـ ا ـ هو الشكل الذى على دائرة
ا ـ و ـ د ـ الذى هو ضلع المخروط فيه بعينه هو سطح النار لما تبين فى الشكل
التاسع فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب
والى سطح النارى واحدة فالشكل الذى على دائرة ـ ب ـ مسا ولسطح النارى
ولأن نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ اعنى سطح النارى الى الذى فيها ١٠
اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ب ـ وكان سطح النارى اعظم
من سطح المخروط كما مر فى آخر الشكل الخامس عشر لزم ان يكون الشكل
الذى فى دائرة ـ ب ـ اعظم من دائرة ـ ب ـ هذا خلف .

ثم لتكن دائرة ـ ب ـ اعظم من سطح المخروط ونعمل دائرة
ب ـ وفيها شكلين متشابهين كما ذكرنا تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها ١٥
اصغر من نسبة الدائرة الى سطح المخروط ونرسم فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها
بالذى فى دائرة ـ ب ـ ونقيم على الذى فى دائرة ـ ا ـ شكلا ناريا يحيط به
المخروط وتكون نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى فى دائرة
ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ ه ـ فى القوة بل كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ
فى الطول ونسبة ـ ج ـ اعنى نصف قطر دائرة ـ ا ـ الى ـ د ـ اعنى ضلع ٢٠
المخروط اعظم لما سنذكره من نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى سطح
النارى التى هى كنسبة العمود الواقع من مركز دائرة ـ ا ـ على ضلع الشكل الذى
فيها الى العمود الواقع من رأس المخروط عليه ايضا فان العمود الذى من
مركز الدائرة فى نصف محيط الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ هو الشكل الذى فى

دائرة - ا - والعمود الذى من رأس المخروط فيه ايضا بعينة هو سطح النارى
على ما مر فى الشكل السابع والثامن فنسبة الشكل الذى فى دائرة - ا -
الى الذى فى دائرة - ب - اعظم من نسبته الى سطح النارى فسطح النارى
اعظم من الشكل الذى فى دائرة - ب - ونسبة الشكل الذى على دائرة - ب -
٥ الى سطح النارى اصغر من نسبته الى الشكل الذى فى دائرة - ب - وكانت
نسبة الشكل الذى على دائرة - ب - الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة - ب
الى سطح المخروط فنسبة الشكل الذى على دائرة - ب - الى سطح النارى
اصغر كثيرا من نسبة دائرة - ب - الى سطح المخروط والشكل الذى على دائرة
ب - اعظم من دائرة - ب - فسطح النارى يلزم ان يكون اعظم من سطح
١٠ المخروط هذا خلف لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر واذا لم تكن دائرة
- ب - باصغر من سطح المخروط ولا باعظم منه فهى اذا مثله وذلك ما
اردناه (١).

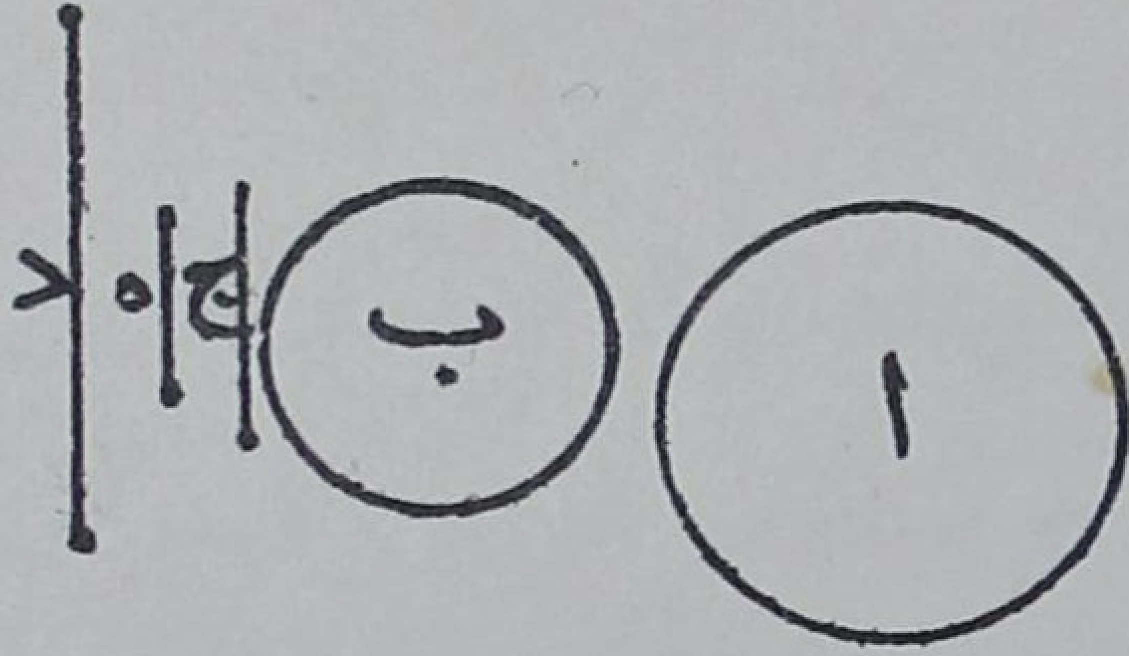
اقول ليمكن لبيان ان نسبته نصف قطر دائرة - ا - الى ضلع
المخروط اعظم من نسبة العمود الواقع من مركز دائرة - ا - على ضلع الشكل
١٥ الذى فيها الى العمود الواقع من رأس المخروط عليه ايضا - ز - مركز دائرة
ا - و - ح - رأس المخروط - وز ط - نصف قطر دائرة - ا - اعنى خط - ج
و - ح ط - ضلع المخروط اعنى خط - د - و - زك - العمود الواقع من المركز
على ضلع الشكل الذى فى الدائرة و - ح ك - العمود الواقع عليه من رأس
المخروط والدعوى ان نسبة - زط - الى - ح ط - اعظم من نسبة - زك
٢٠ الى - ح ك - ونخرج - ك ل - موازيا - لط ح - فيكون اقصر لا محالة
من - ح ك - وتكون نسبة - زك - الى - ك ل - اعنى - ز ط - الى - ح
ط - بل نسبة - ج - الى - د - اعظم من نسبة - زك - الى - ح ك - اعنى
العمود الخارج من المركز الى العمود الخارج من رأس المخروط (٢).

(يح) نسبة سطح المخروط القائم الى قاعدته كنسبة ضلعه الى نصف قطر

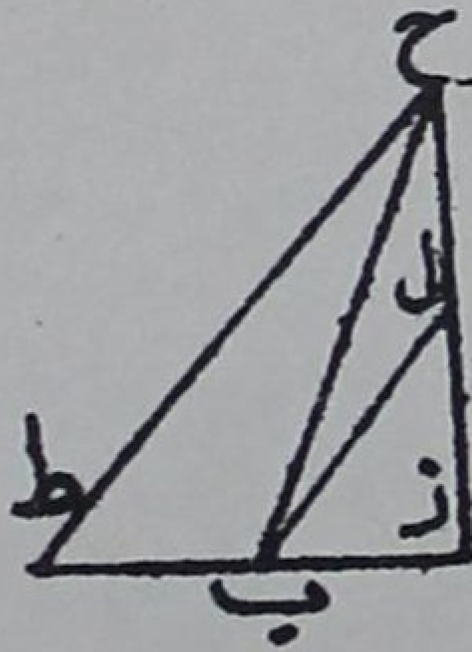
---

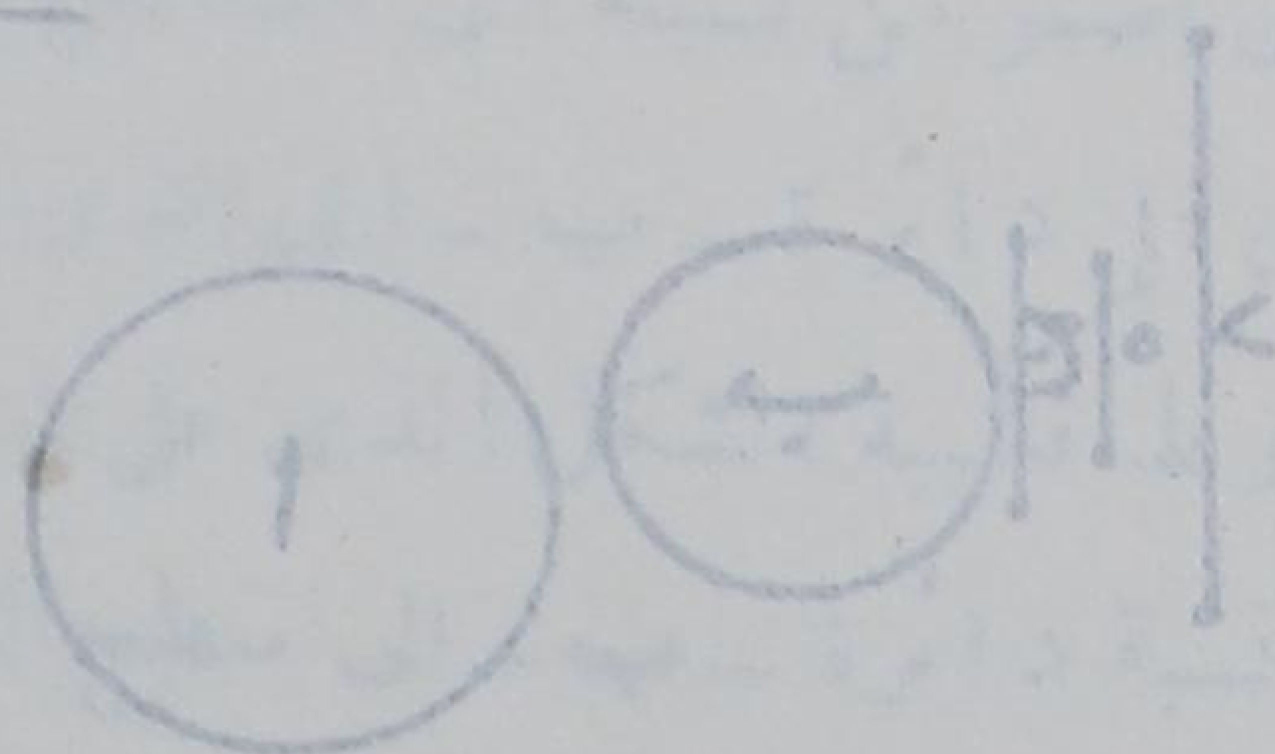
(١) الشكل الاربعون - ٤٠ (٢) الشكل الحادى والاربعون - ٤١ (٦)

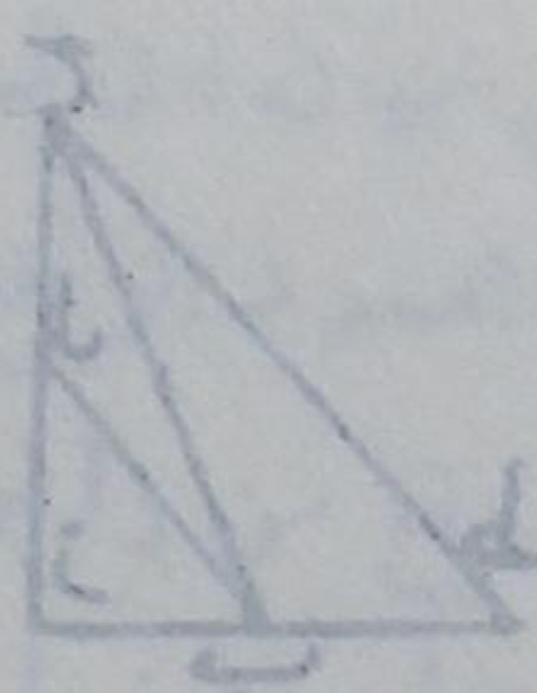
ش ٣٠



ش ٣١





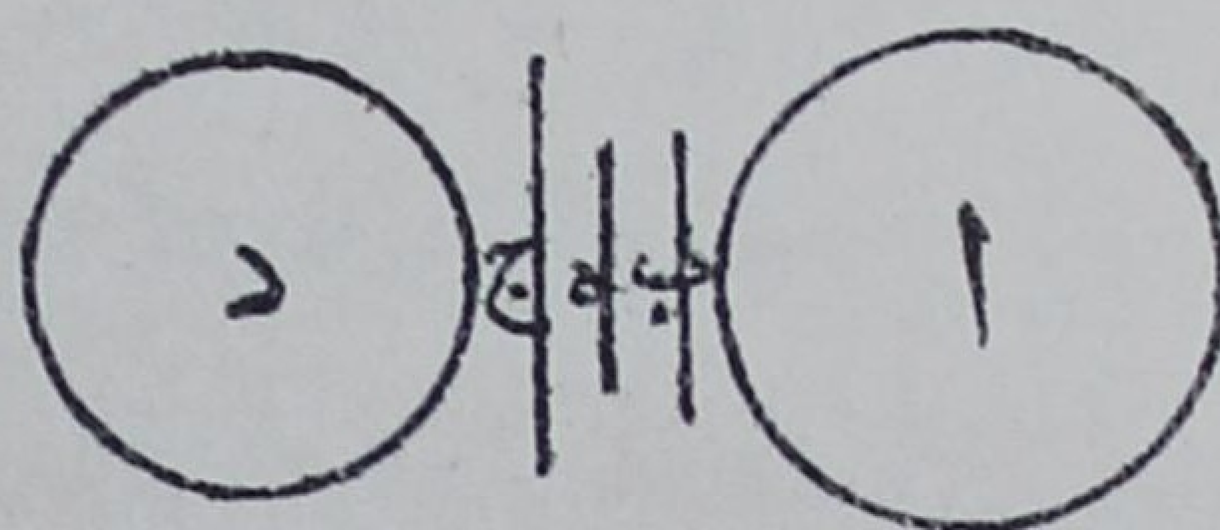


٢٦

١

٢

ط ٣٢



قاعدته فلتكن قاعدة المخروط دائرة ـ ا ـ ونصف قطرها ـ ب ـ وضلعه ـ ج
ونقول نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ا ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ وليكن
ه ـ مناسبا لخطى ـ ب ـ ج ـ فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ـ د ـ فدائرة
د ـ مساوية لسطح المخروط كما مر فى الشكل المتقدم ونسبة دائرة ـ د ـ الى
دائرة ـ ا ـ كنسبة مربع ـ ه ـ الى مربع ـ ب ـ بل كنسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ
وذلك ما اردناه (١) .

(يط) اذا كان مخروط قائم وقطعة سطح موازلقاعدة فالسطح المستدير
الواقع من محيطه بينهما يساوى دائرة يكون نصف قطرها مناسبا لضلع القطعة
من المخروط الواقع بينهما والمحيط المساوى لنصفى قطرى الدائرتين المتوازيتين
معا فيما بينهما فليكن المخروط هو الذى على سهمه مثلث ـ ا ب ج ـ وسهمه ١٠
ب ح ـ وليقطعه سطح موازلقاعدته يقطع المثلث على ـ د ـ ه ـ ونرسم دائرة
يكون نصف قطرها مناسبا لخط ـ ا د ـ وللخط المساوى لمجموع ـ د زاح
فيما بينهما وهى دائرة ـ ط ـ .

فنقول انها مساوية لما بين ـ د ه ا ج ـ من السطح المستدير المخرطى
ونرسم دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ وهى ١٥
دائرة ـ ك ـ واخرى تقوى نصف قطرها على سطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ
وهى دائرة ـ ل ـ فدائرة ـ ل ـ تساوى سطح مخروط ـ ا ب ج ـ
ودائرة ـ ك ـ تساوى سطح مخروط ـ د ب ه ـ مما مر فى الشكل الرابع عشر
وسطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ يساوى سطحى ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ و ـ ا د ـ فى
مجموع ـ د ز ـ و ـ ا ح ـ لان ـ د ز ـ يوازى ـ ا ح ـ وسأذكر بيان ذلك فلان ٢٠
مربع نصف قطر دائرة ـ ل ـ يساوى سطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ ومربع نصف
قطر دائرة ـ ك ـ يساوى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ ومربع نصف قطر
دائرة ـ ط ـ يساوى ـ ا د ـ فى جميع ـ د ز ـ و ـ ا ح ـ يكون مربع نصف
قطر دائرة ـ ل ـ مساويا لمربعى نصفى قطرى دائرتى ـ ط ك ـ ونسب

(١) الشكل الثانى والاربعون ـ ٤٢

الدوائر نسب مربعات اقطارها فدائرة ـ ل ـ تساوى دائرتى ـ ط ـ ك ـ
لكن دائرة ـ ل ـ تساوى سطح مخروط ـ ب ا ج ـ ودائرة ـ ك ـ
تساوى سطح مخروط ـ د ب ه ـ يبقى مابين السطحين المتوازيين اللذين على
ده ج ا ـ من بسيط المخروط مساويا لدائرة ـ ط ـ وذلك ما اردناه (١).

٥ اقول كون ـ د ز ـ موازيا لاح يقتضى ان يكون سطح ـ ب ا
ف ـ ا ح ـ مساويا لسطحى ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ و ـ ا د ـ فى مجموع
د ز ـ و ـ ا ح لان ذلك يقتضى ان تكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ز ـ
كنسبة ـ ب ا ـ الى ـ ا ح ـ فب د ـ فى ـ ا ح ـ يساوى ـ ب ا ـ فى ـ د
ز ـ اعنى ـ ب د ـ فى ـ دز ـ و ـ ا د ـ فى ـ د ز ـ ونجعل ـ د ا ـ فى ـ ا ح ـ
١٠ مشتركا فيصير ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ مساويا ـ لب د ـ فى ـ د ز ـ و ـ ا د ـ
فى ـ د ز ـ وفى ـ ا ح ـ جميعا .

تذكرة

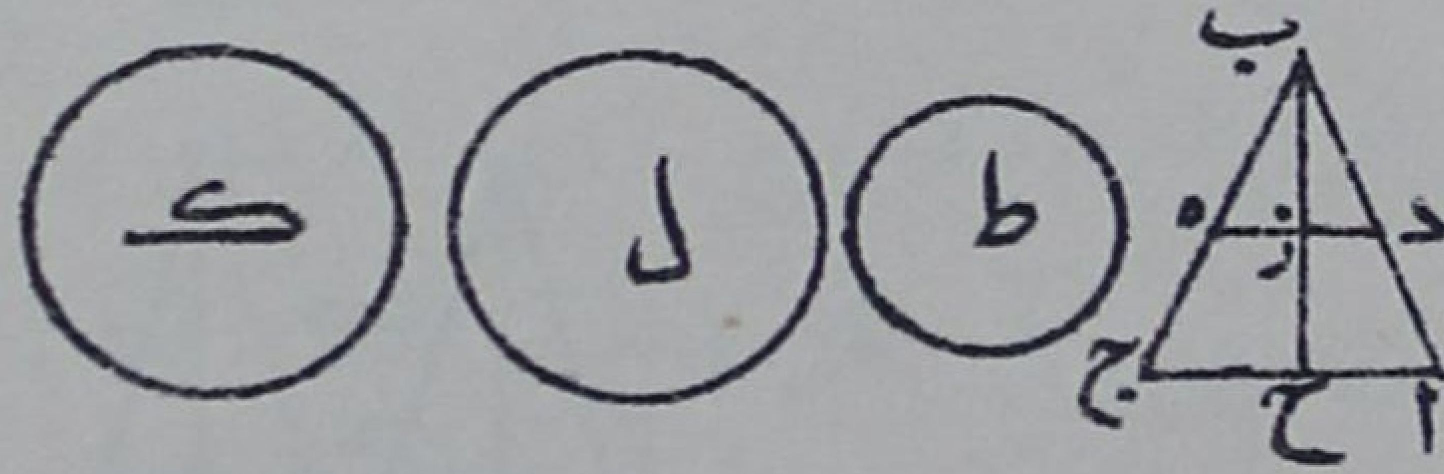
المخروطات القائمة ان تساوت ارتفاعاتها كانت على نسب قواعدها
وان تساوت قواعدها كانت على نسب ارتفاعاتها وان كانت متساوية كانت
١٥ قواعدها متكافئة لارتفاعاتها و ن كانت متشابهة اى كانت اقطار قوعدها على
نسب ارتفاعاتها كانت على نسب اقطار القواعد مثلثة بالتكرير والاسطوانة القائمة
اذا قطعها سطح موازلقاعدتيها باسطوانتين كانتا على نسبة سهميهما وسهماهما
على نسبة مخروطيهما المستديرين جميع ذلك مما بينه القدماء .

(ك) اذا كان مخروطان قائمان وكان سطح احدهما مساويا لقاعدة آخر
وارتفاع الآخر مساويا للعمود الواقع من مركز قاعدة الاول على ضلع من
٢٠ اضلاعه فهما متساويان فليكن المخروطان مخروطى ـ ا ب ج ـ ه د ز ـ ولتكن
قاعدة ـ ا ب ج ـ مساوية لسطح مخروط ـ د ه ز ـ وارتفاع ـ ا ح ـ
مساويا لعمود ـ ط ك ـ الواقع من مركز ـ ط ـ على ضلع ـ د ه ـ نقول
فهما متساويان وذلك لان نسبة سطح مخروط ـ د ه ز ـ اعنى قاعدة ـ ا ب ج

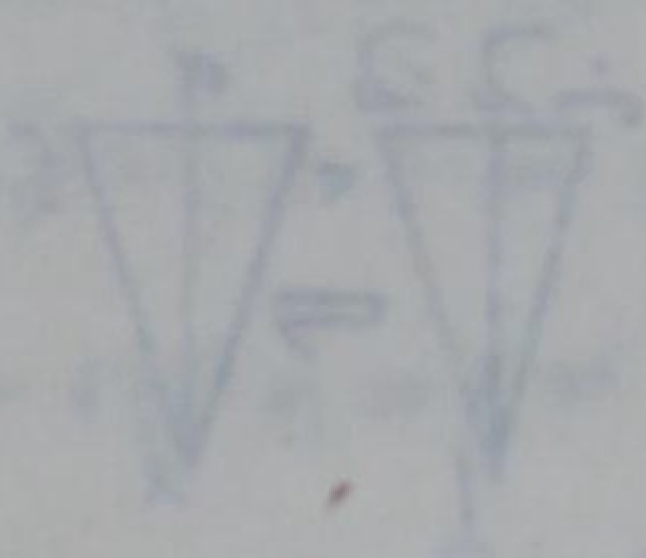
(١) الشكل الثالث والاربعون ـ ٤٣ ـ

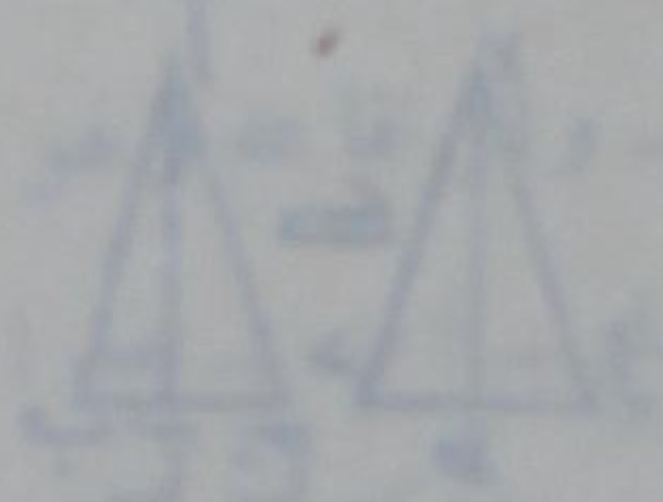
الى

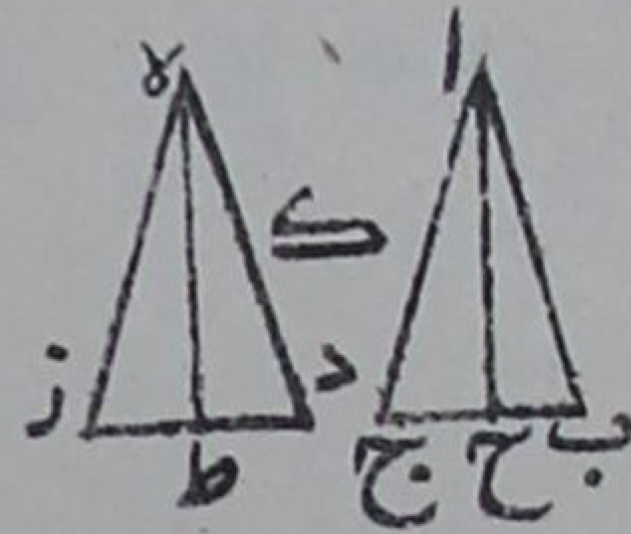
٤٣



الكرة والاسطوانة ص ٥







الكرة والاسطوانة ص٥١

الى قاعدة مخروط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ط ـ لما مر في الشكل
الثامن عشر اعني نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط ك ـ لكون مثلثي ـ ه د ط ـ ه ط
ك ـ متشابهين بل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ا ح ـ المساوي ـ لط ك ـ فنسبة
قاعدة مخروط ـ ا ب ج ـ الى قاعدة مخروط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ ه ط ـ
ارتفاع مخروط ـ د ه ز ـ الى ـ ا ح ـ ارتفاع مخروط ـ ا ب ج ـ على ٥
التكافؤ فاذا هما متساويان وذلك ما اردناه (١).

(كا) كل معين مجسم مركب من مخروطين قائمين فانه مساو لمخروط
قائم قاعدته مساوية لسطح احد مخروطي المعين وارتفاعه مساو للعمود الواقع
من رأس الآخر منهما على ضلع من اضلاع الاول فليكن المعين المذكور معين ـ ا
ب د ج ـ وقطر قاعدته ـ ب ج ـ وارتفاعه ـ د ا ـ ولتكن قاعدة مخروط
ح ط ك ـ مساوية لسطح مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه وهو ـ ط ل ـ ١٠
مساو لعمود ـ د ز ـ الخارج من ـ د ـ على ضلع ـ ا ب ـ بعد اخراجه على
الاستقامة نقول فمخروط ـ ح ط ك ـ مساو للمعين المذكور وليكن ـ م ن س
مخروطا آخر قائما قاعدته مساوية لقاعدة مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه
وهو ـ ن ع ـ مساو ـ لا د ـ فلأن نسبة مخروط ـ م ن س ـ الى مخروط ـ
ب د ج ـ المتساوي القاعدتين كنسبة ـ ن ع ـ الى ـ د ه ـ ونسبة معين ـ ١٥
ا ب ـ د ج ـ الى مخروط ـ ب د ج ـ ايضا كنسبة ـ ا د ـ الى ـ د ه ـ
اعني ـ ن ع ـ ايضا الى ـ د ه ـ يكون مخروط ـ م ن س ـ مساويا لمعين ـ
ا ب ـ د ج ـ ولأن نسبة سطح مخروط ـ ا ب ج ـ الى قاعدته كنسبة ـ
ا ب ـ الى ـ ب ه ـ لما مر في الشكل الثامن عشر وهي كنسبة ـ ا د ـ الى ـ د ز ـ
لكون مثلثي ـ ا ب ه ـ ا د ز ـ متشابهين اعني نسبة ـ ن ع ـ المساوي ـ لا د ـ ٢٠
وهو ارتفاع مخروط ـ م ن س ـ الى ـ ط ل ـ المساوي ـ لد ز ـ وهو
ارتفاع مخروط ـ ح ط ك ـ وايضا نسبة سطح مخروط ـ ا ب ج ـ الى
قاعدته كنسبة قاعدة مخروط ـ ح ط ك ـ الى قاعدة مخروط ـ م ن س ـ

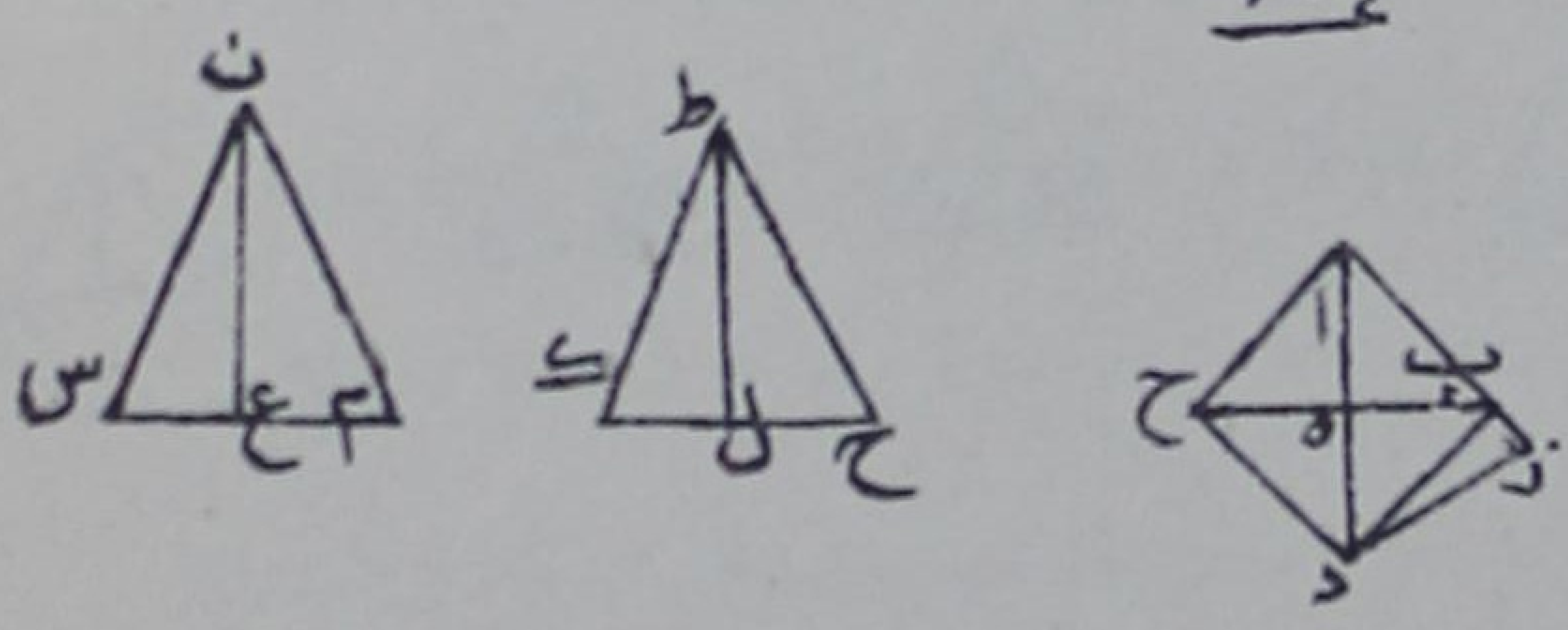
(١) الشكل الرابع والاربعون ـ ٤٤ ـ

لكونهما مساويين لهما يكون مخروطا ـ م ن س ـ ح ط ك ـ اللذان قاعدتاهما
مكافئتان لارتفاعيهما متساويين فاذا مخروط ـ ح ط ك ـ مساو لمعين
اب د ج ـ وذلك ما اردناه (١).

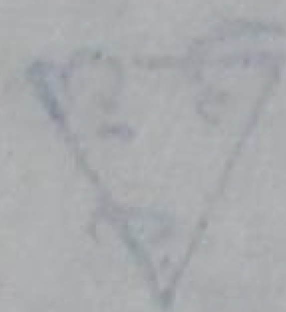
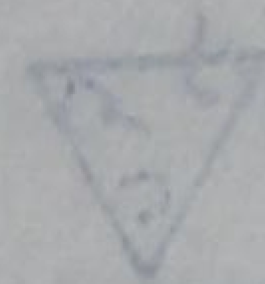
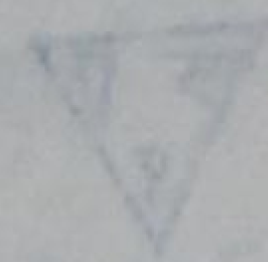
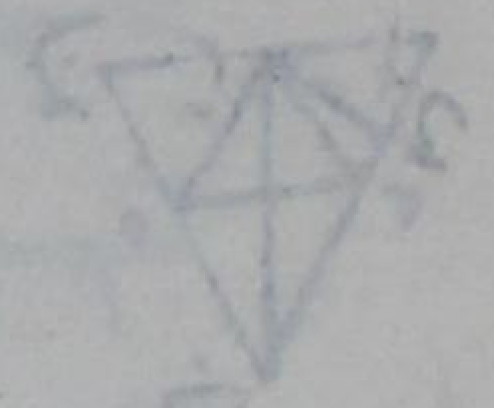
(كب) اذا كان مخروط قائم وقطعه سطح مواز لقاعدته وعمل على الدائرة
٥ التي يحدث في موضع القطع مخروط آخر قائم رأسه مركز قاعدة المخروط
الاول ونقص من المخروط الاول المعين المجسم الذي يحدث من ذلك فان
الذي يبقى من المخروط الاول مساو لمخروط قائم قاعدته مساوية للسطح
المستدير الواقع بين السطحين المتوازيين من محيط المخروط وارتفاعه مساو
للعمود الواقع من مركز قاعدة المخروط الاول على احد اضلاعه فليكن ـ
١٠ اب ج ـ المخروط و ـ ز ـ مركز قاعدته وليقطعه سطح على ـ د ه ـ وليعمل
على الدائرة التي قطرها ـ د ه ـ مخروط قائم رأسه ـ ز ـ فيكون معين ـ ب د
ز ه ـ المجسم مركبا من مخروطين قائمين وليكن ـ ط ك ل ـ مخروط قاعدته
مساوية لما بين دائرتي ـ د ه ـ ا ج ـ من السطح المحيط المخروط لمخروط
ـ اب ج ـ وارتفاعه مساو لعمود ـ زح ـ الخارج من مركز ـ ز ـ على
١٥ ضلع ـ اب ـ.

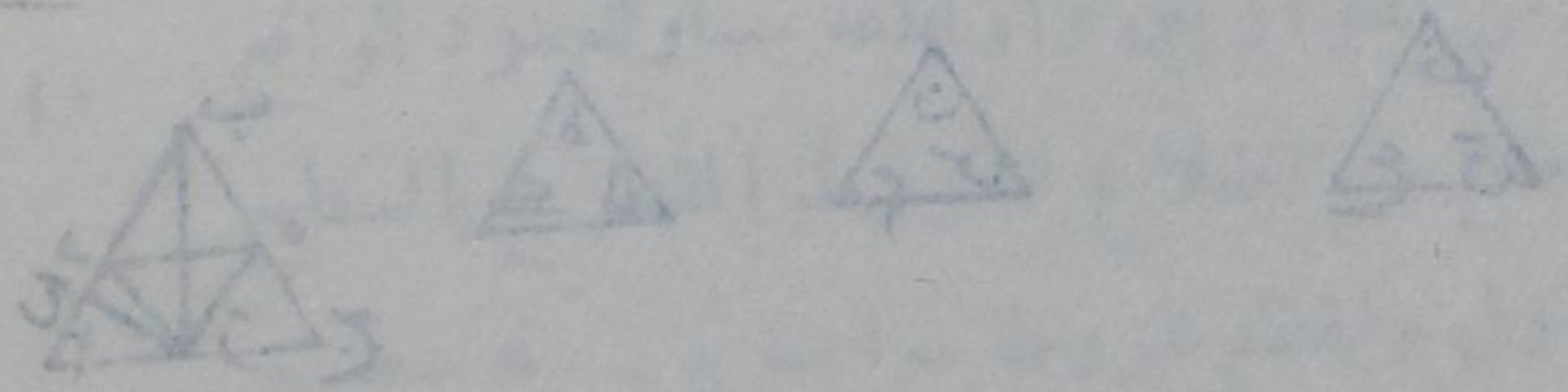
فنقول اذا نقص من مخروط ـ اب ج ـ معين ـ ب د ز ه ـ كان
ما يبقى منه مساويا لمخروط ـ ط ك ل ـ وليكن مخروطان احدهما مخروط
م ن س ـ ولتكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ـ اب ج ـ وارتفاعه
مساويا ـ لزح ـ فيكون مساويا لمخروط ـ اب ج ـ لما مر في الشكل
٢٠ العشرين والآخر مخروط ـ ع ف ق ـ ولتكن قاعدته مساوية لسطح مخروط
ب د ه ـ وارتفاعه مساويا ـ لزح ـ فيكون مساويا لمعين ـ ب د ـ ز ه ـ لما مر
في الشكل المتقدم ولأن سطح مخروط ـ ب د ه ـ من جميع سطح مخروط
اب ج ـ مساو لقاعدة مخروط ـ ع ف ق ـ والباقي منه مساو لقاعدة مخروط
ط ك ل ـ تكون قاعدة مخروط ـ م ن س ـ مساوية لمجموع قاعدتي مخروطي

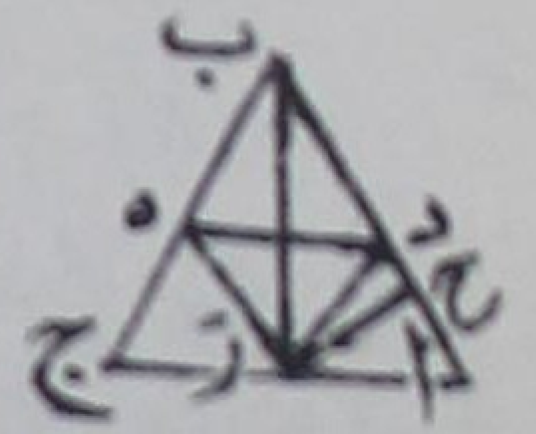
(١) الشكل الخامس والاربعون ـ ٤٥ ـ

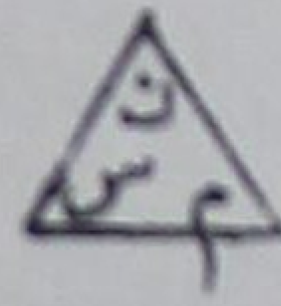


الكرة والاسطوانة ص٥٢








الكرة والاسطوانة ص٥٣

ط ك ل – ع ف ق – وارتفاعات هذه المخروطات الثلاثة متساوية فمخروط
م ن س – مساو لمخروطى – ط ك ل – ع ف ق – وكان مخروط – م ن س
مساويا لمخروط – ا ب ج – ومخروط – ع ف ق – مساويا لمعين – ب د ه ز
فيبقى مخروط – ط ك ل – مساويا لما يبقى من مخروط – ا ب ج – بعد
نقصان المعين المجسم منه وذلك ما اردناه (١) .

٥

(كج) اذا كان معين مجسم مركب من مخروطين قائمين وقطع احد مخروطيه
سطح مواز لارتفاعيهما (٢) وعمل على الدائرة الحادثة بالقطع مخروط قائم رأسه
رأس المخروط الآخر من المعين ونقص من المعين الاول هذا المعين الحادث
كان الباقى من المعين الاول مساويا لمخروط قائم قاعدته مساوية للسطح
المستدير الذى وقع بين السطحين من المتوازيين وارتفاعه مساو للعمود الواقع
من رأس المخروط الآخر على ضلع من اضلاع المخروط المقطوع بالسطح
فليكن – ا ب ج د – المعين الاول وليقطع مخروط – ا ب ج – منه سطح
مواز لقاعدة – ا ج – على – ه ز – وليقم على دائرة – ه ز – مخروط رأسه
نقطة – د – فيكون – ب ه د ز – المعين الحادث وليكن – ط ك ل – مخروطا
قاعدته مساوية لمابين سطحى – ه ز – ا ج – من محيط مخروط – ا ب ج –
وارتفاعه مساو لعمود – د ح – الخارج من – د – على ضلع – ب ا –
المخرج .

١٠

١٥

فنقول مخروط – ط ك ل – مساو لما يبقى من المعين الاول بعد
نقصان المعين الحادث منه فليكن مخروطان احدهما مخروط – م ن س –
المساوى قاعدته لسطح مخروط – ا ب ج – وارتفاعه لعمود – د ح – فهو
مساو لمعين – ا ب ج د – لما مر فى الشكل الحادى والعشرين والآخر مخروط
ع ف ق – المساوى قاعدته لسطح مخروط – ب ه ز – وارتفاعه لعمود – د ه –
وهو مساو لمعين – ب ه د ز – الحادث ولأن سطح مخروط – ه ب ز – من
جميع سطح مخروط – ا ب ج – مساو لقاعدة مخروط – ا ف ق – والباق

٢٠

(١) الشكل السادس والاربعون – ٤٦ – (٢) صف ق – لقاعدتيهما

منه مساو لقاعدة مخروط ـ ط ك ل ـ والمجموع مساو لقاعدة مخروط
م ن س ـ وارتفاعات الثلاثة واحدة تكون قاعدة مخروط ـ م ن س ـ
مساوية لقاعدة الباقيتين بل هو مساو لهما جميعا ولكن مخروط ـ م ن س ـ
مساو لمعين ـ ا ب ج د ـ ومخروط ـ ا ف ق ـ مساو لمعين ـ ب ه د ز ـ يبقى
٥ مخروط ـ ط ك ل ـ مساويا لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث
عنه وذلك ما اردناه (١) .

(كد) اذا كان فى دائرة شكل متساوى الاضلاع عدد اضلاعه زوج
ووصلت بين اطراف الاضلاع بخطوط موازية للخط الواصل بين طرف
ضلعين متجاوزين كانت نسبة جميع تلك الخطوط الى قطر الدائرة كنسبة
١٠ الخط الموتر لنصف الاضلاع سوى ضلع واحد الى ضلع واحد فلتكن دائرة
ا ب ج د ـ فيها شكل ـ ا ه ز ب ح ط ج م ن د ك ل ـ المتساوى الاضلاع
وعدد اضلاعه اثناعشر ونصل خطوط ـ ه ك ـ ز ل ـ ب د ـ ح ن ـ ط م ـ
وظاهر انها متوازية وموازية ـ ا ك ـ ونصل ـ ج ه ـ .

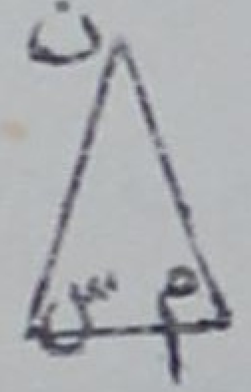
نقول فنسبة جميعها الى القطر كنسبة ـ ج ه ـ الى ه ا ـ ونصل ـ ز ك ـ
١٥ ب ل ـ ح د ـ ط ن ـ وهى متوازية وموازية لخطى ـ ه ا ـ ج م ـ
ونسبة ـ ه س ـ الى ـ س ا ـ كنسبة ـ ك س ـ الى ـ س ع ـ و ـ ز ب ـ الى
ب ع ـ كل ف ـ الى ـ ف ق ـ و ـ ب ز ـ الى ـ ز ق ـ كد ز ـ الى ـ ز
ش ـ و ـ ح ت ـ الى ـ ت ش ـ كن ت ـ الى ـ ت ث ـ و ـ ط خ ـ الى
خ ث ـ كم خ ـ الى ـ ح ج ـ ونسبة جميع المقدمات اعنى ـ ه ك ـ والخطوط
٢٠ الموازية لها جميعا الى جميع التوالى اعنى قطر ـ ا ج ـ كنسبة مقدم واحد وليكن
ه س ـ الى تال واحد وليكن ـ س ا ـ وهى كنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ا ـ
وذلك ما اردناه (٢) .

(كه) اذا كان فى قطعة دائرة شكل كثير الاضلاع اضلاعه سوى القاعدة
متساوية وعددها زوج ووصل بين اطرافها بخطوط موازية للقاعدة كانت

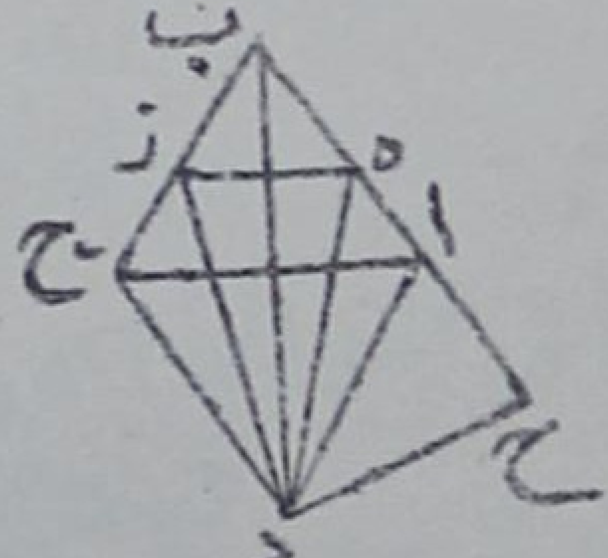
---

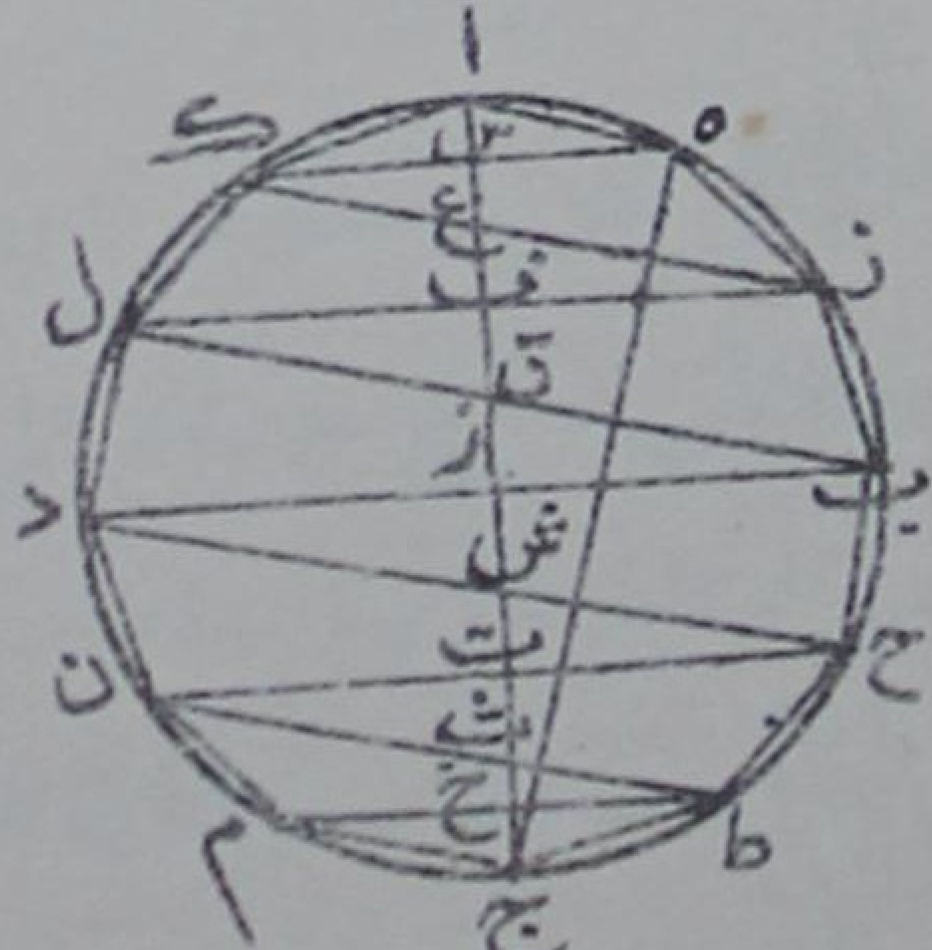
(١) الشكل السابع والاربعون ـ ٤٧ ـ (٢) الشكل الثامن والاربعون ـ ٤٨ ـ





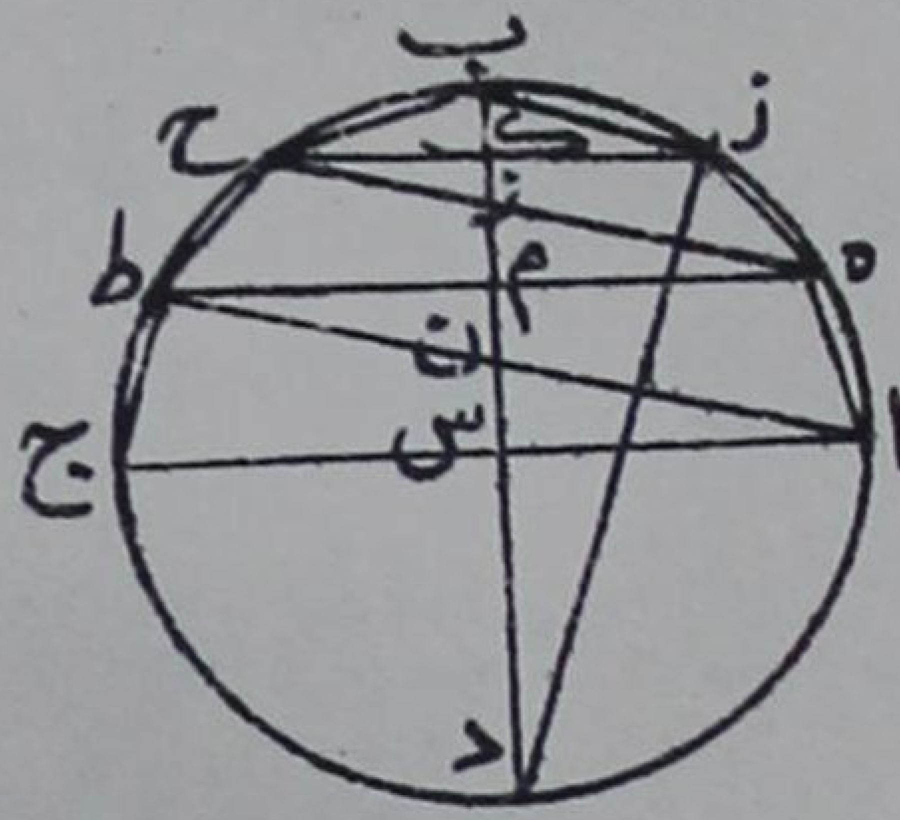






الكرة والاسطوانة ص٥٣

ع٣٩



الكرة والاسطوانة ص٥٥

نسبة جميع تلك الخطوط مع نصف القاعدة الى ارتفاع القطعة كنسبة الخط الواصل بين طرف القطر وطرف ضلع يلى طرفه الآخر الى ضلع واحد فليكن فى قطعة - ا ب ج د - من دائرة - ا ب ج د - شكل - ا ه ز ب ح ط ج - واضلاعه سوى قاعدة - اس ج - ستة وهى متساوية ونصل - زح - ه ط - موازيين - لا ج - ونصل - د ز - ونقول فنسبة جميع - ز ح - ه ط - ا س - الى - ب س - كنسبة - د ز - الى - ز ب - ونصل - ه ح - ا ط - فيكونان موازيين - ا ب ز - وتكون نسبة - ك ز - الى - ك ب - كنسبة ح ك - الى - ك ل - و - ه م - الى - م ل - كط م - الى - م ن - وكاس الى - س ن - والمقدمات الى التوالى اعنى جميع - ز ح - ه ط - ا س - الى - ب س - كزك - الى - ك ب - بل - كد ز - الى - ز ب - وذلك ما اردناه (١).

(كو) اذا رسم فى دائرة عظيمة تقع فى كرة كدائرة - ا ب ج د - شكل متساوى الاضلاع يكون تعدد اضلاعه ربع واخرج فيها قطران متقاطعان على قوائم ثم تمران باطراف الاضلاع كقطرى - ا ج - ب د - واثبت احدهما وليكن قطر - ا ج - وادير ت الدائرة مع الشكل حوله فظاهر ان محيطها يمر بسطح الكرة وان نقط زوايا الشكل سوى نقطتى - ا ج - ترسم على سطح الكرة دوائر متوازية سطوحها قائمة على سطح دائرة - ا ب ج د - واقطارها موازية - لب د - وان ضلعى - ا ز - ا ن - يرسمان مخروطا مستديرا قاعدته الدائرة التى قطرها - ز ن - ورأسها - ا - وضلعى - ز ح - ن م - يرسمان قطعة من مخروط قاعدته الدائرة التى قطرها - ح م - ورأسه ملتقى - ح ز - م ن - ا ج - اذا اخرجا ويلقاها قطر - ج ا - ايضا هناك وان ضلعى - ح ب - م د - يرسمان مثل ذلك وتكون القاعدة دائرة - ب د العظيمة وكذلك فى نصف الآخر فيحدث فى الكرة شكل مجسم مؤلف من قطع مخروطات ويكون سطح ذلك المجسم اصغر من سطح الكرة لأن الدائرة

(١) الشكل التاسع والاربعون - ٤٩ -

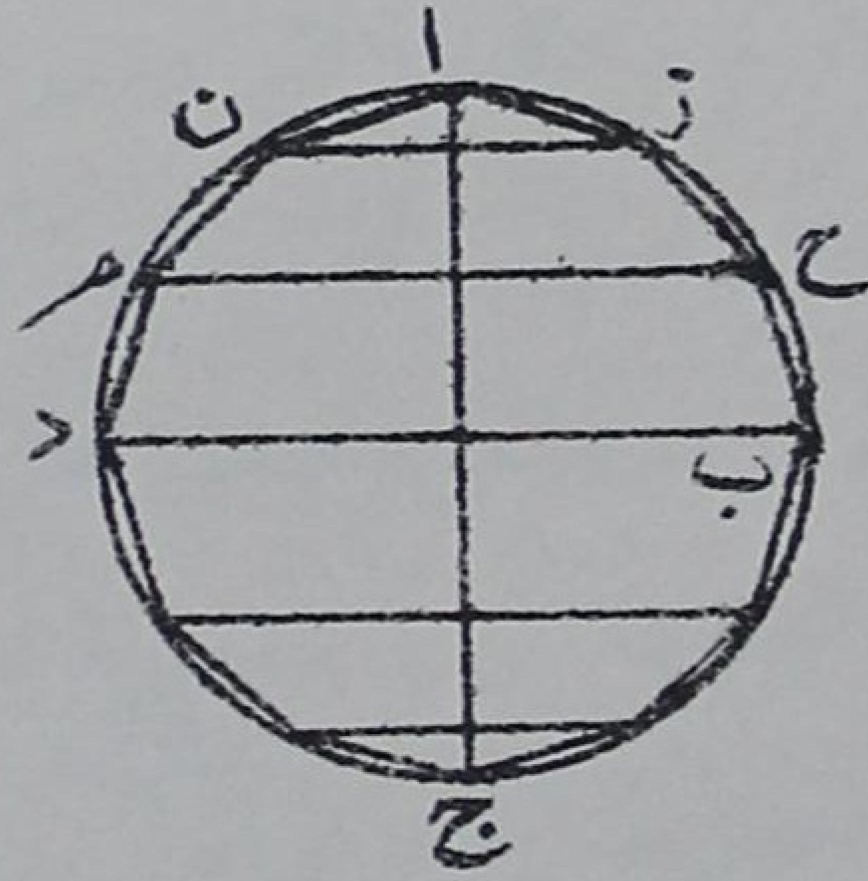
التى قطرها ـ ب د ـ ينصف الكرة ويقع فى كل جانب منهما عميق محيط هو
نصف سطح الكرة وعميق محاط به مؤلف من قطع سطوح مخروطات
وتحد اطرافهما عند محيط تلك الدائرة والمحيطان اعنى سطح الكرة يكون
اعظم من المحاط بهما اعى سطح المجسم وذلك ما اردنا ان نصف (١)

اقول وجوب كون الاضلاع زوجا ظاهر وانما جعل لعددها
٥ ربعا ليكون جميع السطوح من سطوح المخروطات والا لكان السطح الذى
يرسمه الضلع المتوسط الذى يمر قطر ـ ب د ـ بمنتصفه ونظيره سطحا اسطوانيا
والباقية مخروطات وذلك لايصلح لما يقصده ولم يعد اسحاق هذا الشكل من
اشكال الكتاب وسماه مقدمة لتوطئة ما بعدها وقدم ذكر هذا الشكل فيما
١٠ اوردته لايضاح المصادرات ونعود الى المتن .

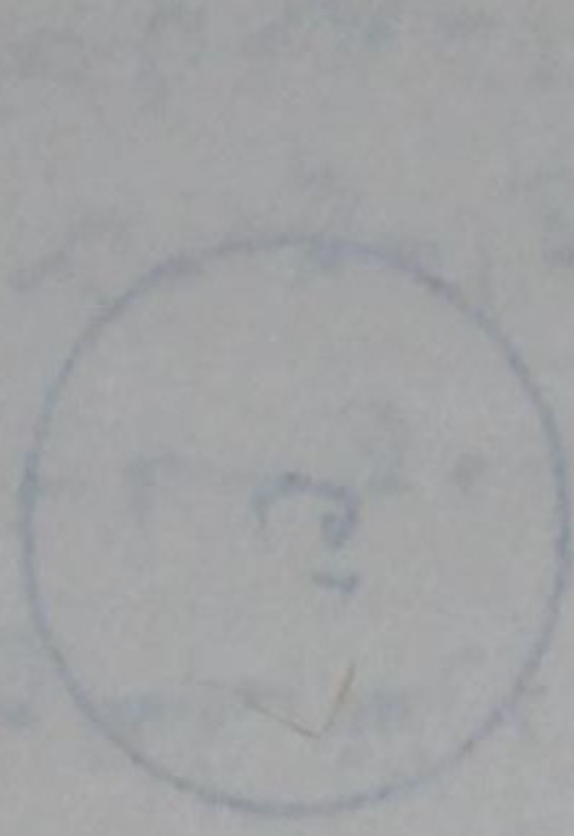
(كز) قال ونقول ايضا ان سطح هذا المجسم المذكور الذى فى الكرة
تساوى الدائرة التى يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع الواقعة فى
الدائرة العظيمة فى جميع الخطوط الواصلة بين اطراف الاضلاع على موازاة
الواصل بين طرفى ضلعين متجاوزين منها فليكن ـ ا ج ب د ـ من اعظم
١٥ دوائر الكرة ولنرسم فيها شكل كما وصفنا وفى الكرة بادارتها مجسم كما مر
وصفه ونصل ـ ه ز ـ وعلى موازاته خطوط ـ ح ط ـ ج د ـ ك ل ـ م ن
وليكن نصف قطر دائرة ـ س ـ قويا على سطح ـ ا ه ـ فى جميع ـ ه ز ـ
ـ ح ط ـ ج د ـ ك ل ـ م ن ـ نقول فهى تساوى سطح المجسم المذكور
وليقوى نصف قطر دائرة ـ ع ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصف ـ ه ز ـ ونصف
٢٠ قطر دائرة ـ ف ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ه ز ـ ح ط ـ ونصف
قطر دائرة ـ ق ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ح ط ـ ج د ـ ونصف قطر
دائرة ـ ز ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ج د ـ ك ل ـ ونصف قطر دائرة ـ ت
ش ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ك ل ـ م ن ـ ونصف قطر دائرة ـ ت
على سطح ـ ا ه ـ فى نصف ـ م ن ـ فتكون دائرة ـ ع ـ مساوية لسطح

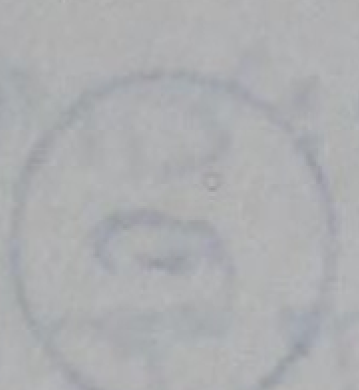
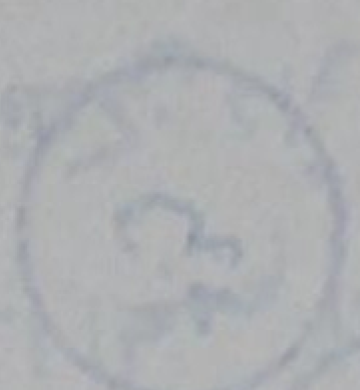
(١) الشكل الخمسون ـ ٥٠ ـ

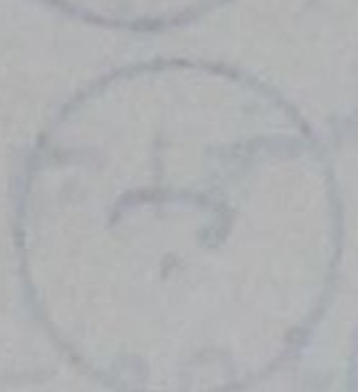
ش ٥٠



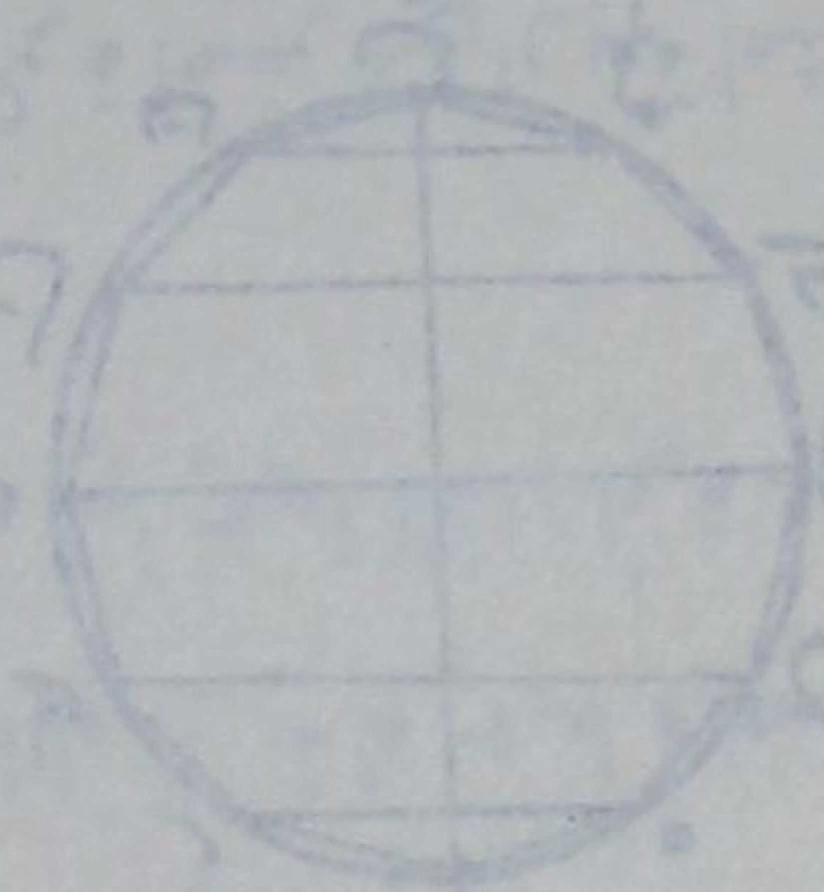
الكرة والاسطوانة ص ٥٦



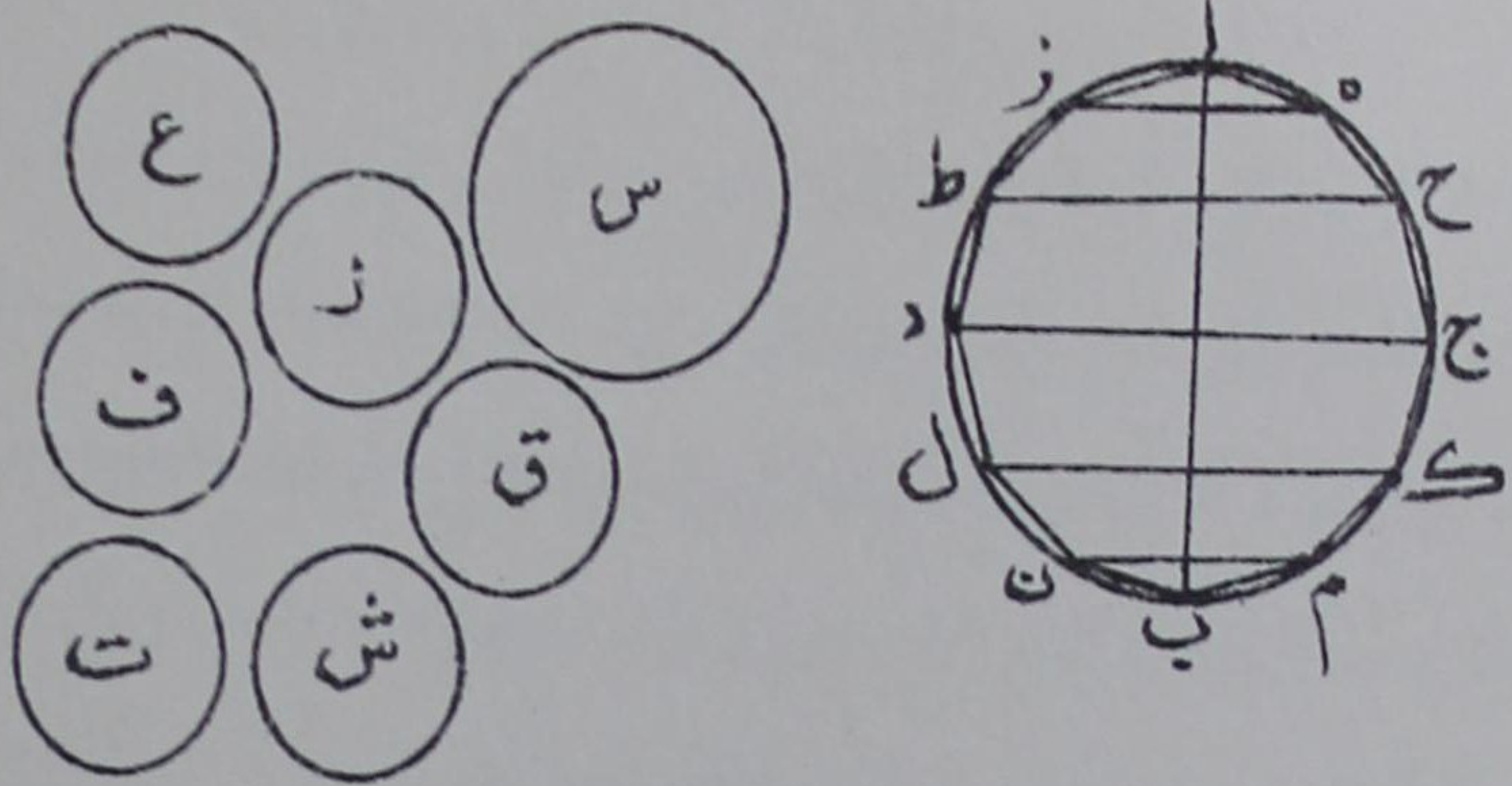





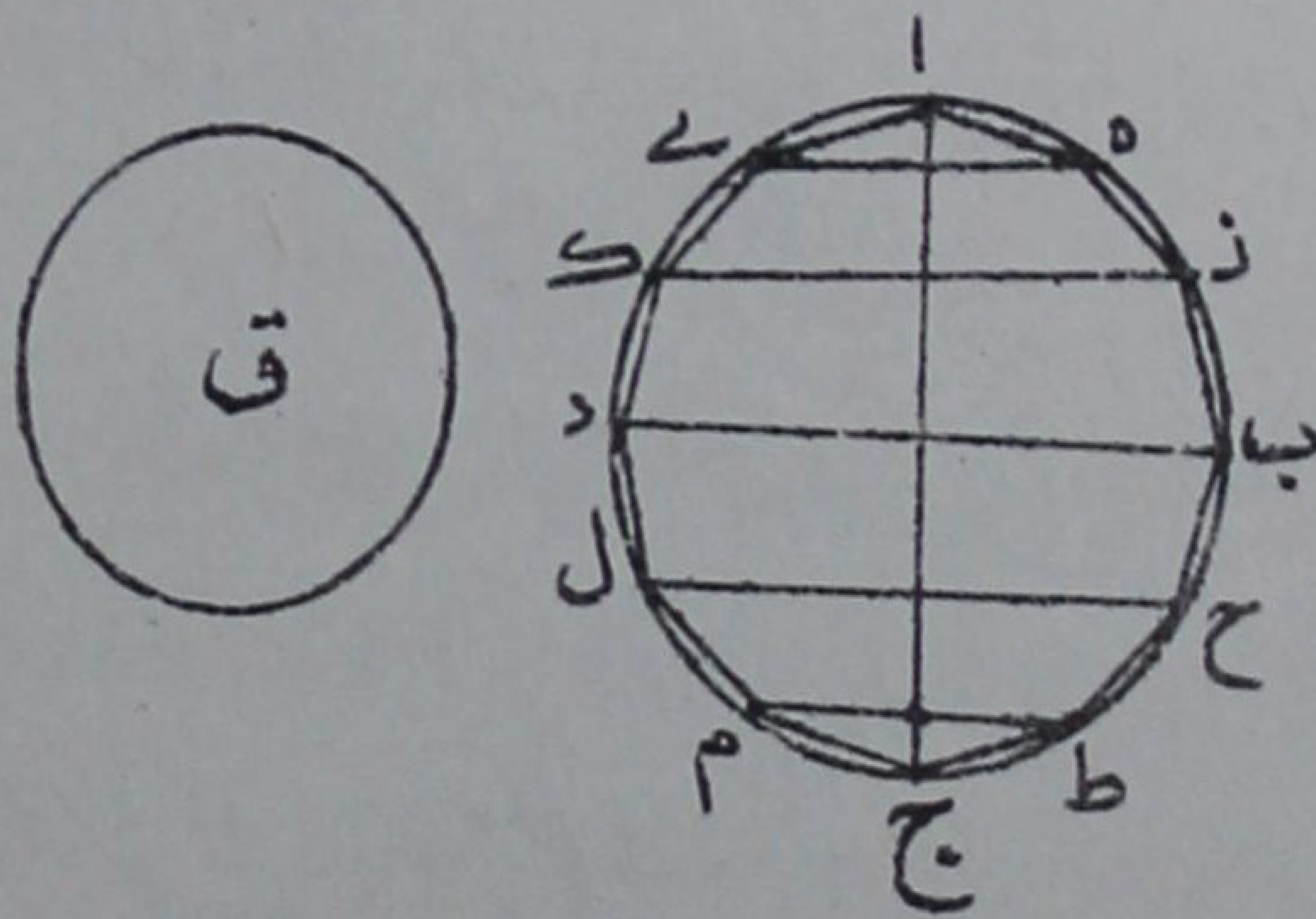




١٥



٥٢



مخروط ـ ا ه ز ـ لما مر فى الشكل السابع عشر ودائرة ـ ف ـ لسطح البعض
الواقع بين ـ ه ز ـ ح ط ـ من المخروط لما مر فى الشكل التاسع عشر ودائرة
ق ـ للذى بين ـ ح ط ـ ج د ـ و دائرة ـ ز ـ للذى بين ـ ج د ـ ك ل
ودائرة ـ ش ـ للذى بين ـ ك ل ـ م ن ـ ودائرة ـ ت ـ لسطح مخروط
م ب ن ـ والدوائر الست جميعا لجميع سطح المجسم وقد تبين ان انصاف اقطار ٥
هذه الدوائر تقوى على سطح ـ ا ه ـ ف ـ ه ز ـ والموازية له جميعا ونصف
قطر دائرة ـ س ـ كان يقوى ايضا على سطح ـ ا ه ـ فيها جميعا فاذا دائرة ـ س
مساوية لسطح ذلك المجسم وذلك ما اردناه (١) .

(كح) وايضا سطح هذا المجسم المذكور الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال
اعظم دائرة تقع فى الكرة فلتكن دائرتها العظيمة التى رسم فيها الشكل المتساوى
الاضلاع اولادائرة ـ ا ب ج د ـ ونصل ـ ط م ـ والخطوط الموازية لها ١٠
وهى ـ ح ل ـ ب د ـ ز ك ـ ه ى ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ق ـ قويا
على سطح ـ ا ه ـ فيها جميعا فتكون دائرة ـ ق ـ مساوية لسطح المجسم كما تبين
فى الشكل المتقدم ولان نسبة هذه الخطوط جميعا الى قطر ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ه
الى ـ ا ه ـ كما تبين فى الشكل الرابع والعشرين فسطح ـ ا ه ـ فى جميع هذه
الخطوط المساوى لمربع نصف قطر دائرة ـ ق ـ مسا ولسطح ـ ا ج ـ فى
ج ه ـ وسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ه ـ اصغر من مربع ـ ا ج ـ فمربع نصف ١٥
قطر دائرة ـ ق ـ اصغر من مربع ـ ا ج ـ نقطر ـ ا ج ـ اعظم من نصف قطر
دائرة ـ ق ـ واربعة امثال مربع ـ ا ج ـ اعظم من مربع قطر دائرة ـ ق ـ
ونسبة اربعة امثال مربع ـ ا ج ـ الى مربع قطر دائرة ـ ق ـ كنسبة اربعة
امثال دائرة ـ ا ب ج د ـ الى دائرة ـ ق ـ فاربعة امثال دائرة ـ ا ب
ـ ج د ـ اعظم من دائرة ـ ق ـ اعنى من جميع سطح هذا المجسم الذى فى ٢٠
الكرة وذلك ما اردناه (٢) .

(كط) وايضاهذا المجسم الذى فى الكرة مساو للمخروط الذى يساوى دائرة

---

(١) الشكل الحادى والخمسون ـ ٥١ ـ (٢) الشكل الثانى والخمسون ـ ٥٢ ـ .

قاعدته سطح هذا المجسم وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع المذكور فليكن اعظم دائرة يقع فى الكرة - ا ب ج د - ومركزها - خ - وسائر ما ذكرنا على حاله وليكن - ق - مخروطا قائما قاعدته مساوية لسطح المجسم الذى فى الكرة وارتفاعه للعمود ٥ المذكور.

فنقول مخروط - ق - مساو للجسم المذكور وليقم على الدوائر التى اقطارها خطوط - ز ن - ح م - ط ل - ى ك - مخروطات رؤوسها مركز الكرة فالمعين المجسم المركب من مخروطين قاعدتهما دائرة التى قطرها - ز ن - ورأساها - ا خ - مساو للمخروط الذى قاعدته مساوية لسطح ١٠ مخروط - ز ا ن - وارتفاعه للعمود الواقع من نقطة - خ - على خط - ا ز لما مر فى الشكل الحادى والعشرين.

وايضا الفضلة الباقية من المعين المجسم التى يحيط بها السطح المخروطى الذى بين السطحين المتوازين المارين - بز ن - م ح - وسطحا مخروطى - ز خ ن - ح خ م - مساوية للمخطروط الذى قاعدته مساوية لما بين السطحين ١٥ المتوازيين المارين - بز ن - ح م - وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة خ - على خط - ز ح - لما تبين فى الشكل الثالث والعشرين.

وايضا الفضلة الباقيه من المخروط التى يحيط بها السطح المخروطى الواقع بين السطحين المتوازيين المارين - لخ م - ب د - وسطح مخروط - م خ ح - ودائرة - ب د - مساوية للمخروط الذى قاعدته مساوية للسطح ٢٠ المخروطى الواقع بين سطحى - ح م - ب د - وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة - خ - على خط - ح ب - لما تبين فى الشكل الثانى والعشرين وكذلك فى النصف الآخر من الكرة وجميع المجسم الكرى هو هذه المخروطات وهذه المخروطات مساوية لمخروط - ق - لان الارتفاعات كلها متساوية وقاعدة مخروط - ق - مساوية لجميع القواعد فاذا المجسم الكرى المذكور الذى فى

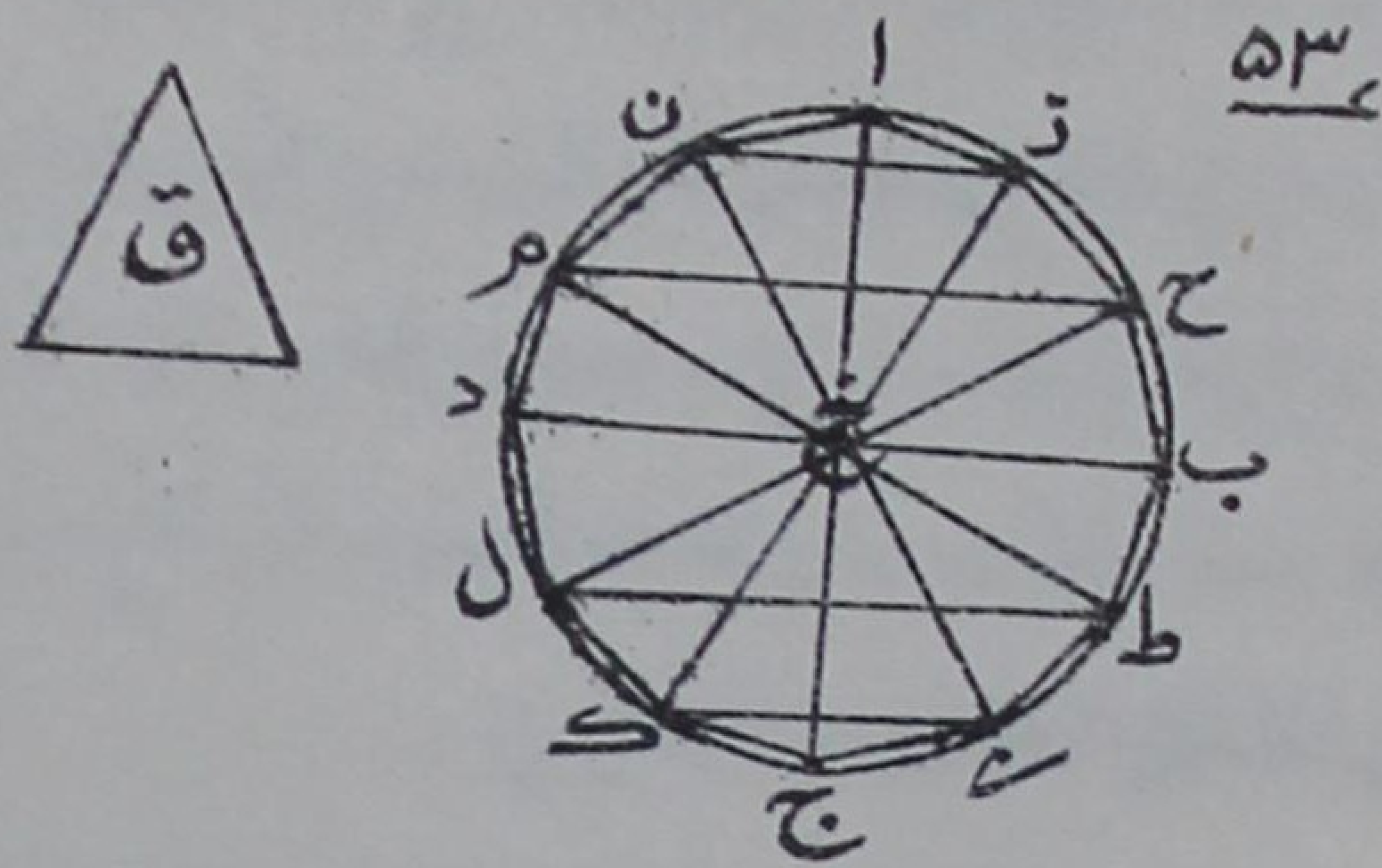
الكرة

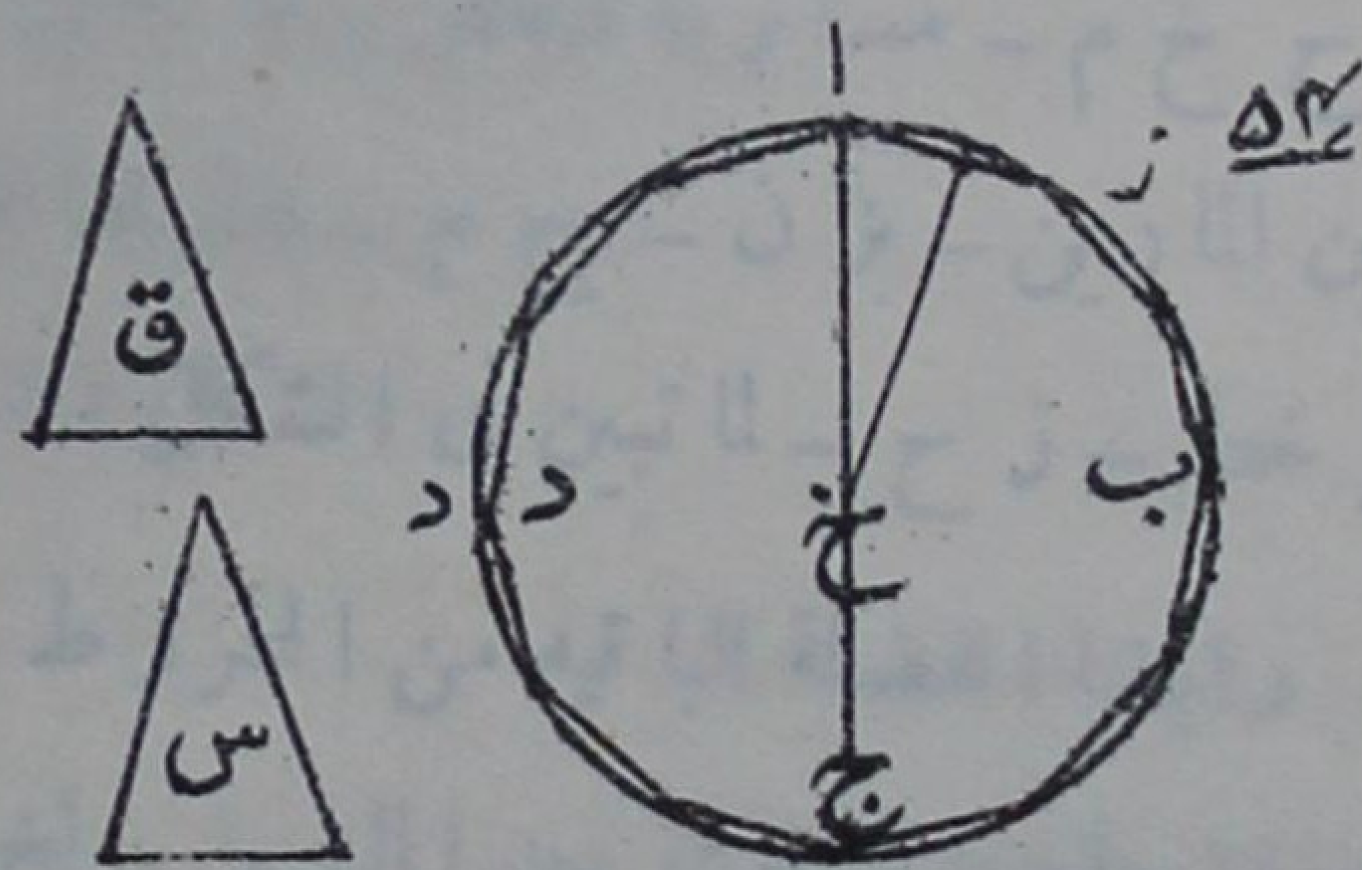
الكرة معا ولمخروط ـ ق ـ وذلك ما اردناه (١).

(ل) وايضا الجسم المذكور الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة تقع في الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة فليكن مخروط ـ ق ـ مساويا للجسم الكرى وهو الذي قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مساو للعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع كما مر في الشكل المتقدم ، وليكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ ا ب ج د ـ العظمى التي في الكرة وارتفاعه مساويا لنصف قطرها فلأن سطح الجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال الدائرة العظمى لما مر في الشكل الثامن والعشرين يكون قاعدة ـ ق ـ اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط ـ س ـ وارتفاع مخروط ـ ق ـ اي العمود المذكور اصغر من ارتفاع مخروط ـ س ـ الذي هو نصف القطر فاذا مخروط ـ ق ـ اعني الجسم [illegible] الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط ـ س ـ وذلك ما اردناه (٢).

(لا) اذا رسم على دائرة عظيمة تقع في الكرة كدائرة ـ ا ب ج د ـ شكل متساوي الاضلاع يكون عدد اضلاعه ربع ورسم على الشكل دائرة عليها [illegible] ج د ـ ويكون مركز الدائرتين لا عاد مركز الكرة واخرج فيها قطران متقاطعان يمران باطراف الاضلاع [illegible] وانت قطر [illegible] الدائرتان والشكل حول قطر [illegible] ان دائرة ـ ا ب ج د ـ على سطح الكرة ودائرة ـ ه ز ح ط ـ على سطح كرة اخرى مركزها مركز الكرة الصغرى وان النقطة التي عليها تماس الشكل الدائرة ترسم على الكرة الصغرى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ا ب ج د ـ على قوائم وان نقط الزوايا ترسم على الكرة العظمى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ه ز ح ط ـ على قوائم وتمر اضلاع الشكل بقطع من المخروطات شبيه خلقتها خلقة الجسم المذكور الذي في الكرة فيكون جسما كريا في الكرة العظمى وعلى الكرة

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٣٣ ـ (٢) الشكل الرابع والعشرون ـ ٣٤ ـ .


٥٣
ا
ز
ح
ب
ط
ى
ج
ك
ل
د
م
ن
ق


٥٤
ا
ز
ب
خ
د
ج
ق
س

الكرة مسا ولمخروط ـ ق ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ل) وايضا المجسم المذكور الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة تقع فى الكرة وارتفاعه مسا ولنصف قطر الكرة فليكن مخروط ـ ق ـ مساويا للجسم الكرى وهو الذى قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مسا وللعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوى ٥ الاضلاع كما مر فى الشكل المتقدم ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ ا ب ـ ج د ـ العظمى التى فى الكرة وارتفاعه مساويا لنصف قطرها فلأن سطح المجسم الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال الدائرة العظمى لما مر فى الشكل الثامن والعشرين تكون قاعدة ـ ق ـ اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط ـ س ـ وارتفاع مخروط ـ ق ـ الذى هو العمود المذكور اصغر من ١٠ ارتفاع مخروط ـ س ـ الذى هو نصف القطر فاذا مخروط ـ ق ـ اعنى المجسم الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط ـ س ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(لا) اذا رسم على دائرة عظيمة يقع فى الكرة كدائرة ـ ا ب ـ ج د ـ شكل متساوى الاضلاع يكون بعدد اضلاعه ربع ورسم على الشكل دائرة عليها ه ط ـ ح ز ـ ويكون مركز الدائرتين لا محالة مركز الكرة واخرج فيهما ١٥ قطران متقاطعان يمران باطراف الاضلاع وهما ـ ه ح ـ ز ط ـ واثبت قطر ه ح ـ واديرت الدائرتان والشكل حوله فظاهر أن دائرة ـ ا ب ج د ـ تمر بسطح الكرة ودائرة ـ ه ز ـ ح ط ـ تمر بسطح كرة اخرى مركزها مركز الكرة الصغرى وان النقطة التى عليها تماس الشكل الدائرة ترسم على الكرة الصغرى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ا ب ـ ج د ـ على قوائم وان نقط ٢٠ الزوايا ترسم على الكرة العظمى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ح ز ـ ه ط ايضا على قوائم وتمر اضلاع الشكل بقطع من المخروطات يشبه خلقتها خلقة المجسم المذكور الذى فى الكرة فيكون مجسما كريا فى الكرة العظمى وعلى الكرة

---

(١) الشكل الثالث والخمسون ـ٥٣ـ (٢) الشكل الرابع والخمسون ـ٥٤ـ .

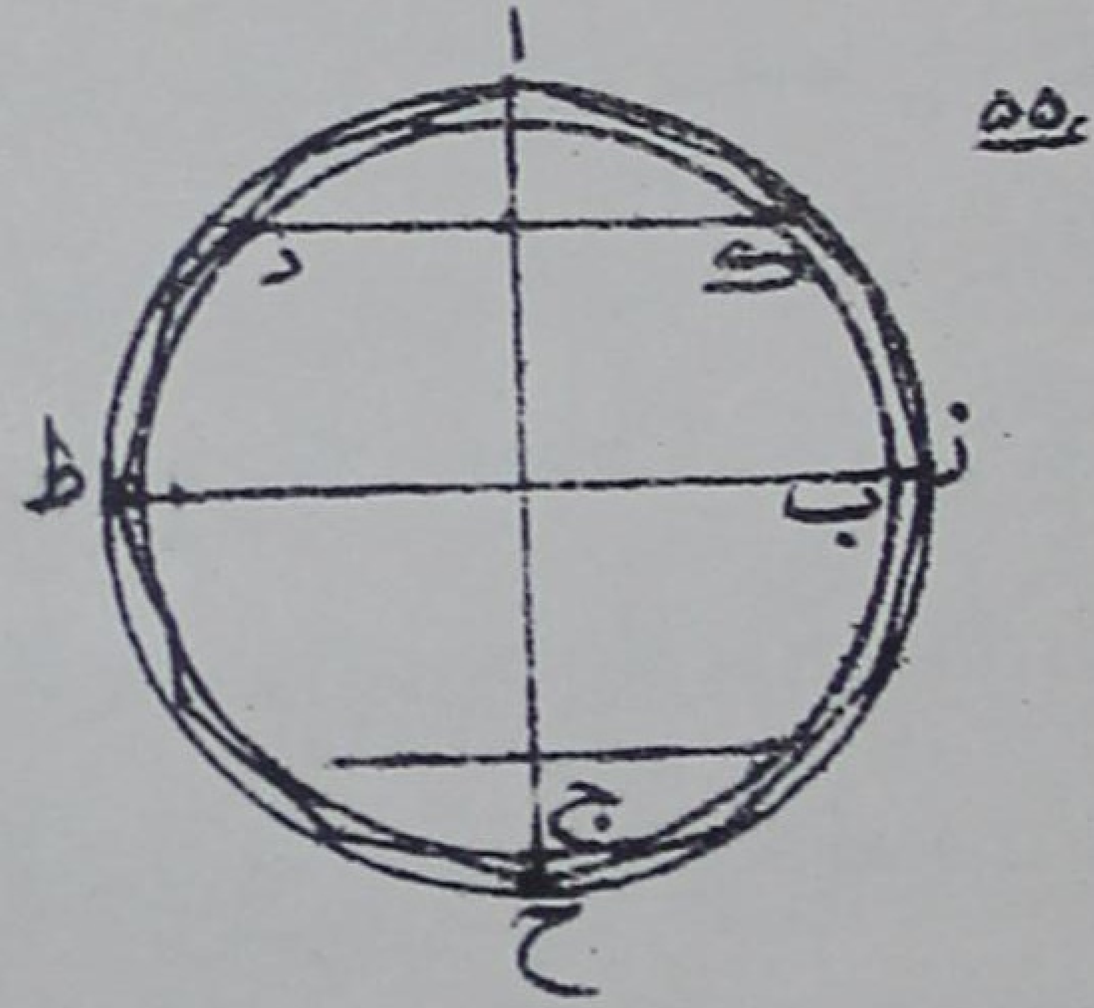
الصغرى وليكن ـ ك د ـ نقطتين عليهما يماس الشكل الدائرة الداخلة فاذا قسمت
الكرة الصغرى الدائرة التى قطرها خط ـ ك د ـ بقسمين ليشتمل كل قسم على
عميقين متحدتى الاطراف احدهما محيط وهو سطوح المجسم والآخر محاط به
وهو قطعة من سطح الكرة الصغرى والاطراف المتحدة هى الدائرة القاسمة
٥ ويكون كل واحد من المحيطين اعظم من كل واحد من المحاط بهما فسطح
المجسم الكرى اعظم من سطح الكرة الصغرى .

اقول ولم يعدفى نسخة اسحاق هذا الشكل من اشكال المقالة بل سمى
بمقدمة لتوطئة ما بعدها سطح المجسم الذى على الكرة الموصوف مسا وللدائرة
المعمول فى الكرة التى تقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع المتساوية
فى جميع الخطوط الواصلة بين زوايا الشكل المتساوى الاضلاع الذى على
١٠ الدائرة الموازية للخط الذى يوتر ضلعين متجاوزين منها وذلك لانه معمول
فى الكرة العظمى وقد بان هذا الحكم فى المجسم المعمول فى الكرة والمجسم
فى الحالتين واحد (١) .

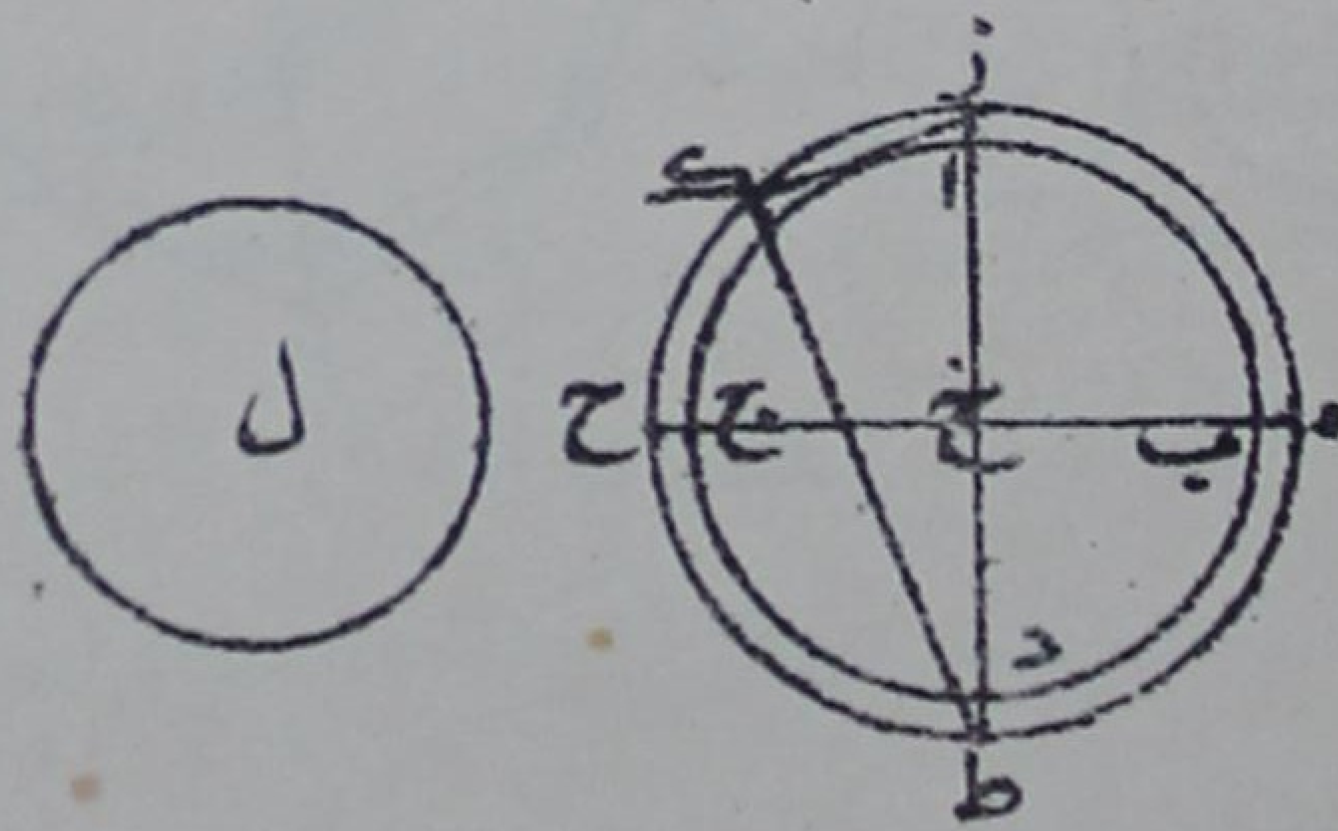
(لب) وايضا سطح المجسم الذى على الكرة اعظم من اربعة امثال اعظم
دائرة تقع على الكرة ولتكن الكرة والدائرة وسائر ما وصفنا بحالها ولتكن
١٥ دائرة ـ ل ـ مساوية لسطح المجسم المحيط بالكرة الصغرى فلان فى دائرة
ـ ه ز ح ط ـ شكلا متساوى الاضلاع اضلاعه زوج تكون نسبة الخطوط
الواصلة بين زواياه الموازية ـ لزط ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى
ك ز ـ لما مر فى الشكل الرابع والعشرين فسطح احد الاضلاع فى جميع تلك
الخطوط مسا ولسطح ـ ز ط ـ فى ـ ط ك ـ ويكون نصف قطر دائرة
٢٠ ـ ل ـ فى القوة مساويا لسطح ـ ز ط ـ فى ـ ط ك ـ لما مر فى الشكل السابع
والعشرين الذى هو اعظم من مربع ـ ط ك ـ فيكون نصف قطر دائرة ـ ل ـ
اعظم من ـ ط ك ـ و ـ ط ك ـ متساولقطر دائرة ـ اب ج د ـ لأن
ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ و ـ خ د ـ نصف قطر دائرة ـ اب ج د ـ فاذا سطح

المجسم

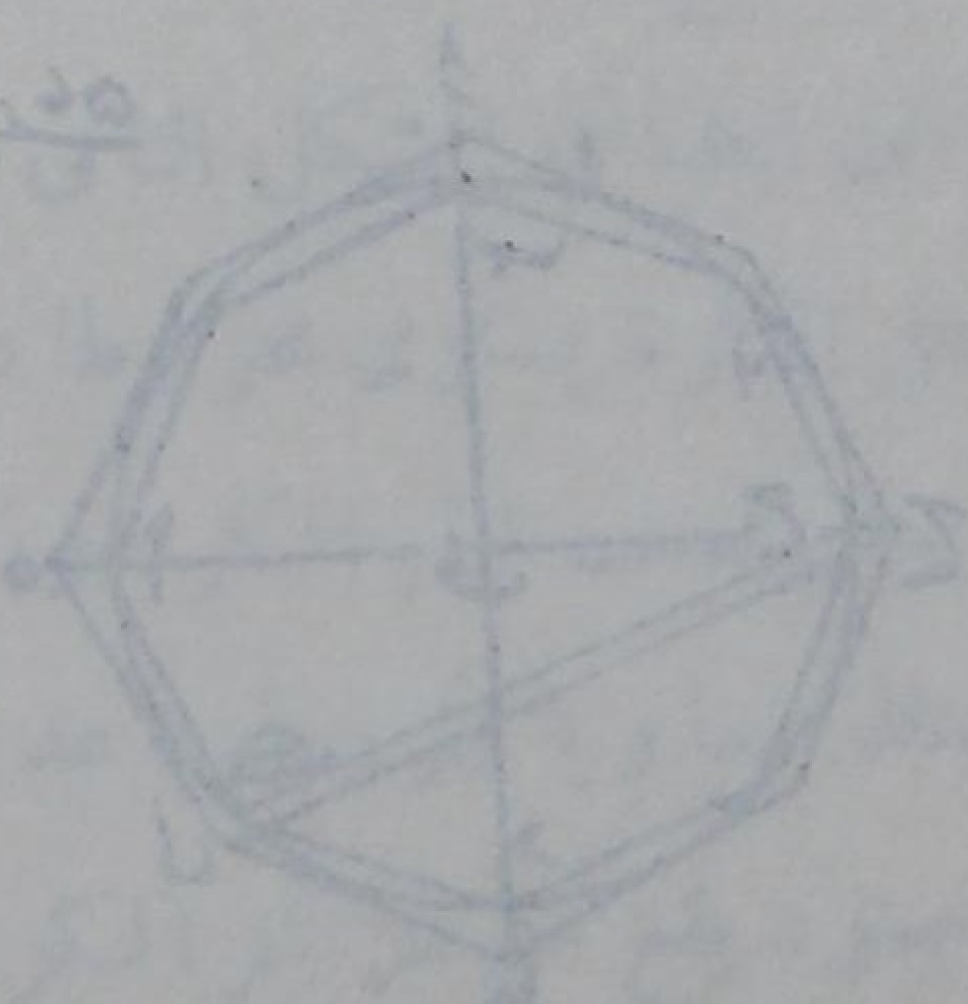
(١) الشكل السادس والخمسون ـ ٥٥ ـ

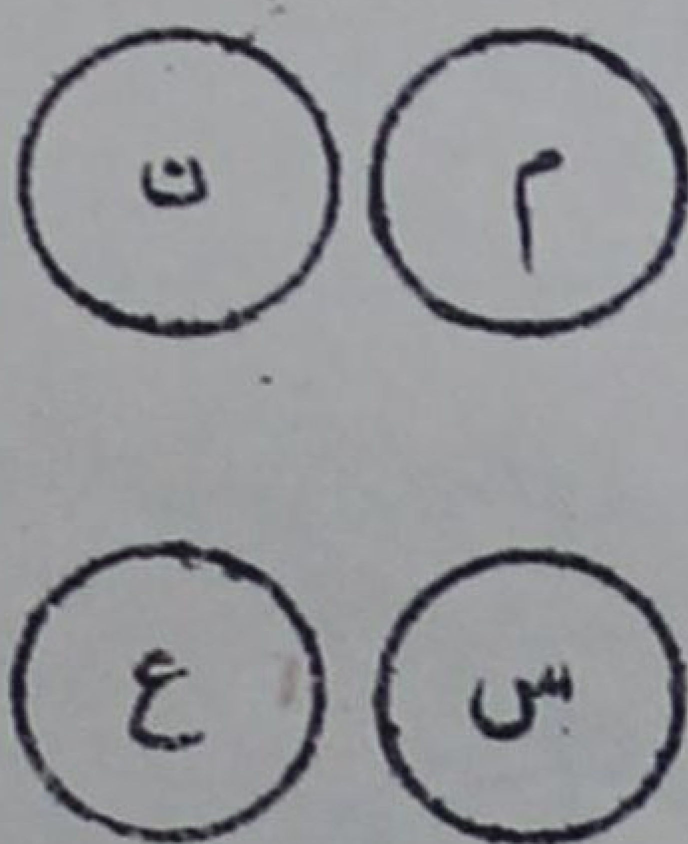


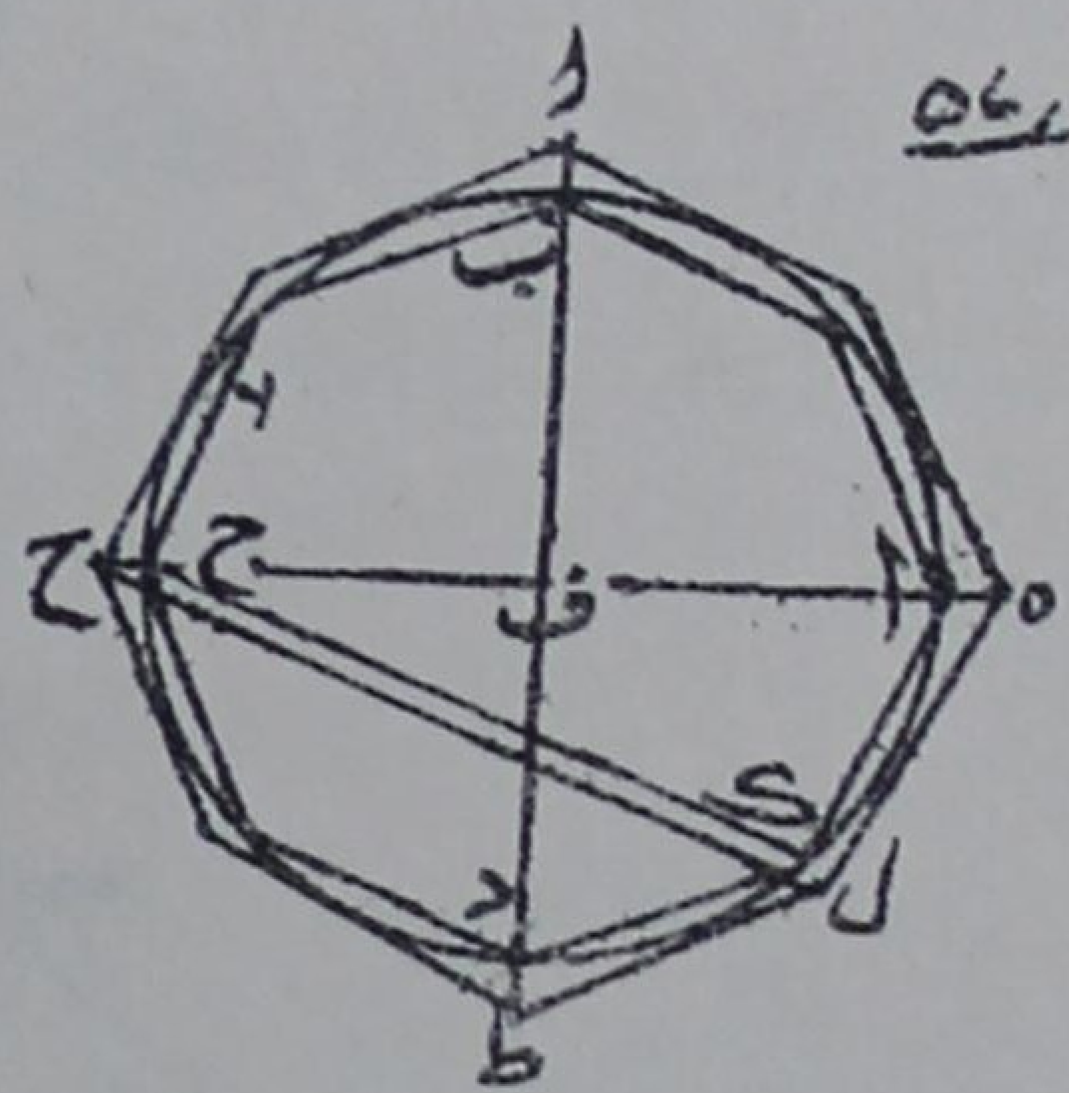
٥٥ع
ا
د
ك
ط
ن
ب
ج
ح



ز
ك
ا
ل
ح
ج
خ
ب
د
ط







الكرة والاسطوانة ص١١

المجسم الذى على الكرة الذى هو مثل دائرة ـ ل ـ اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وذلك ما اردناه (١) .

اقول ليتوهم لبيان ان ـ ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ خط يخرج من خ ـ الى النقطة التى عليها تماس ـ ز ك ـ دائرة ـ اب د ج ـ فيكون المثلث الحادث من نصف ضلع ـ زك ـ وخط ـ زخ ـ وذلك الخط شبيها بمثلث ـ ز ط ك ـ لكون زاوية ـ ز ـ فيهما مشتركة وزاوية النقطة وزاوية ك ـ قائمتين وتكون نسبة الخط الخارج الواصل من ـ خ ـ الى النقطة الى نصف ـ زك ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ زك ـ فيكون الخط الواصل مساويا لنصف ـ ط ك ـ وهو مساو لخط ـ خ د ـ فاذا ـ ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ وسيذكر هذا المعنى صريحا فى المتن ايضا فى الشكل الثانى والاربعين .

(لج) وايضا المجسم الذى على الكرة يساوى مخروطا دائرة قاعدته مساوية لسطح ذلك المجسم وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة وذلك لأن المجسم يقع فى الكرة العظمى ويكون حينئذ مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح ذلك المجسم وارتفاعه مساو لعمود يقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع لما تبين فى الشكل التاسع والعشرين وذلك العمود هو نصف قطر الكرة الصغرى فاذا ارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة التى عليها المجسم وذلك ما اردناه .

وقد استبان من ذلك ايضا ان هذا المجسم الذى على الكرة الصغرى اعظم من اربعة امثال مخروط قاعدته تساوى اعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة لأن سطح المجسم اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة الصغرى كما تبين فى الشكل المتقدم فاذا المجسم المساوى لمخروط قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مساو لضعف قطر الكرة اعظم من مخروط قاعدته اربعة امثال اعظم دائرة يقع فى الكرة الصغرى وارتفاعه نصف قطرها اذ كانت القاعدة ها هنا اعظم من القاعدة هناك والارتفاعان

---

(١) الشكل السابع والخمسون ـ ٥٧ ـ .

متساويان .

اقول عد ثابت هذا شكلا ولم يعده اسحق بل جعله تذنيبا لما تقدم (١) .

(لد) اذا عمل فى كرة وعليها مجسمان كما ذكرنا كانت نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى على الدائرة العظمى الواقعة على الكرة الى ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى فيها مثناة بالتكرير ونسبة المجسم الذى عليها الى الذى فيها كتلك النسبة ايضا مثلثة بالتكرير فليكن ـ ا ب ج د ـ الدائرة العظمى لكرة وليرسم عليها وفيها شكلان متساوى الاضلاع لعددها ربع وليكن قطرا ـ ه ح ـ ز ط ـ لدائرة تحيط بالشكل الذى عليها متقاطعين على قوائم وواصلين بين الزوايا و ا ج ـ د ب ـ منهما قطرى دائرة ـ ا ب ج د ـ وليرسم المجسمان والكرة حول قطر ـ ه ح ـ كما مر .

ونقول ان نسبة سطحيهما كنسبة ـ ه ل ـ ا ك ـ مثناة ونسبتهما كنسبتهما مثلثة ولتكن دائرة ـ م ـ مساوية لسطح المجسم الذى على الكرة ودائرة ـ ن لسطح المجسم الذى فيها ونصف قطر ـ م ـ تقوى على سطح ـ ه ل ـ فى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى على الدائرة لما تبين فى آخر الشكل الحادى والثلاثين ونصف قطر ـ ن ـ على سطح ـ ا ك ـ فى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى فى الدائرة لما تبين فى الشكل السابع والعشرين ولأن الشكلين متشابهان يكون السطحان المذكوران متشابهين وتكون نسبة السطح الى السطح نسبة الضلع الى الضلع فى القوة وهى كنسبة نصفى قطرى دائرتى ـ م ن ـ فى القوة فتكون نسبة قطرى الدائرتين كنسبة ضلعى الشكلين ونسبة الدائرتين كنسبة القطرين مثناة بالتكرير والدائرتان مساويتان لسطحى المجسمين فاذا نسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة ـ ه ل ـ الى ـ ا ك ـ مثناة ونعمل مخروطين عليهما

(١) عنوان (لج) خال عن الشكل ـ ح .

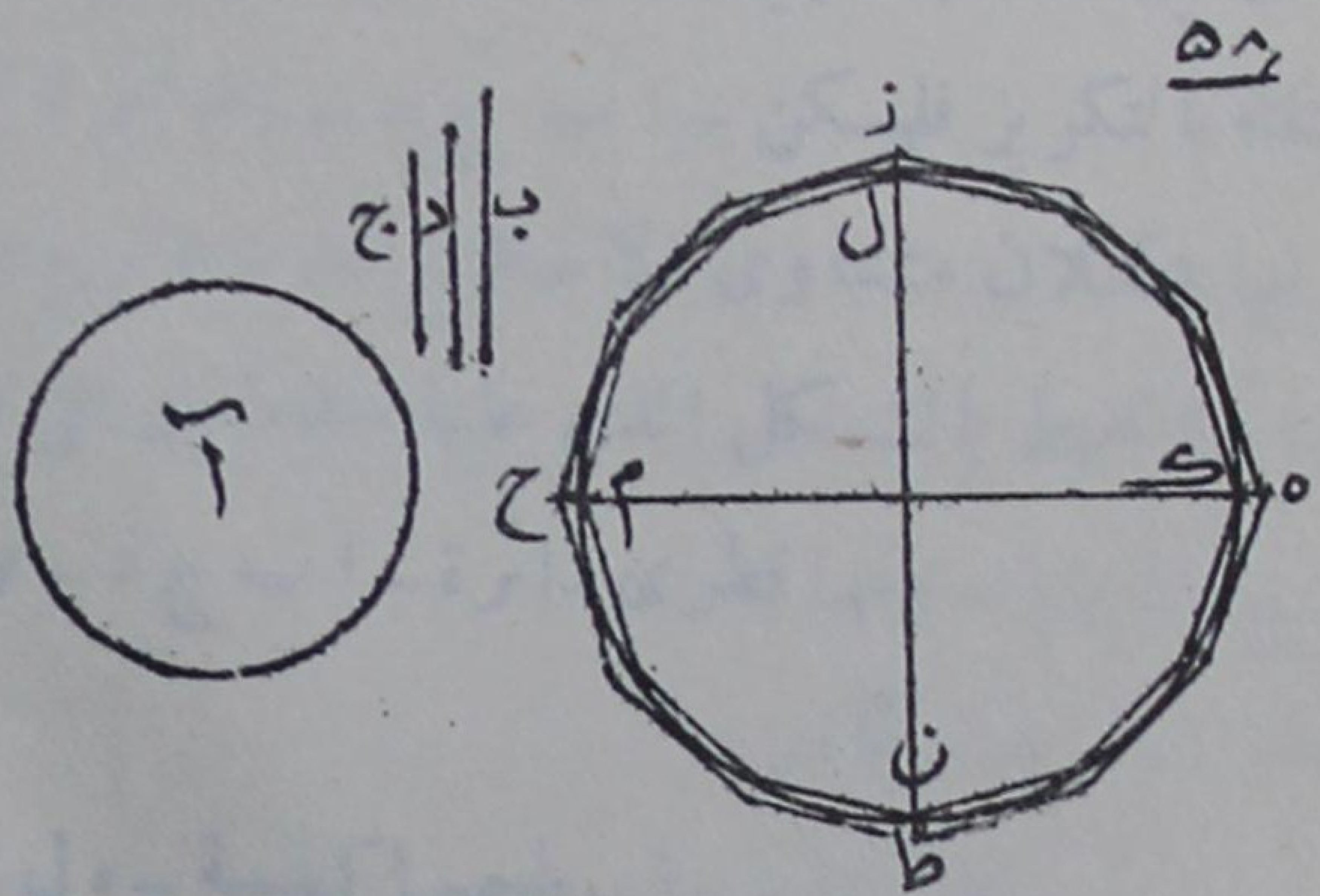
المربع — ونكون قاعدة مخروط — س — مساوية لدائرة — م — وقاعدة مخروط — ع — مساوية لدائرة — ن — وارتفاع مخروط — س — مساويا لنصف قطر الكرة وارتفاع مخروط — ع — مساويا للعمود الواقع من مركزها على — ا ك — فمخروط — س — مساو للجسم الذي على الكرة كما تبين في الشكل الثالث والعشرين ومخروط — ع — للجسم الذي في الكرة كما تبين في الشكل الرابع والعشرين ولأن الشاوي الأضلاع متشابهان تكون نسبة — د ل — الى — ا ك — كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على — ا ك — فنسبة ارتفاع مخروط — س — الى ارتفاع مخروط — ع — كنسبة — د ل — الى — ا ك — الذي هو كنسبة قطر دائرة — م — الى قطر دائرة — ن — اعنى نسبة قاعدة مخروط — س — الى قطر قاعدة مخروط — ع — [illegible] نسبة مخروط — س — الى مخروط — ع — [illegible] قطر دائرة قاعدة مخروط — س — الى قطر دائرة قاعدة مخروط — ع — [illegible] قطر دائرة — ن — اعنى كنسبة — د ل — الى — ا ك — مثلثة [illegible]

اقول انا اذا وصلنا — ج ل ج ك — كان مثلثا — ج ك — ج ل — [illegible] متشابهين نسبة — ج د — الى — ج ل — كنسبة — ج ا — الى — ج ك — وسطح ج — ف — ج ل — نسبة سطح — ا ج — ف — ج ك — فتكون نسبة سطح ج د — ف — ج ل — الذي يساوي سطح الجسم الذي على الكرة الى سطح — ا ج — ف — ج ك — الذي يساوي سطح الجسم الذي في الكرة كنسبة — ج د — الى — ج ا — في المربع كنسبة — د ل — الى — ا ك — مثناة وهذا بيان ان نسبة السطحين نسبة الضلعين مثناة .

(٣٠) سطح كل كرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها ١٤٦٣ [illegible] دائرة اربعة امثال سطح دائرة تقع فيها .

[illegible] دائرة — ا — تساوي سطح تلك الكرة فان لم يكن كذلك [illegible] اعظم ولكن او لا اصغر فسطح الكرة والدائرة [illegible]

[illegible] لشكل [illegible] والعمود [illegible]



الكرة والاسطوانة ص٦٣

س ع - ولتكن قاعدة مخروط - س - مساوية لدائرة - م - وقاعدة مخروط ع - مساوية لدائرة - ن - وارتفاع مخروط - س - مساويا لنصف قطر الكرة وارتفاع مخروط - ع - مساويا للعمود الواقع من مركزها على - ا ك - فمخروط - س - مساو للجسم الذى على الكرة لما تبين فى الشكل الثالث والثلاثين ومخروط - ع - للجسم الذى فى الكرة لما تبين فى الشكل التاسع والعشرين ولأن المتساوى الاضلاع متشابهان تكون نسبة - ه ل - الى ٥
ا ك - كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على - ا ك - فنسبة ارتفاع مخروط - س - الى ارتفاع مخروط - ع - كنسبة - ه ل الى - ا ك - الذى هو كنسبة قطر دائرة - م - الى قطر دائرة - ن - اعنى قطر قاعدة مخروط - س - الى قطر قاعدة مخروط - ع - فالمخروطان متشابهان نسبة مخروط - س - الى مخروط - ع - كنسبة قطر دائرة قاعدة مخروط ١٠
س - الى قطر دائرة قاعدة مخروط - ع - بل كنسبة قطر دائرة - م - الى قطر دائرة - ن - اعنى كنسبة - ه ل - الى - ا ك - مثلثة وذلك ما اردناه (١) .

اقول اذا وصلنا - ح ل ج ك - كان مثلثا - ح ل ه - ج ك ا متشابهين نسبة - ح ه - الى - ح ل - كنسبة - ج ا - الى - ج ك - وسطح ه ح - ف - ح ل - نسبة سطح - ا ج - ف - ج ك - فتكون نسبة سطح ١٥
ح ه - ف - ح ل - الذى يساوى سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح - ا ج - ف - ج ك - الذى يساوى سطح المجسم الذى فى الكرة كنسبة - ح ه الى - ج ا - فى القوة بل كنسبة - ه ل - الى - ا ك - مثناة وهذا بيان قوله نسبة السطحين نسبة الضلعين مثناة .

(له) سطح كل كرة اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها فلتكن كرة ودائرة ٢٠
ا - اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها .

فنقول ان دائرة - ا - تساوى سطح تلك الكرة فان لم يكن كذلك فهى اما اصغر واما اعظم وليكن اولا اصغر فسطح الكرة والدائرة مقدار ان

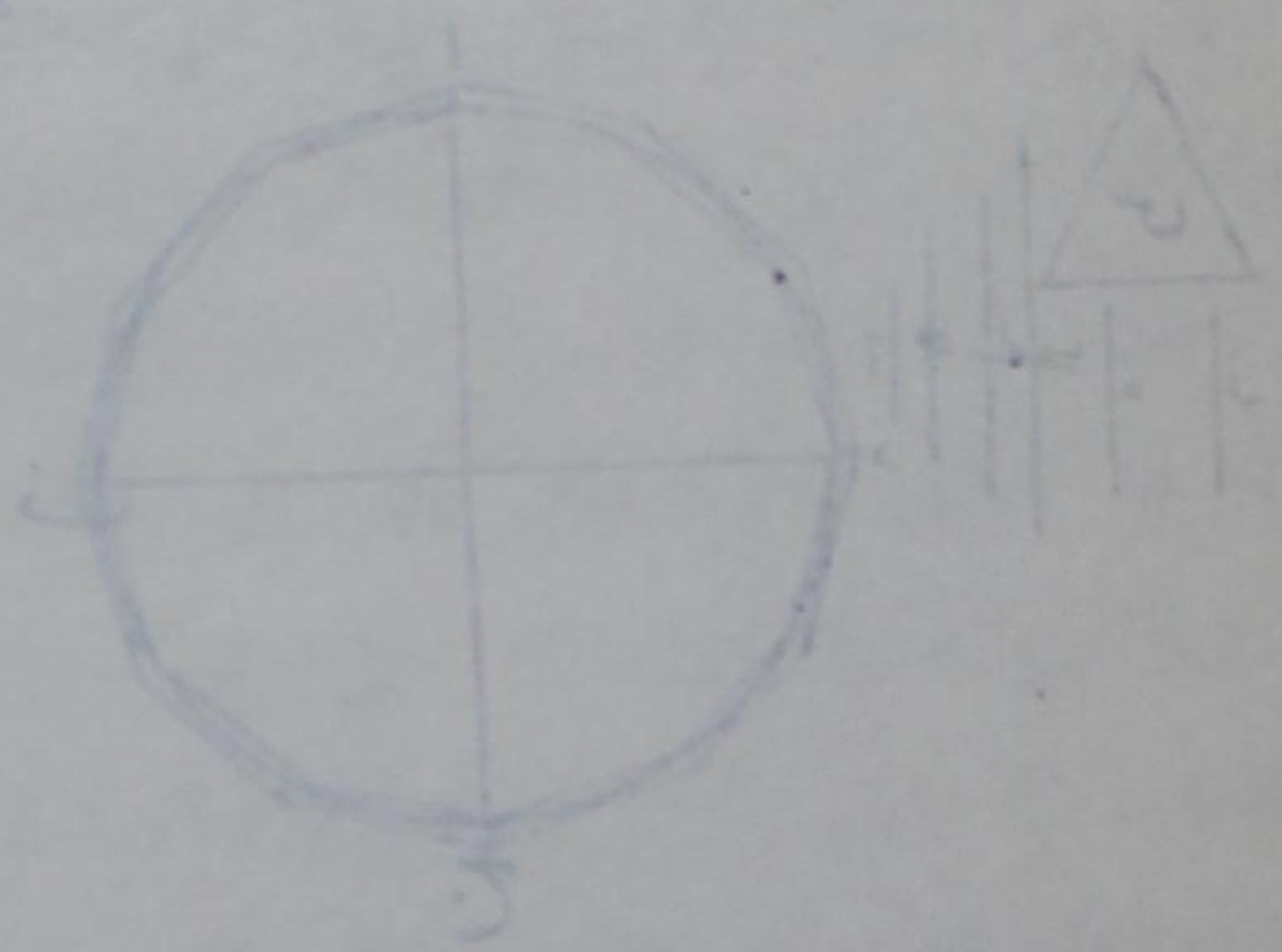
---

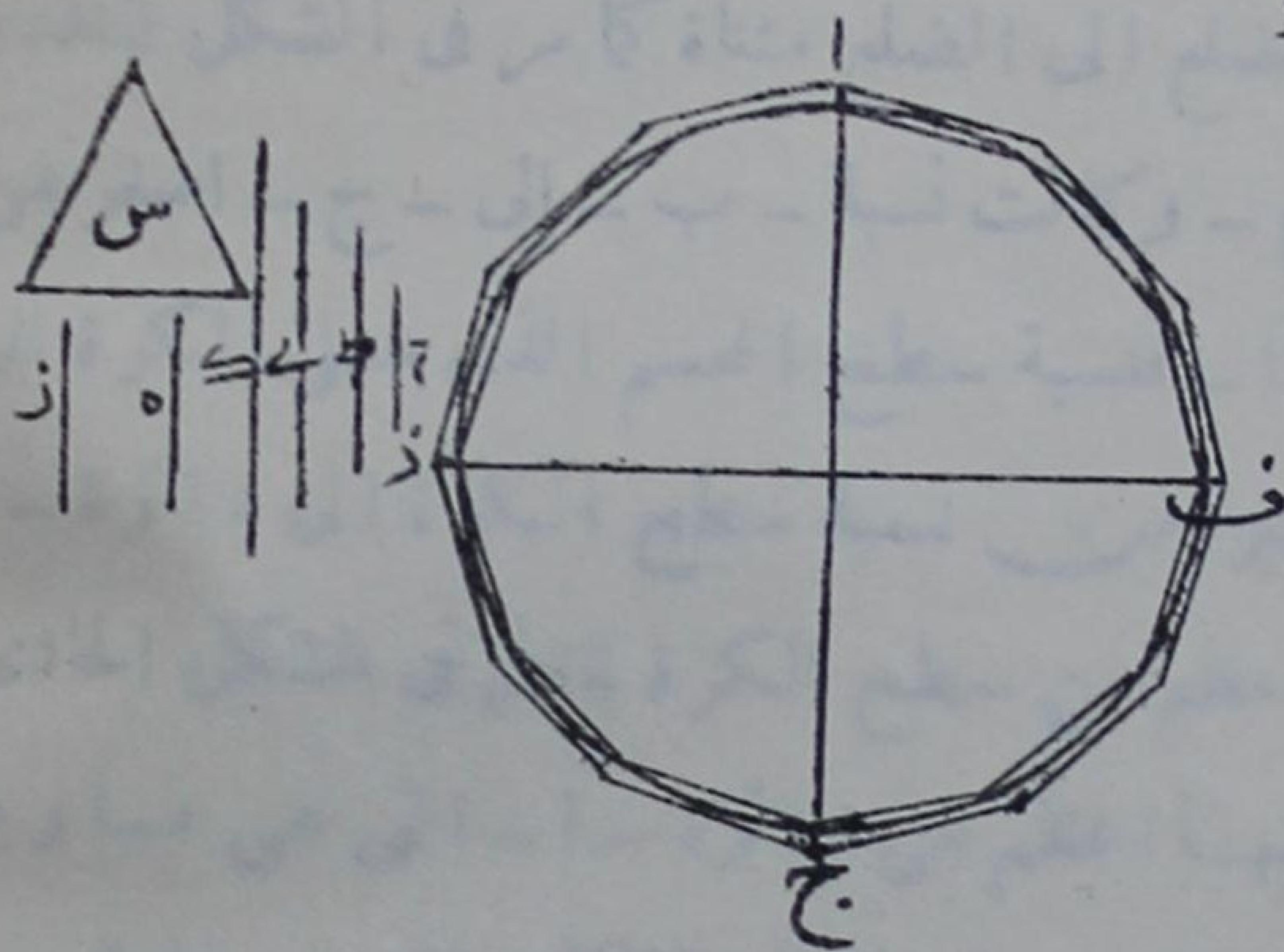
(١) الشكل الثامن والخمسون - ٥٨ -

مختلفان اعظمهما سطح الكرة ونجعل نسبة خط ـ ب ـ الى خط ـ ج ـ اصغر
من نسبة اعظمهما الى اصغرهما كما مر فى الشكل الثانى وليفنا سبهما ـ د ـ فيما بينهما
وننصف الكرة بسطح يمر بمركزها فتحدث على سطحها دائرة ـ ه ز ح ط
ونعمل عليها وفيها شكلين متساوى الاضلاع كما ذكرنا تكون نسبة ضلع الذى
٥ عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ كما مر فى الشكل
الثالث ونسبة الضلع الى الضلع مثناة اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ مثناة اعنى
من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ ونعمل على الكرة وفيها مجسمين كما ذكرنا فى الشكل
السادس والعشرين والحادى والثلاثين فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى
سطح المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كما مر فى الشكل المتقدم
١٠ واصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ وكانت نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اصغر من
نسبة سطح الكرة الى دائرة ـ ا ـ فنسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى
سطح المجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة سطح الكرة الى دائرة ـ ا
وسطح المجسم الذى على الكرة اعظم من سطح الكرة لما مر فى الشكل الحادى
والثلاثين فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ـ ا ـ التى هى مساوية
١٥ لاربعة امثال اعظم دائرة يقع فى الكرة وقد بان فى الشكل الثامن والعشرين
ان سطح المجسم الذى فيها اصغر منها هذا خلف .

ثم لتكن دائرة ـ ا ـ اعظم من سطح الكرة ونجعل نسبة ـ ب ـ الى
ج ـ اصغر من دائرة ـ ا ـ الى سطح الكرة ـ و ـ د ـ مناسبا لهما فيما بينهما
ونرسم الشكلين الموصوفين على وجه تكون نسبة الشكل نسبة ضلع الذى على
٢٠ الدائرة الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ فتكون نسبة الشكل
الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ ونعمل المجسمين على
الكرة وفيها فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر
من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ التى هى اصغر من نسبة دائرة ـ ا ـ الى سطح
الكرة فنسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها اصغر كثيرا

(من)





الكرة والاسطوانة ص٦٥

من نسبة دائرة ـ ا ـ الى سطح الكرة وكان سطح المجسم الذى عليها اعظم من دائرة ـ ا ـ فيلزم ان يكون سطح المجسم الذى فيها اعظم من سطح الكرة هذا خلف لمامر فى الشكل السادس والعشرين واذا لم تكن دائرة ـ ا ـ باصغر ولاباعظم من سطح الكرة فهى مساوية له فاذا سطح الكرة يساوى اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها وذلك ما اردناه (١) .

٥

كل كرة فانها اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة يقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر تلك الكرة فليكن ـ ا ب ج د ـ اعظم دائرة يقع فى كرة ما و ـ س ـ مخروط قاعدته اربعة امثال دائرة ـ ا ب ج د ـ وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فان لم تكن الكرة مساوية لمخروط ـ س ـ فهى اما اعظم منه واما اصغر فلتكن اولا اعظم منه ونجعل نسبة خط ـ ك ـ الى خط ـ ح ـ اصغر من نسبة الكرة الى مخروط ـ س ـ كمامر فى الشكل الثانى وليكن خطا ـ ى ـ ط ـ بين ـ ك ح ـ على النسبة العددية اعنى تكون فضل ـ ك ـ على ـ ى ـ مساويا لفضل ـ ى ـ على ـ ط ـ ولفضل ـ ط ـ على ـ ح ـ ونرسم فى دائرة ـ ا ب ج د ـ وعليها شكلين متساوى الاضلاع يكون لعدد اضلاع كل واحد منهما ربع وتكون نسبة ضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ى ـ كمامر فى الشكل الثالث وليتقاطع قطرا ـ ا ج ـ ب د ـ فى دائرة ـ ا ب ج د ـ على قوائم وندبرها حول ـ ا ج ـ فيحدث على الكرة وفيها مجسمان كما وصفنا فى الشكلين السادس والعشرين والحادى والثلاثين وتكون نسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة بالتكرير لما مر فى الشكل الرابع والثلاثين وكانت نسبة الضلع الى الضلع اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ى ـ فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ى ـ مثلثة بالتكرير ونسبة ـ ك ـ الى ـ ح ـ اعظم من نسبة ـ ك ـ الى ى ـ مثلثة بالتكرير لماسا ذكره فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر كثيرا

١٠ ١٥ ٢٠

(١) الشكل التاسع والخمسون ـ ٥٩ ـ

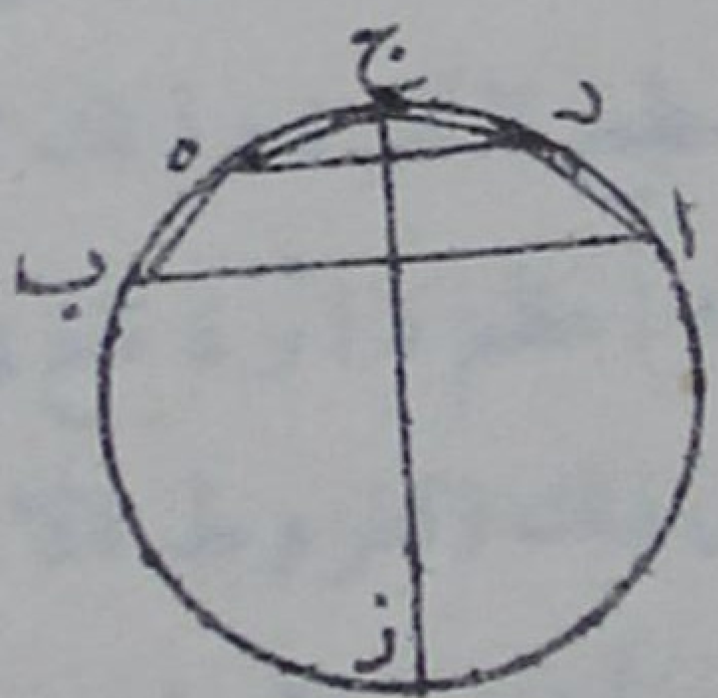
من نسبة – ك – الى – ح – التى هى اصغر من نسبة الكرة الى مخروط – س
فنسبة المجسم الذى على الكرة الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة الكرة الى
مخروط – س – والمجسم الذى على الكرة اعظم من الكرة فالمجسم الذى فى
الكرة يكون اعظم من مخروط – س – الذى قاعدته اربعة امثال دائرة – ا ب
ج د – وارتفاعه نصف قطر الكرة وقد بان فى الشكل الثلاثين ان المجسم ٥
الذى فى الكرة يكون اصغر من ذلك هذا خلف .

ثم لتكن الكرة اصغر من مخروط – س – ونجعل نسبة – ك – الاطول
الى – ح – الاقصر اصغر من نسبة مخروط – س – الى الكرة وليكن خطا – ى –
ط – بينهما كما فرضنا ونرسم على دائرة – ا ب ج د – وفيها شكلين كما وصفنا
ونسبة الضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة – ك – الى – ى – ونرسم ١٠
المجسمين الموصوفين فتكون نسبة المجسم الذى على الكرة الى الذى فيها كنسبة
الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة التى هى اصغر من نسبة – ك – الى – ى –
مثلثة وهى اصغر من نسبة – ك – الى – ح – وهى اصغر من نسبة مخروط –
س – الى الكرة فنسبة المجسم الذى على الكرة الى المجسم الذى فيها اصغر كثيرا
من نسبة مخروط – س – الى الكرة والمجسم الذى على الكرة اعظم من مخروط ١٥
س – الذى قاعدته اربعة امثال دائرة – ا ب ج د – وارتفاعه نصف قطر
الكرة لما مر فى الشكل الثالث والثلاثين فالمجسم الذى فى اعظم من الكرة هذا
خلف واذا لم تكن الكرة اعظم ولا اصغر من مخروط – س – فهى مساوية
له فاذا الكرة مساوية لاربعة امثال مخروط تساوى قاعدته اعظم دائرة يقع
عليها وارتفاعه نصف قطرها وذلك ما اردناه (١) . ٢٠

اقول اذا نقصنا ثلث فضل – ك – على – ح – من – ك – وجعلناه
ى – ثم نقصناه مرة اخرى من – ى – وجعلنا الباقى منه – ط – صار – ك ى
ط ح – على النسبة العددية المذكورة وليكن لبيان ان نسبة – ك – الى – ح
اعظم من نسبة – ك – الى – ى – مثلثة بالتكرير نسبة – ك – الى – ى – كنسبة

(١) الشكل الستون – ٦٠ –

٦٠/



الكرة والاسطوانة ص٦٦

ى ـ الى ـ ز ـ وكنسبة ـ ز ـ الى ـ ه ـ واذا نقصنا ـ ى ـ من ـ ك ـ و ـ ز
من ـ ى ـ كان بالتفصيل نسبة فضل ـ ك ـ على ـ ى ـ الى ـ ى ـ كنسبة فضل
ى ـ على ـ ز ـ الى ـ ز ـ وبالابدال نسبة فضل ـ ك على ى ـ الى فضل ـ ى ـ
على ـ ز ـ كنسبة ـ ى ـ الى ـ ز ـ و ـ ى ـ اطول من ز ـ ففضل ـ ك ـ
على ـ ى ـ اعنى فضل ـ ى ـ على ـ ط ـ اطول من فضل ى ـ على ـ ز ـ ٥
و ط ـ اقصر من ـ ز ـ وكذلك ـ ح ـ اقصر من ـ ه ـ ونسبة ـ ك ـ
الى ـ ح ـ اعظم من نسبته الى ـ ه ـ التى هى نسبة ـ ك ـ الى ى ـ مثلثة
بالتكرير .

قال وقد تبين من ذلك ان كل اسطوانة تكون قاعدتها مساوية
لاعظم دائرة تقع فى كرة وارتفاعها مسا ولقطر قاعدتها فانها مثل ونصف ١٠
الكرة وسطحها مع القاعدتين مثل ونصف سطح الكرة وذلك لأن تلك
الاسطوانة ستة امثال مخروط تكون قاعدته اعظم دائرة تقع فى الكرة
وارتفاعه نصف قطر الكرة والكرة اربعة امثال ذلك المخروط فالاسطوانة
مثل ونصف الكرة وايضا قد بينا فى الشكل السادس عشر ان سطح
الاسطوانة سوى قاعدتيها مسا ولدائرة نصف قطرها مناسب لضلع ١٥
الاسطوانة ولقطر قاعدتيا فيما بينهما وضلع اسطوانة التى ذكر مسا ولقطر
قاعدتها فيكون الخط المناسب لهما فيما بينهما مسا ويا لكل واحد منهما والدائرة
التى نصف قطرها مسا و لقطر القاعدة تكون اربعة امثال القاعدة فسطح
الاسطوانة سوى قاعدتها اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة ومع
قاعدتيها ستة امثالها وسطح الكرة اربعة امثالها فسطح الاسطوانة مثل ٢٠
ونصف سطح الكرة .

(لز) اذا قطع الكرة سطح لا يمر بالمركز وكانت الدائرة العظيمة القاطعة
لذلك السطح على قوائم مثلا دائرة ـ اه ز ـ وعمل فى قطعة ـ ا ب ج ـ منها
شكل متساوى الاضلاع سوى القاعدة عدد اضلاعه زوج واثبت قطر ـ ج

ز - وادير حوله الشكل حدث مجسم فى القطعة كما وصفنا حاله فى الكرة وتكون قاعدته الدائرة التى قطرها - اب - ورأسه - ج - وظاهر ان سطح قطعة الكرة اعظم من سطحه فانه عميق يحيط به (١) .

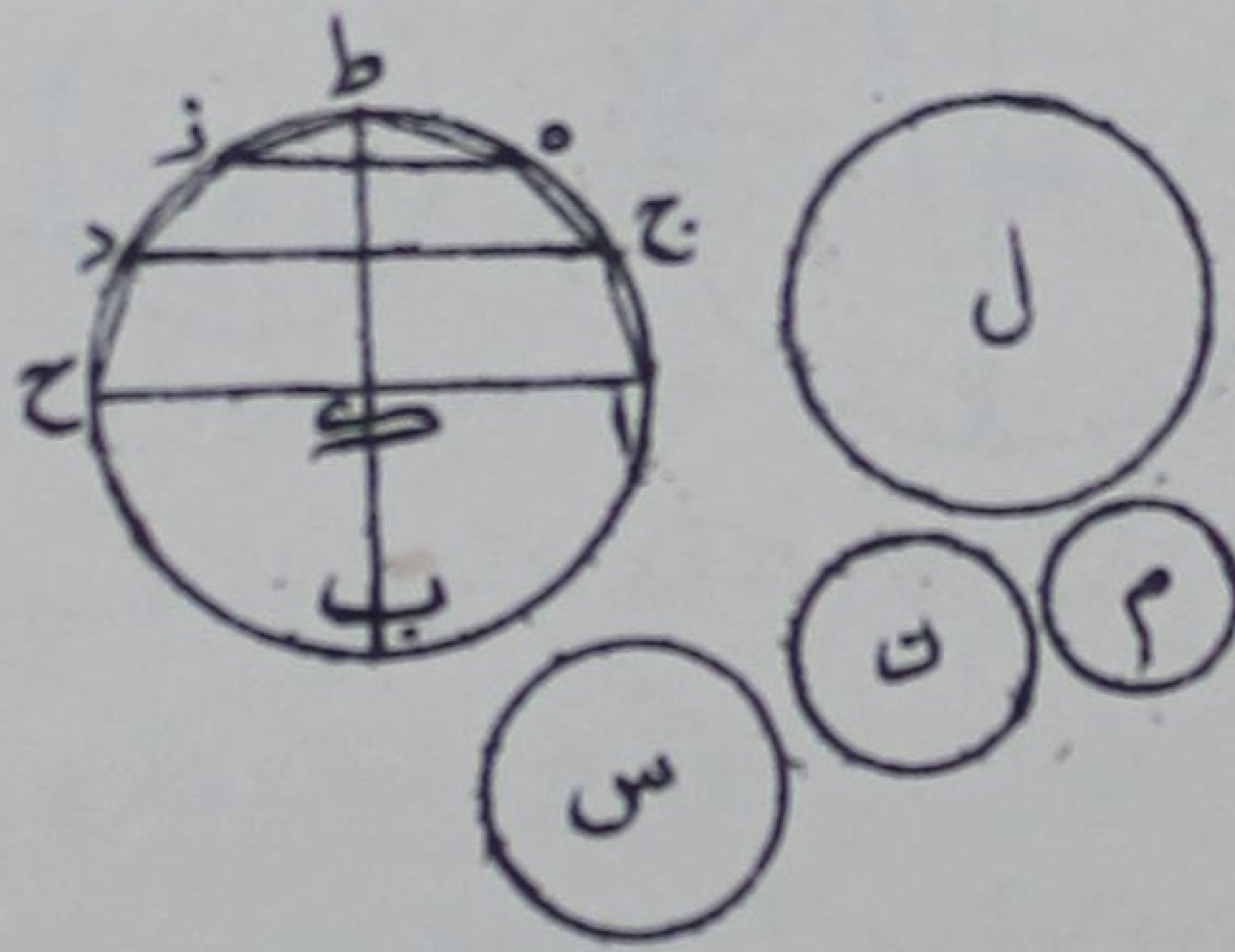
(لح) سطح المجسم المذكور الذى فى قطعة الكرة مسا ولدائرة يقوى نصف قطرها على سطح احد اضلاع الشكل الذى فى قطعة الدائرة العظيمة فى الخطوط الموازية لقاعدتها مع نصف قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة - ابح ط ونعمل فى قطعة - اط ح - شكل - اج ه ط ز دح - المتساوى الاضلاع الزوج غير القاعدة وليكن نصف قطر دائرة - ل - يقوى على سطح ضلع اج - فى - ه ز - ج د - اك - جميعا .

فنقول انها مساوية بسطح المجسم الذى فى هذه القطعة فليقو نصف قطر دائرة - م - على سطح - ه ط - فى نصف - ه ز - فهى مساوية لسطح المخروط الذى قاعدته تمر به ورأسه - ط - لما مر فى الشكل السابع عشر وليقو نصف قطر دائرة - ن - على سطح - ج ه - فى نصفى - ه ز - ج د - فتكون مساوية لسطح المخروط الذى بين السطحين المتوازيين المارين - به ز - ج د - لما مر فى الشكل التاسع عشر وليقو نصف قطر دائرة - س - على سطح - اج - فى نصفى - ج د - اح - فيكون مساوية لسطح المخروط الذى بين السطحين المارين - بج د - اب - فجميع دوائر - م - ن - س - مساوية لسطح المجسم وانصاف اقطارها يقوى على سطح - اج - فى - ه ز ج د - اك - جميعا وكان نصف قطر دائرة - ل - يقوى عليه فدائرة - ل مساوية لتلك الدوائر جميعا بل لسطح المجسم الذى فى قطعة الكرة .

(لط) سطح المجسم المذكور الذى فى قطعة الكرة اصغر من دائرة نصف قطرها مساو للخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة الواقعة فى الكرة - اب - زه - وقاعدة القطعة دائرة قطرها - اب ونعمل فى القطعة من الدائرة والكرة الشكل والمجسم كما مر وليكن قطر الكرة

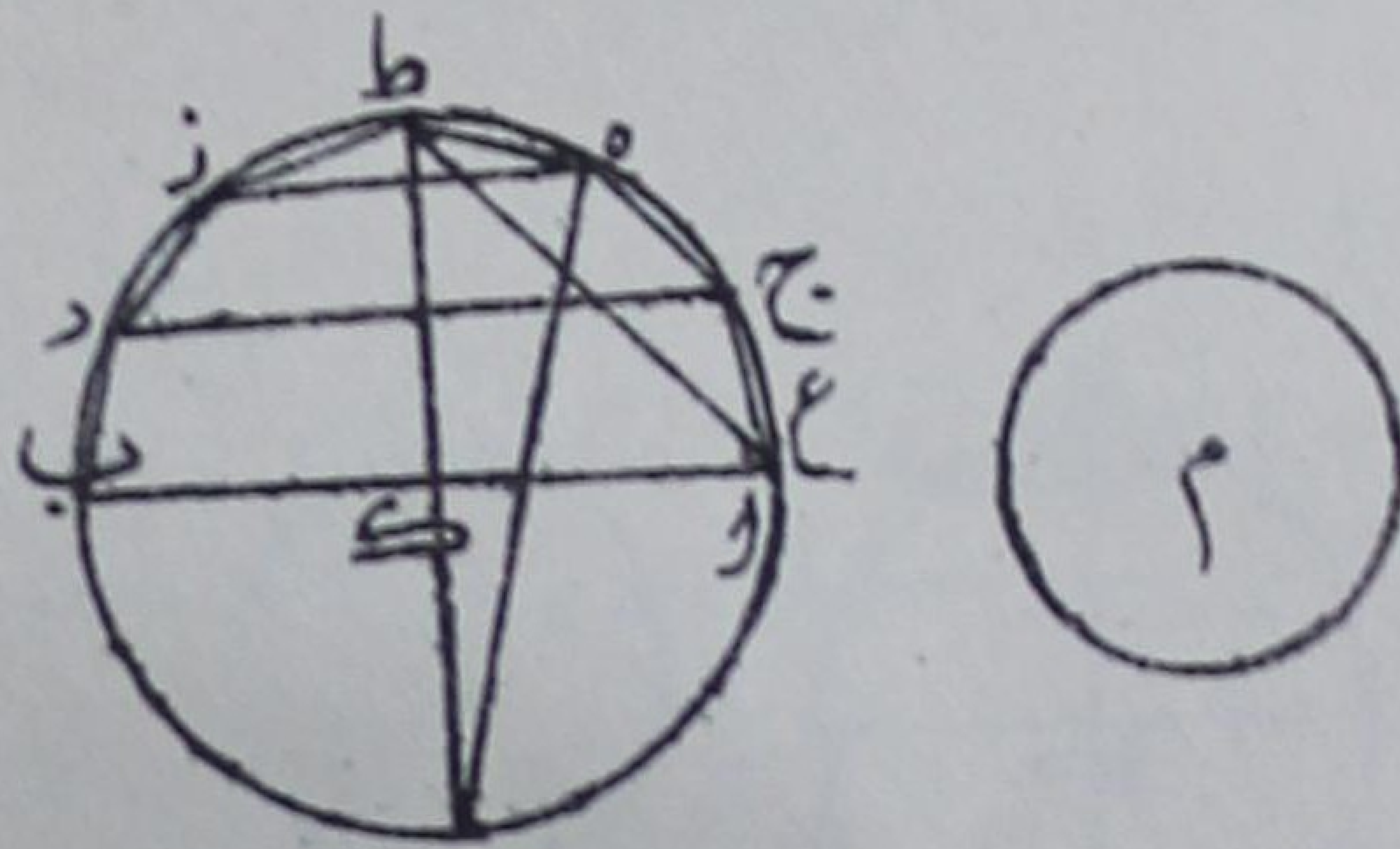
ط ل

(١) الشكل الحادى والستون - ٦١



الكرة والاسطوانة ص ٦٨

١٢



الكرة والاسطوانة ص ٢٩

ط ل ـ ونصل ـ ل ه ـ ط ا ـ وليكن ـ ط ا ـ نصف قطر دائرة ـ م ـ فنقول انها اعظم من سطح المجسم ـ لأن ـ سطح المجسم يساوى دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ـ ه ط ـ فى ـ ه ز ـ ج د ـ ا ك ـ جميعا كما تبين فى الشكل المتقدم وقد تبين فى الشكل الخامس والعشرين ان ذلك مساو لسطح ه ل ـ فى ـ ك ط ـ وسطح ـ ه ل ـ فى ـ ك ط ـ اصغر من مربع ـ ا ط ـ اعنى من مربع نصف قطر ـ م ـ فاذا دائرة ـ م ـ اعظم من الدائرة المساوية لسطح المجسم المذكور وذلك ما اردناه (١).

اقول انما كان ـ ه ل ـ فى ـ ك ط ـ اصغر من مربع ـ ا ط لأن ـ ط ل ـ فى ـ ط ك ـ يساوى مربع ـ ا ط ـ و ـ ط ل ـ اطول من ـ ه ل.

(م) المجسم الموصوف الواقع فى قطعة الكرة الذى يحيط به قطع من سطوح مخروطات اذا زيد عليه مخروط قاعدته قاعدة المجسم ورأسه مركز الكرة كان الجميع مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح المجسم وارتفاعه للعمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل الذى فى قطعة الدائرة فلتكن القطعة من الدائرة العظيمة المارة بقطعة الكرة ـ ا ب ج ـ ومركز الكرة ـ ه ـ والشكل الذى فى قطعة الدائرة ـ ا ز ح ب ط ل ج ـ ونعمل على الدائرة التى قطرها ـ ا ج ـ مخروط ـ ا ه ج ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ك ـ مساوية لسطح المجسم وارتفاعه للعمود الخارج من ه ـ على احد الاضلاع.

فنقول انه مساو للمجسم مع مخروط ـ ا ج ه ـ ونعمل على دائرتى ح ط ـ ز ل ـ مخروطى ـ ح ه ط ـ ز ه ل ـ فمعين ـ ح ب ط ه ـ المجسم مساو لمخروط قاعدته سطح مخروط ـ ح ب ط ـ وارتفاعه العمود الخارج من ـ ه ـ على ـ ب ح ـ على ما تبين فى الشكل الحادى والعشرين والقدر من المجسم الذى يحيط به السطح المخروطى الذى عليه ـ ح ز ط ل ـ وسطحا

(١) الشكل الثانى والستون ـ ٦٢ ـ

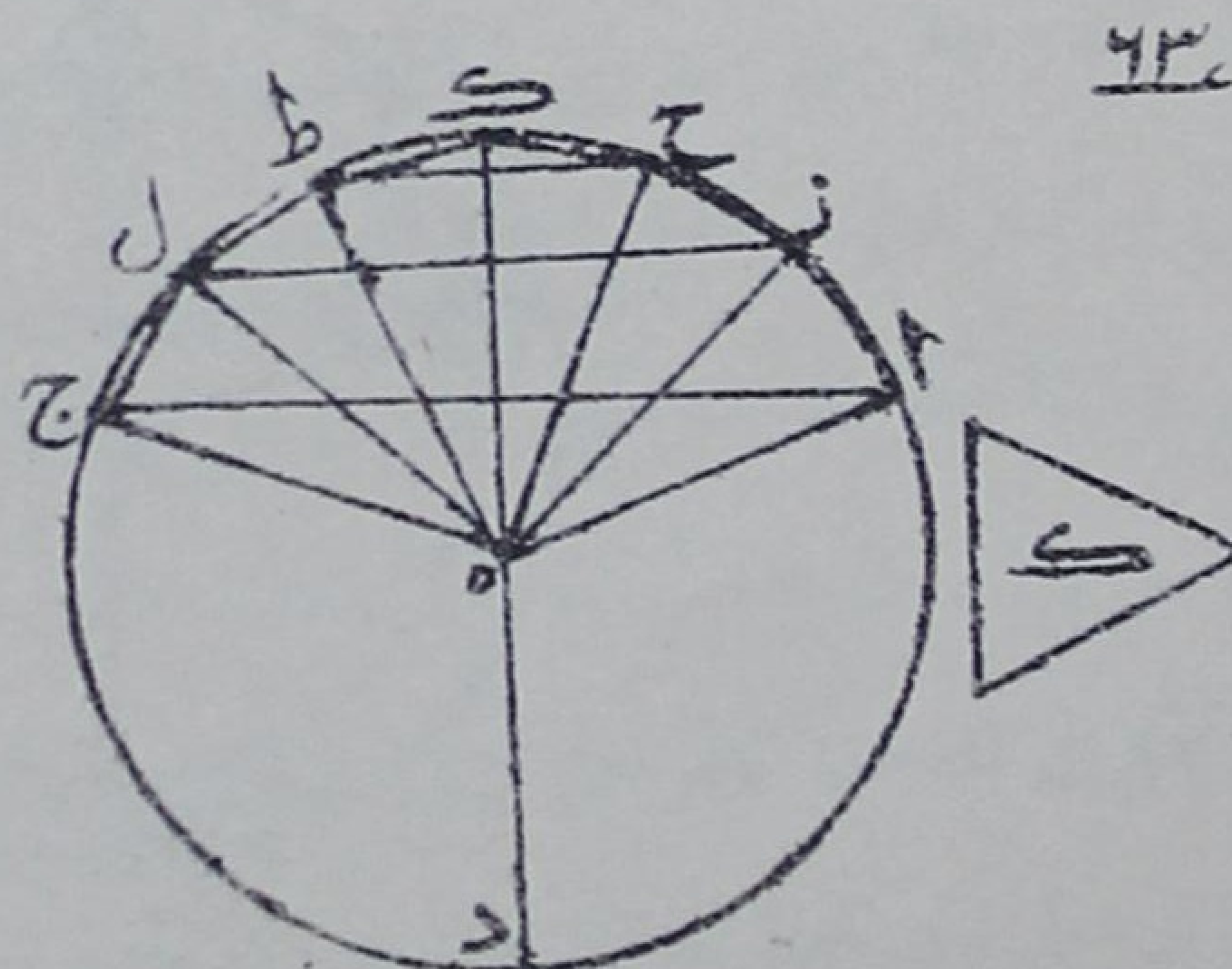
مخروطی – ح ه ط – زه ل – مسا ولمخروط قاعدته السطح الذی علیه ح ز ط ل – وارتفاعه العمود الواقع من – ه – علی – ز ح – لما تبین فی الشکل الثالث والعشرین والقدر الذی یحیط به السطح المخروطی الذی علیه زا – ل ج – وسطحا مخروطی – زه ل – اه ج – مسا ولمخروط یساوی
٥ قاعدته السطح الذی علیه – زا – ل ج – وارتفاعه العمود الواقع من – ه – علی – ا ز – والجمیع مسا وللجسم الذی فی القطعة مع مخروط – اه ج – وقاعدة مخروط – ط ك – مثل هذه القواعد جمیعاوارتفاعه مثل ارتفاع کل واحد منها فهو مسا وللجسم المذکور مع مخروط – اه ج – وذلك ما اردناه (١).

ویتبین من ذلك ان المخروط الذی نصف قطر قاعدته مساوللخط
١٠ الخارج من رأس قطعة الکرة الی محیط قاعدتها وارتفاعه مثل نصف قطر الکرة اعظم من المجسم الموصوف الذی فی قطعة الکرة مع المخروط المذکور ومن المخروط المساوی لهما لأن قاعدة هذا المخروط مساویة لسطح المجسم المذکور وارتفاعه للعمود المذکور وکل واحد منهما اصغر من نظیره فی ذلك المخروط.

١٥ (ما) لتکن کرة اعظم دائرة فیها – اب ج – ولیقطع خط – اب – قطعة من الدائرة اقل من النصف ولیکن المرکز – د – ونخرج منه – دا – دب ونعمل علی القطاع الحادث شکلا متساوی الاضلاع زوجها ونعمل علی الشکل دائرة تحیط به فیکون مرکزها مرکز دائرة – اب ج – ونثبت – ه ك – وندیر الشکل لتحدث کرة عظمی فیها مجسم محیط بقطعة من الکرة الصغری
٢٠ الاولی قاعدة ذلك المجسم الدائرة المارة – بزح – ویکون سطحه اعظم من سطح القطعة من الکرة الصغری التی قاعدتها الدائرة المارة – باب – وذلك انا نخرج خطی – ام – ب ن – مماسین للدائرة الداخلة فیما یرسمان ایضا بالادارة مع الشکل سطحا مخروطیا ویکون العمیق المحیط الذی علیه – ا م ط ه ل ن ب – اعظم من سطح القطعة من الکرة الصغری التی قاعدتها تمر – با

ب

(١) الشکل الثالث والستون – ٥٣ –



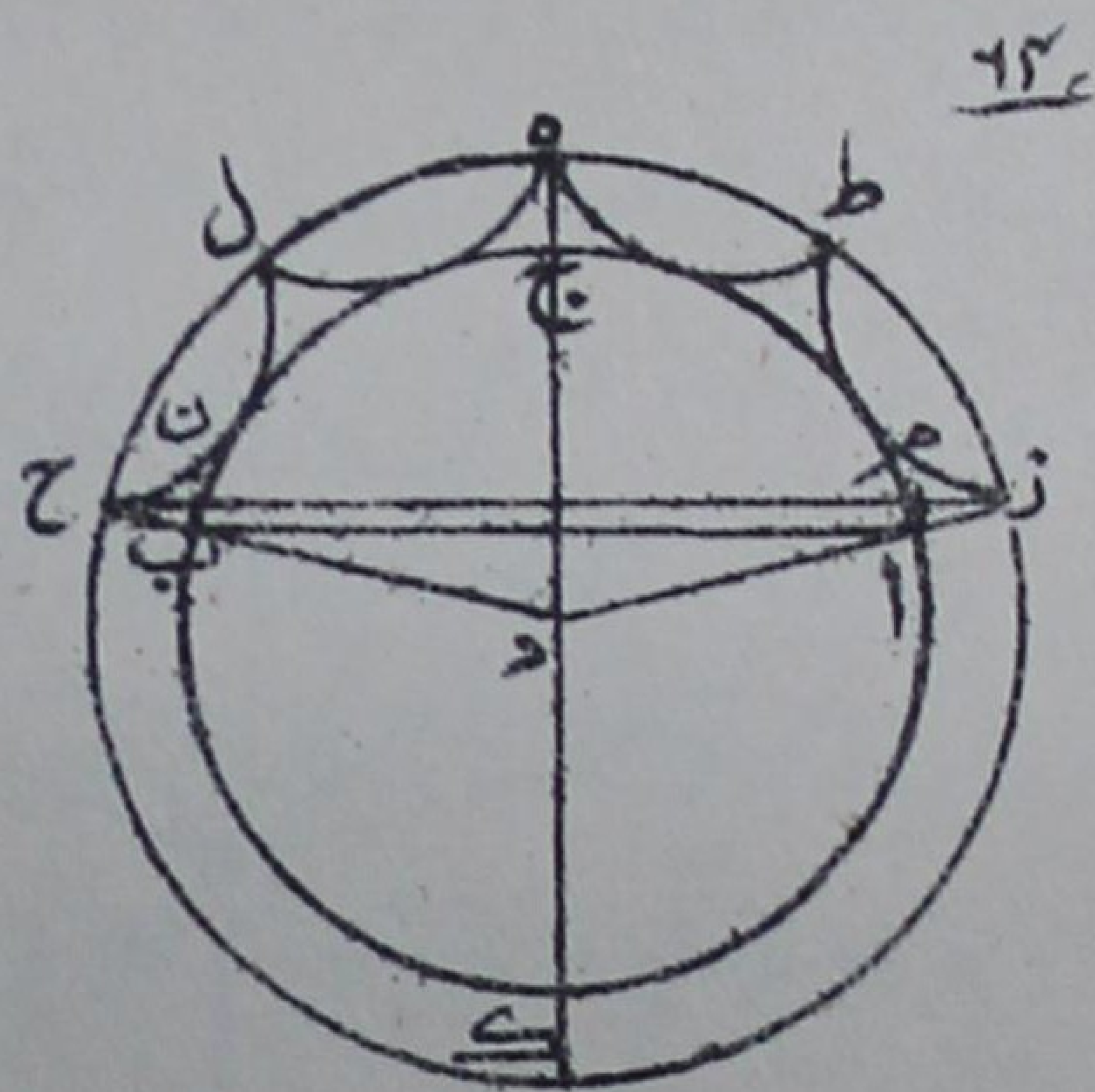
٦٣
ك
ط
ح
ز
ل
ا
ج
ه
د
ى

ب ـ لأنها اطرافها وهي محيط الدائرة التي قطرها ـ ا ب ـ ونكون في كل
واحد منها والسطح المخروطي الذي عليه ـ م ز ـ ل ج ـ اعظم من السطح
المخروطي الذي عليه ـ م ا ـ ل ب ـ لكون خط ـ م ز ـ ور القائمة اطول
من خط ـ م ا ـ في مثلث ـ م ز ا ـ فجميع سطح الجسم المحيط اعظم من
سطح قطعة ـ ا ج ب ـ وقد تبين هذا من الشكل الثاني والثلاثين ان سطح
الجسم المحمول على القطاع منها و الدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح
احد الاضلاع في الخطوط المتوازية مع نصف القاعدة لان هذا الجسم
ايضا في كرة هي الكرة العظمى .

اقول انما يكون مركز الدائرة التي على الشكل مركز حلقة ـ ا ب
ج ـ لأن الخطوط الخارجة من مركز [illegible] ا الشكل
متساوية لكون كل واحد منها مساويا [illegible] لنصف قطر [illegible]
ونصف ضلع الشكل وانما يكون السطح [illegible] الذي عليه [illegible] ج ل
اعظم من الذي عليه ـ م ا ـ ل ب ـ لان السطح الذي [illegible] ج ل
منها والدائرة التي يقوى نصف قطرها على [illegible] في نصف محيط
مثلث ـ م ل ـ اذا وصل بخط ـ ز ج ـ والسطح المخروطي الذي عليه
ـ م ا ـ ل ب ـ مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح ـ م ا ـ في
نصف [illegible] ج ـ م ل ـ ا ب ـ و ـ ز ج ـ اطول من ـ ا ب ـ و ـ م ز ـ اطول
من ـ م ا ـ والسطح الاول اعظم من الثاني و الثالث يكون السطح الذي
شكله عليه ـ م ز ـ ج ل ـ اعظم من السطح الذي عليه ـ م ا ـ ل ب ـ (١) .

(١٠) سطح الجسم المذكور المحمول في قطعة الكرة اعظم من دائرة
نصف قطرها مساو للخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها مثل الدائرة
العظمى الاولى [illegible] ا ج ب [illegible] والمركز ـ ه ـ والشكل الذي عليها
[illegible] الى على الشكل [illegible] قطر دائرة
[illegible] على سطح احد الاضلاع في الخطوط المتوازية مع نصف القاعدة

(١) الشكل الرابع والعشرون ـ ٢٤ ـ


ل
ه
ط
ع
ن
م
ح
ز
ب
ا
د
ك

ب - لاتحاد اطرافهما وهى محيط الدائرة التى قطرها - اب - وكونهما فى جانب
واحد منها والسطح المخروطى الذى عليه - م ز - ن ح - اعظم من السطح
المخروطى الذى عليه - م ا - ن ب - لكون خط - م ز - وتر القائمة اطول
من خط - م ا - فى مثلث - م ز ا - فجميع سطح المجسم المحيط اعظم من
سطح قطعة - ا ج ب - وقد تبين مما مر فى الشكل الثامن والثلاثين ان سطح ٥
المجسم المعمول على القطاع مسا وللدائرة التى يقوى نصف قطرها على سطح
احد الاضلاع فى الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف القاعدة فان هذا المجسم
ايضا فى كرة هى الكرة العظمى .

اقول انما يكون مركز الدائرة التى على الشكل مركز دائرة - ا ب
ج لأن الخطوط الخارجة من مركز دائرة - ا ب ج - الى زوايا الشكل ١٠
متساوية لكون كل واحد منها مساويا فى القوة لنصف قطر الدائرة الصغرى
ونصف ضلع للشكل وانما يكون السطح المخروطى الذى عليه - م ز - ح ن
اعظم من الذى عليه - م ا - ن ب - لأن السطح الذى عليه - م ز - ح ن
مسا وللدائرة التى يقوى نصف قطرها على سطح - م ز - فى نصف مجموع
حصل - م ن - اذا وصل - وخط - ز ح - والسطح المخروطى الذى عليه ١٥
- م ا - ن ب - مساو للدائرة التى يقوى نصف قطرها على سطح - م ا - فى
نصف مجموع - م ن - ا ب - و - ز ح - اطول من - ا ب - و - م ز - اطول
من - م ا - والسطح الاول اعظم من الثانى ولذلك يكون السطح الذى
عليه - م ز - ح ن - اعظم من السطح الذى عليه - م ا - ن ب - (١) .

(مب) سطح المجسم المذكور المعمول فى قطعة الكرة اعظم من دائرة ٢٠
نصف قطرها مساو للخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن الدائرة
العظيمة المارة بالمجسم - ا ج ب د - والمركز - ه - والشكل الذى عليها
ك ز ل - والدائرة التى على الشكل والباقى كما وصفنا وليقو نصف قطر دائرة
ن - على سطح احد الاضلاع فى الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف قاعدة

---

(١) الشكل الرابع والستون - ٦٤ -

ك ل - جميعا فهو مسا ولسطح - م ط - ف - ح ز - الذى هو ارتفاع قطعة
ك ز ل - من الكرة العظمى كما بينا فى الشكل الخامس والعشرين - و- ح ز
اطول من - ص د - الذى هو ارتفاع قطعة - ا د ب - من الكرة الصغرى
لأنا اذا وصلنا - ك ز - ا د - كانا متوازيين - و - ا ب - مواز - ط ل -
٥ و - ز ه - مشترك فمثلثا - ز ك ح - د ا س - متشابهان و - ز ك - اطول من
د ا - فز ح - اطول من - د س - و - م ط - مسا و لقطر - ج د - لانا اذا
وصلنا - ه ع - كان موازيا - لم ط - لان - ز ع - نصف - ز م - و - ز ه
نصف - ز ط - فه ع - اعنى - ه د - نصف - م ط - و - ج د - ف - د س
مساو لمربع - ا د - فسطح مجسم - ك ل ز - الذى هو مسا و كما تبين فى الشكل
١٠ الحادى والثلاثين لدائرة - ن - التى تقوى نصف قطرها على سطح - م ط -
ف - ح ز - اعظم من دائرة نصف قطرها مسا و لخط - ا د - الذى تقوى على
- ط - اعنى - ج د - ف - د س - وخط - ا د - هو الخط المخرج من
رأس القطعة الى محيط قاعدتها التى هى الدائرة التى قطرها - ا ب - فاذا صح
ما قلنا .

١٥ وقد بان فى الشكل الاربعين ان المجسم المذكور مع مخروط - ك ه
ل - مسا و لمخروط قاعدته دائرة - ن - وارتفاع العمود الواقع من
المركز على احد الاضلاع اعنى نصف قطر الكرة الصغرى اذا كان المجسم
واقعا فى الكرة العظمى التى مركزها - ه - ايضا ويتبين من ذلك انه اعنى
المجسم مع مخروط - ك ه ل - اعظم من مخروط نصف قطر قاعدته خط
٢٠ ا د - وهو الخط الذى يخرج من رأس قطعة الكرة الصغرى الى محيط قاعدتها
وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة الصغرى لأن ارتفاع المخروطين واحد
وقاعدة الاول اعظم (١) .

(مج) لتكن ايضا كرة ودائرة عظمى تقع فيها وقطعة منها اصغر من النصف
عليها - ا ب ج - والمركز - د - ونعمل فيها شكلا متساوى الاضلاع

زوجها

(٩)

(١) الشكل الخامس والستون - ٦٥ -

٦٥ح

ز د ع ل ك ح س ه ج ط ن

الكرة والاسطوانة ص٤٢

زوجها وعليها شكلا شبيهابه فتكون اضلاعهما متوازية كل لنظيره ونرسم على الشكل الذى عليها دائرة ونثبت قطر ـ ح ب ـ وندير الشكل فتتم الكرتان والمجسمان .

ونقول نسبة سطح المجسم الذى على القطاع الى سطح الذى فيه نسبة الضلع الى الضلع مثناة ونسبة المجسم مع المخروط الى المجسم مع المخروط نسبة الضلع الى الضلع مثلثة وليقو نصف قطر دائرة ـ م ـ على سطح احد الاضلاع الذى على القطاع فى الخطوط الواصلة بين الزوايا مع نصف قاعدة ـ ه ز ـ فدائرة ـ م ـ مساوية لسطح المجسم الاعظم لمامر فى الشكل الحادى والاربعين وليقو نصف قطر دائرة ـ ن ـ على سطح احد الاضلاع الذى فى القطاع فى الخطوط الواصلة مع نصف ـ ا ج ـ فهى مساوية لسطح المجسم الاصغر لماتبين فى الشكل الثامن والثلاثين ونسبة احد السطحين الى الآخر بل احدى الدائرتين الى الاخرى كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ كماسأذكره ونسبة الشكل المتساوى الاضلاع الى نظيره التى هى ايضا كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ كنسبة دائرة ـ م ـ الى دائرة ـ ن ـ فاذا نسبة سطح المجسم الى سطح المجسم كنسبة الشكل الى الشكل وكنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثناة ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ م ـ وارتفاعه لنصف قطر الكرة الصغرى فهذا المخروط مساو للمجسم الذى على القطعة مع مخروط ـ د ه ز ـ لمامر فى الشكل الثانى والاربعين ولتكن قاعدة مخروط ـ ع ـ مساوية لدائرة ن ـ وارتفاعه للعمود الواقع من ـ د ـ على ـ ا ل ـ فهو مساو للمجسم الذى فى القطعة مع مخروط ـ د ا ج ـ كما تبين فى الشكل الاربعين ولأن نسبة ـ ه ط ـ الى نصف قطر الكرة الصغرى كنسبة ـ ا ل ـ الى العمود الواقع من د ـ على ـ ا ل ـ وكانت نسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة نصف قطر دائرة م ـ الى نصف قطر دائرة ـ ن ـ يكون مخروطا ـ س ـ ع ـ متشابهين ونسبة احدهما الى الآخر كنسبة القطر الى القطر بل كنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثلثة

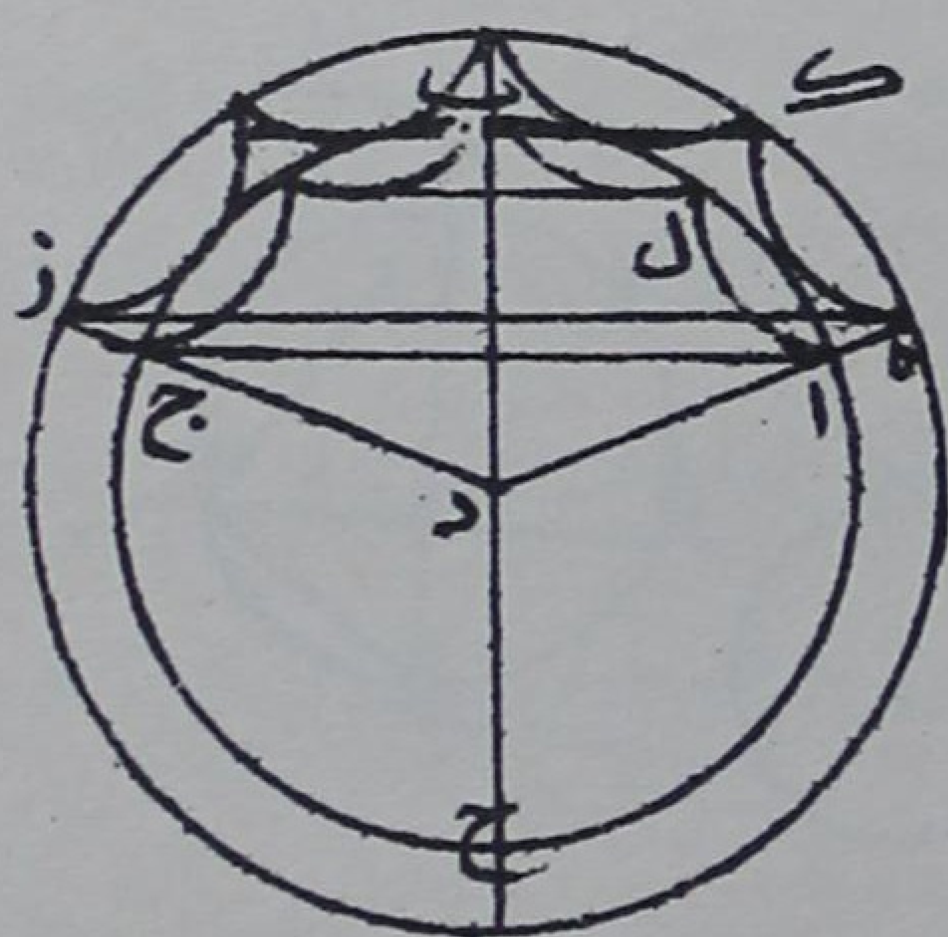
بالتكرير وذلك ما اردناه (١) .

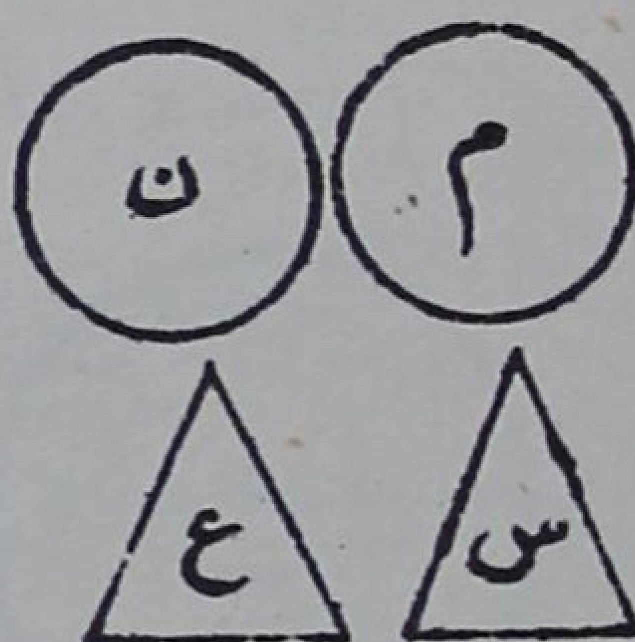
اقول انما تكون نسبة سطح المجسم الاعظم الى سطح المجسم الاصغر كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ لأنا اذا وصلنا خط ـ د ل ك ـ كان مثلثا ـ د ل ا ـ د ك ا ـ متشابهين ونسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ا ـ اعنى كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ا ج ـ بل كنسبة نصفه الى نصفه وكنسبة كل واحد من الخطوط الواصلة بين الزوايا الى نظيره الواصلة بين الزوايا وكنسبة الجميع الى الجميع فاذا السطح الذى يحيط به ـ ه ك ـ مع الخطوط الواصلة ونصف ـ ه ز ـ جميعا شبيهة بالسطح الذى يحيط به ـ ا ل ـ مع الخطوط الواصلة ونصف ـ ا ج ـ جميعا ونسبة السطح الى السطح كنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثناة وكنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ .

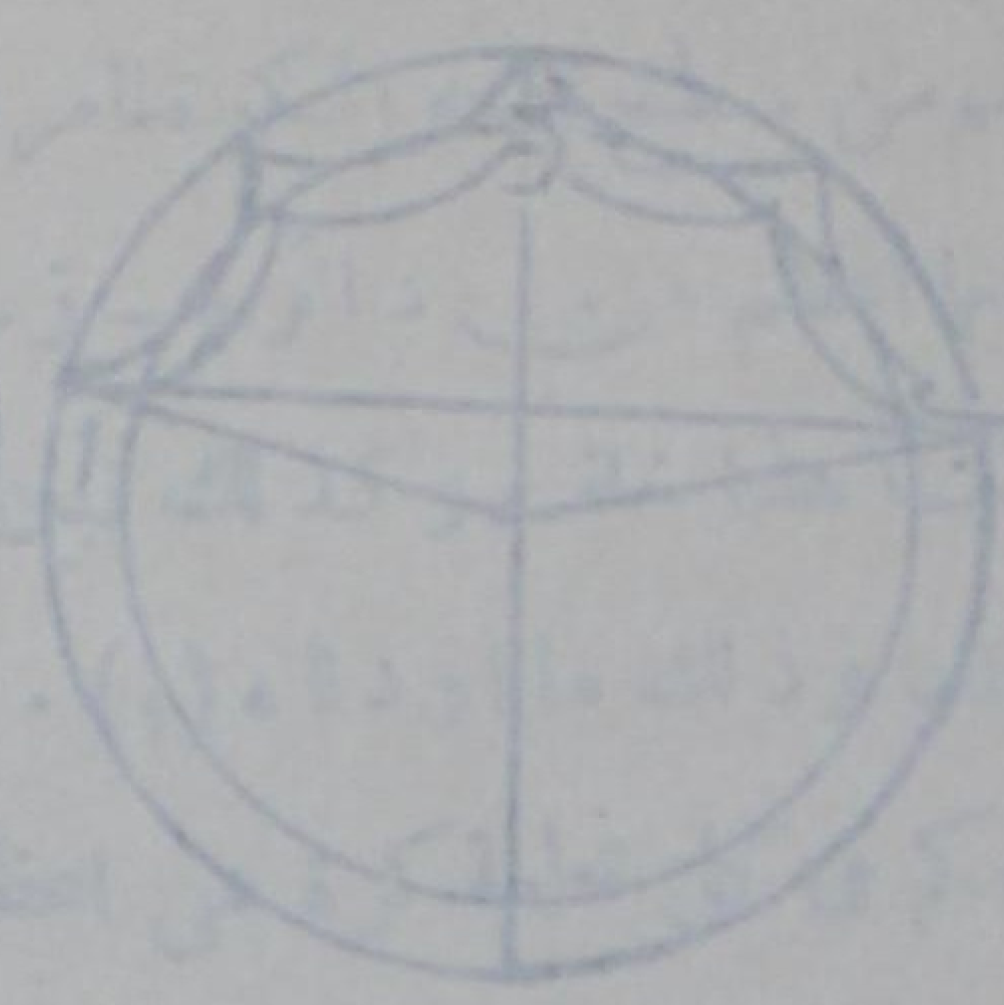
(مد) كل قطعة كرة اقل من نصفها فسطحها مسا و للدائرة التى تساوى نصف قطرها الخط الخارج من نقطة رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن كرة دائرتها العظمى ـ ا ب ج ـ وقاعدة قطعة منها دائرة قطرها ـ ا ب ـ وهى قطعة ـ لا ب ج ـ على قوائم وليكن نصف قطر دائرة ـ ز ـ مسا ويا لخط ب ج ـ .

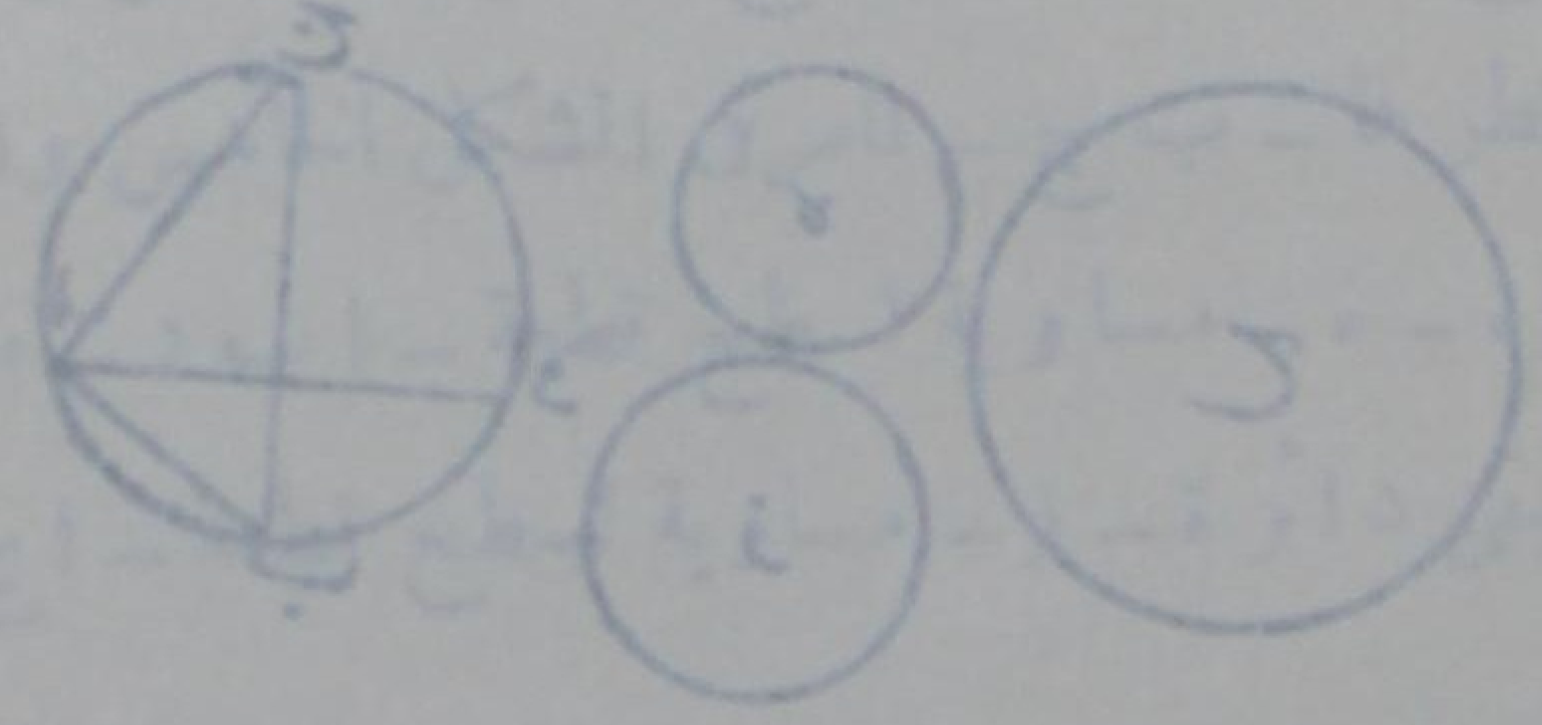
فنقول سطح قطعة ـ ا ب ج ـ من الكرة يساوى دائرة ـ ز ـ والا لكان اما اعظم واما اصغر منها وليكن اولا اعظم ونخرج من ـ د ـ المركز ـ د ا ـ د ب ـ ونعمل على قطعة ـ ا ب ج ـ وفيها شكلين متساوى الاضلاع زوجها متشابهين نسبة الشكل الذى عليها الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة سطح القطعة الى دائرة ـ ز ـ كما مر فى الشكل الخامس ونتمم المجسمين فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة الشكل الى الشكل لكونهما على نسبة الضلع الى الضلع مثناة لما مر فى الشكل المتقدم وتلك النسبة اصغر من نسبة سطح قطعة الكرة الى دائرة ـ ز ـ وسطح المجسم

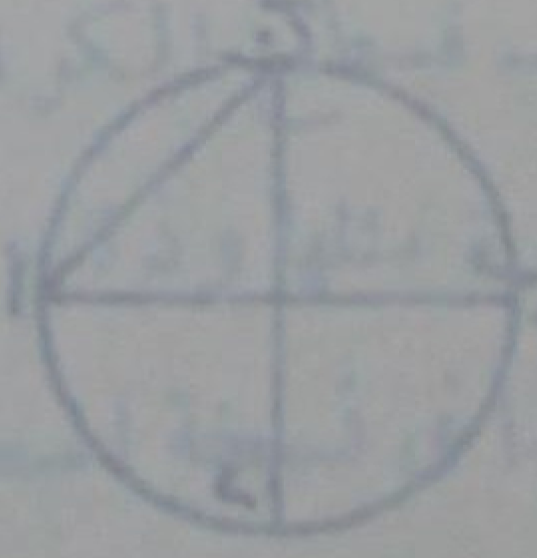
(١) الشكل السادس والستون ـ ٦٦ ـ


ك
ب
ز
ل
ه
ج
ا
د
ح

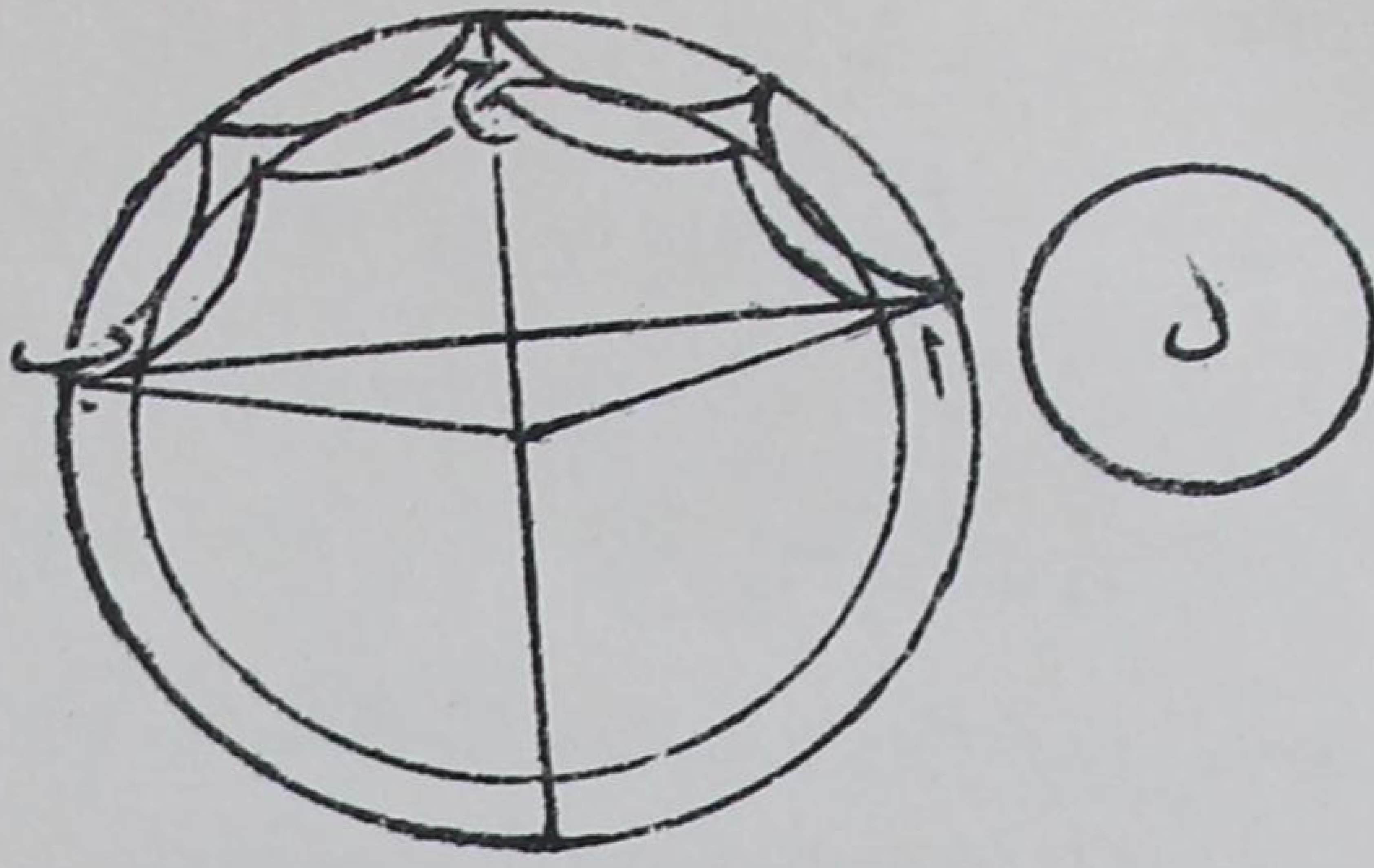

ن
م
ع
س


٥٢

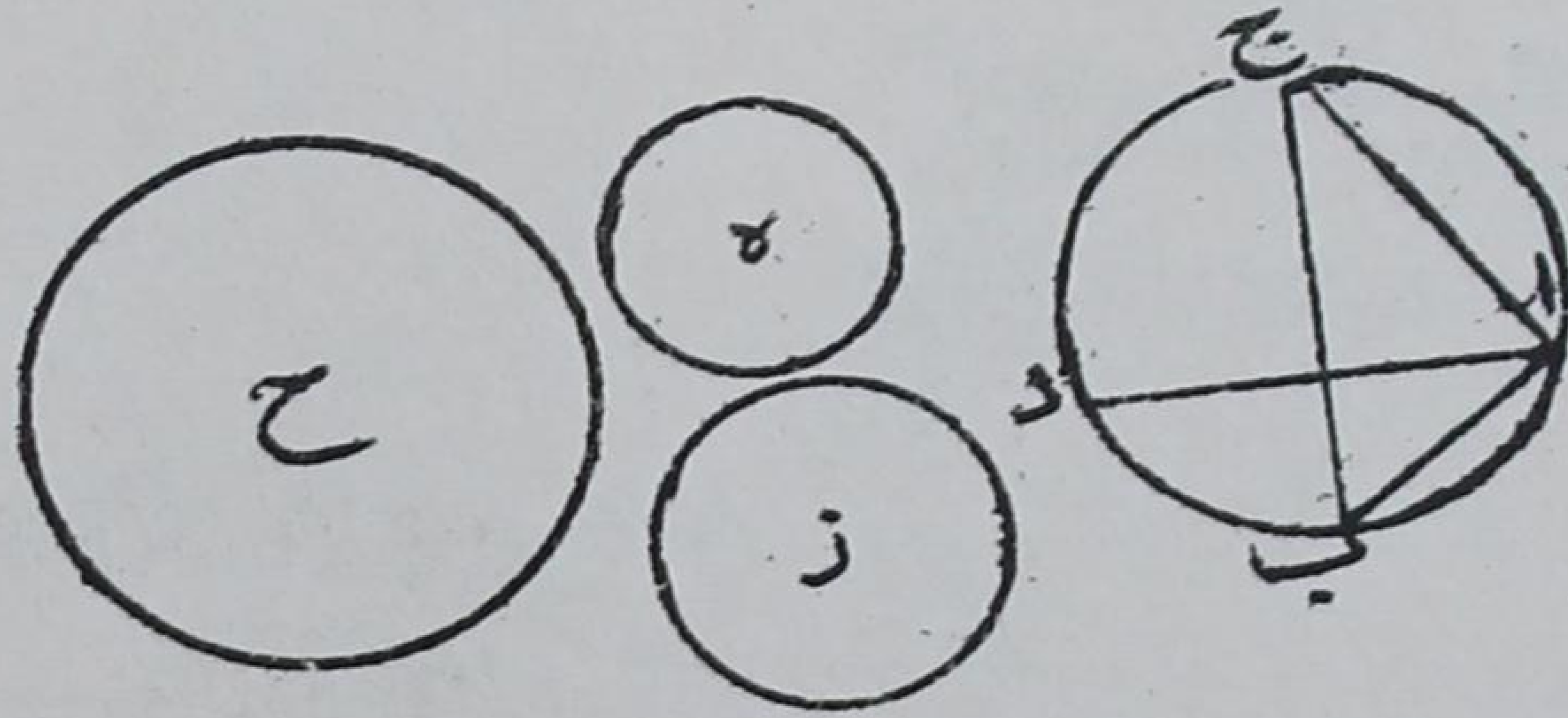

٥٣


٥٤

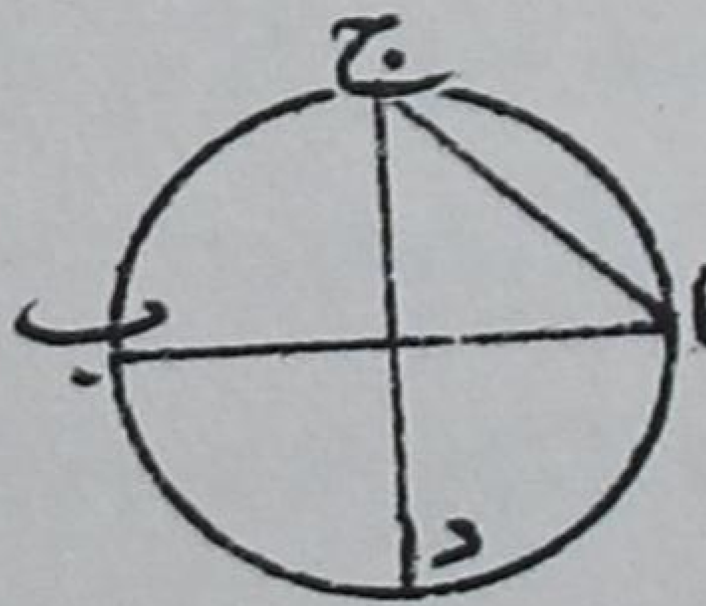
ع ٦٧



ع ٦٨



ع ٦٩



الكرة والاسطوانة صـ ٥٧

المجسم الذى عليها اعظم من سطح قطعة الكرة لما مر فى الشكل الحادى والاربعين فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ـ ز ـ وقد بان فى الشكل التاسع والثلاثين انه اصغر منها هذا خلف وكذلك تبين ان سطح الكرة لا يكون اصغر منها فهى اذا مثلها وذلك ما اردناه (١) .

(مه) وكذلك الحكم فى كل قطعة كرة هى اعظم من نصفها ولنفصل الكرة بسطح يمر بخط ـ اد ـ وليكن ـ اج د ـ اعظم من النصف وليكن القطر ـ ب ج ـ وليتقاطع ـ اد ـ ب ج ـ على قوائم ونصل ـ ب ا ـ ا ج ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ه ـ مثل ـ ب ج ـ فدائرة ـ ح ـ تساوى دائرتى ه ـ ز ـ ودائرة ـ ح ـ مساوية لسطح الكرة لان كل واحد منهما اربعة امثال الدائرة التى قطرها ـ ب ج ـ لما مر فى الشكل الخامس والثلاثين ولغيره من الاصول ودائرة ـ ه ـ مساوية لسطح قطعة ـ اب د ـ من الكرة كما مر فى الشكل المتقدم تبقى دائرة ـ ز ـ مساوية لسطح قطعة ـ اج د ـ العظمى من الكرة (٢) .

(مو) وكذلك الحكم فى نصف الكرة فليكن ـ اب ـ ج د ـ قطرين متقاطعين على قوائم ونصل ـ اج ـ فيكون مربع ـ ج د ـ مثل مربع ـ اج والدائرة التى نصف قطرها ـ ج د ـ مساوية لسطح الكرة لأنها اربعة اضعاف دائرة ـ اج ـ ب د ـ فسطح الكرة مثلا الدائرة التى نصف قطرها ـ ج ا ـ فاذا سطح نصف الكرة مثلها وذلك ما اردناه (٣) .

اقول ولم يعد هذا فى نسخة اسحق شكلا مفردا

(مز) كل قطاع كرة تكون قطعة الكرة منه اصغر من نصفها فهو مساو لمخروط قاعدته تساوى سطح القطعة من الكرة التى للقطاع وارتفاعه يساوى نصف قطر الكرة فلتكن دائرة الكرة العظمى ـ اب د ـ والمركز ـ ج ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ط ـ مساوية لسطح القطعة من الكرة وارتفاعه

(١) الشكل السابع والستون ـ ٦٧ ـ (٢) الشكل الثامن والستون ـ ٦٨ ـ
(٣) الشكل التاسع والستون ـ ٦٣ ـ

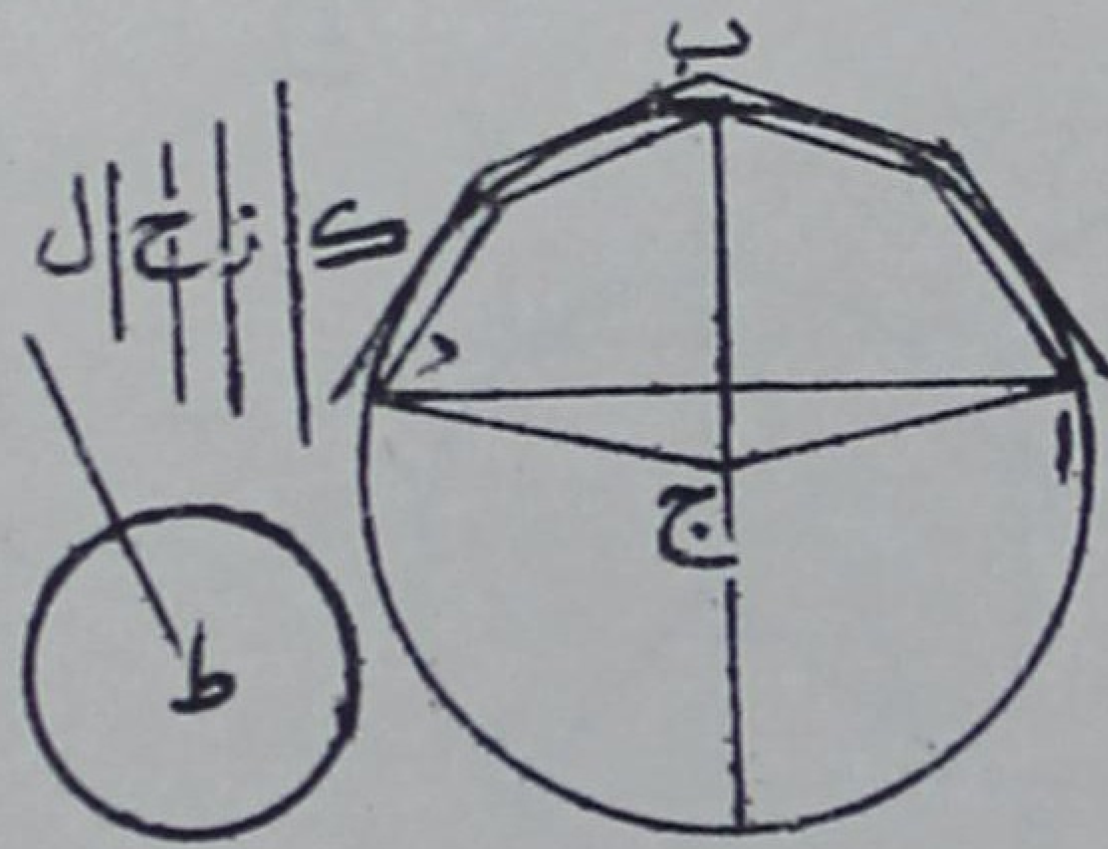
مثل ـ ب ج .

فنقول ان القطاع مساوية للمخروط والا لكان اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونجعل نسبة خط ـ ك ـ الاطول الى خط ـ ه ـ الاقصر اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ـ ط ـ كما مر فى الشكل الثانى وليكن خطا ـ ز ـ ح ـ بينهما على وجه يكون فضل ـ ك ـ على ـ ز ـ مثل فضل ـ ز على ـ ح ـ ومثل فضل ـ ح ـ على ـ ه ـ ونعمل على قطاع الدائرة وفيه شكلين عدد اضلاعهما ز و ج متشابهين تكون نسبة ضلع الذى عليه الى ضلع الذى فيه اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ز ـ كما مر فى الشكل الثالث ونتمم المجسمين فتكون نسبة المجسم الذى على القطاع مع مخروط رأسه ـ ج ـ الى المجسم الذى فيه مع مخروطه كنسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل مثلثة كما مر فى الشكل الثالث والاربعين ونسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ز ـ فنسبة المجسم الى المجسم مع المخروطين اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ز ـ مثلثة التى هى اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ه ـ كما بينا التى هى اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ـ ط ـ فنسبة المجسم الذى على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذى فيه مع مخروطه اصغر كثيرا من نسبة القطاع الى مخروط ـ ط والمجسم الذى على القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع فالمجسم الذى فيه مع مخروطه اعظم من مخروط ـ ط ـ وقد بان فى الشكل الاربعين انه اصغر منه هذا خلف .

ثم ليكن مخروط ـ ط ـ اعظم من القطاع و نجعل نسبة ـ ك ـ الى ـ ه ـ اصغر من نسبتهما ونستأنف العمل الى ان نبين ان نسبة المجسم الذى على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذى فيه مع مخروطه اصغر من نسبة مخروط ط ـ الى القطاع والمجسم الذى على القطاع اعظم من مخروط ـ ط ـ لما مر فى آخر الشكل الثامن والاربعين فالمجسم الذى فى القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع هذا خلف فاذا القطاع يساوى مخروط ـ ط ـ وذلك ما اردناه(١) .

(١) الشكل السبعون ـ ٧٠ـ . (مح)

٢٠١



الكرة والاسطوانة ص٢٦

يا

(مح) وايضا القطاع الذى قطعة الكرة منه اعظم من نصفها يساوى المخروط الذى قاعدته مساوية لسطح القطعة العظمى وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة ولتكن دائرتها العظمى - اج ب و - والقطر - ج د - والمركز - ه - وليكن ب ز - عمودا على - ج د - فقطاع - اج - ب ه - يساوى المخروط الذى يساوى نصف قطر قاعدته - ب ج - وارتفاعه - ج ه - كما مر فى الشكل المتقدم ٥
وليكن - ب ج - نصف قطر دائرة - ح - و - ب د - نصف قطر دائرة - ك ودائرة - ط - اربعة امثال دائرة - ا ب ج - فهو مثل سطح الكرة لما مر فى الشكل الخامس والثلاثين ونوسم على دوائر - ح - ط - ك - مخروطات ارتفاعاتها مثل نصف قطر الكرة فيكون مخروط - ط - مساويا للكرة لما مر فى الشكل السادس والثلاثين ومخروط - ح - لقطاع - اج - ب ه - لما مر ١٠
فى الشكل المتقدم ويبقى مخروط - ك - الذى نصف قطر قاعدته - ب د وارتفاعه - ه د - مساويا لقطاع - ب د - ا ه - وذلك ما اردناه (١).

تمت المقالة الاولى من كتاب الكرة والاسطوانة

المقالة الثانية

من كتاب ارشميدس فى الكرة والاسطوانة ١٥

صدر المقالة

الى ذوسيثاوس من ارشميدس - سلام عليك قد كنت ابتدأت يا ذوسيثاوس فارسلت الينا كتابا فيه مسائل مبرهنة وهى المسائل التى ارسلت مقدماتها الى قونون فارسلت اليك كتابى هذا الذى ذكرت فيها علوما تبينها واولها ان سطح كل كرة اربعة اضعاف اعظم دائرة يقع فيها وبعده ان سطح ٢٠
قطعة الكرة مساو للدائرة التى نصف قطرها تساوى الخط الخارج من رأس القطعة الى محيط دائرة قاعدتها وان كل اسطوانة يحيط بكرة وتكون قاعدتها مساوية لأعظم دائرة تقع فيها وارتفاعها مساو لنصف قطرها فهى مثل ونصف

(١) الشكل الحادى والسبعون - ٧١ -

تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها مثل ونصف سطح الكرة وان كل قطاع كرة فهو مساو لمخروط قاعدته دائرة مساوية لسطح قطعة الكرة التى من القطاع وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة فهذا ما ارسلته اليك .

واما هذا الكتاب الذى افتتحه ففيه هذه العلوم .

٥ (ا) فى الطريق الى عمل كرة مساوية لاسطوانة اومخروط مفروضين .

(ب) فى بيان ان كل قطعة كرة فهى مساوية لمخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه خط تكون نسبته الى ارتفاع القطعة كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية الى ارتفاع القطعة الباقية وحده .

(ج) فى قسمة كرة معلومة بسطح الى قسمين تكون نسبة سطحيهما نسبة

١٠ مفروضة .

(د) فى قسمة كرة معلومة بسطح تكون نسبة قطعتها نسبة مفروضة .

(ه) فى الطريق الى عمل قطعة كرة تساوى قطعة وتشبه قطعة من كرتين معلومتين .

(و) فى الطريق الى عمل قطعة كرة تشبه قطعة كرة اخرى معلومة

١٥ وتساوى سطحها سطح قطعة معلومة من كرة اخرى .

(ز) فى الطريق الى فضل قطعة من كرة معلومة تكون نسبتها الى مخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها نسبة مفروضة .

(ح) فى بيان ان الكرة اذا قسمت بسطح الى قطعتين مختلفتين كانت نسبة اعظمهما الى اصغرهما اصغر من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير واعظم من النسبة

٢٠ المؤلفة من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير ومن النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة سطحيهما .

(ط) فى بيان ان نصف الكرة تكون اعظم من كل قطعة كرة يتساوى سطحاهما سواء كانت القطعة اعظم من النصف او اصغر .

فهذا ما قصدنا بيانه فى هذه المقالة وقد بان مما مر فى المقالة الاولى ان لنا

لنا ان نعمل كرة يساوى سطحها اعظم دائرة يقع فى كرة اخرى معلومة وذلك لأنا بينا ان سطح الكرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فهو الذى نريد ان يساوى سطح الكرة المعمولة .

اقول اذا عملنا على نصف قطر الكرة المعلومة كرة كان سطحها مساويا لذلك وذلك بين مما مر فى المقالة الاولى . ٥

الاشكال

(١) نريد ان نعمل كرة مساوية لأسطوانة معلومة او لمخروط معلوم فلتكن الأسطوانة او المخروط المعلومان – ا – و – ب – كرة مساوية لها ولتكن اسطوانة – ج ز د – مثل ونصف – ا – واسطوانة – ح ل ط – مثل ونصف كرة – ب – وليكن ارتفاع – ك ل – مساويا لقطر الكرة ١٠ فاسطوانة – ه – مساوية لأسطوانة – ك – وعلى التى فى نسبة قاعدة – ج د الى قاعدة – ح ط – التى هى كنسبة مربع – ج د – الى مربع – ح ط – كنسبة ارتفاع – ك ل – الى ارتفاع – ه ز – و – ك ل – المساوى لقطر الكرة مساو – ح ط – وذلك لأن سهم الأسطوانة التى هى مثل ونصف الكرة مساو لقطرها ودائرة قاعدتها لأعظم دائرة تقع فيها لما تبين فى تذنيب الشكل السادس والثلاثين ١٥ من المقالة الاولى فنسبة مربع – ج د – الى مربع – ح ط – كنسبة – ح ط الى – ه ز –

وليكن مربع – ح ط – مساويا لسطح – ج د – فى – م ن – فنسبة ج د – الى – م ن – كنسبة مربع – ج د – الى مربع – ح ط – التى هى كنسبة ح ط – الى – ه ز – واذا بدلنا كانت نسبة ج د – الى – ح ط – كنسبة – ٢٠ م ن – الى – ه ز – ونسبة – ج د – الى – ح ط – كنسبة – ح ط – الى م ن – فخطوط – ج د – ط ح – م ن – ه ز – متناسبة وكل واحد من ج د – ه ز – معلوم فاللذان يناسبانهما فيما بينهما معلومان وتركيب ذلك على ما نصف – نجعل الاسطوانة او المخروط المعلومين – ا – ولتكن الاسطوانة

التى قاعدتها دائرة ـ ه ـ وارتفاعها ـ ه ز ـ مثل ونصف ـ ا ـ ونأخذ خطين
فيما بين خطى ـ ج د ـ ه ز ـ ينا سبانهما وانا سأذكر الطريق اليه وليكونا
ح ط ـ م ن ـ فيكون خطوط ـ ج د ـ ح ط ـ م ن ـ ه ز ـ متوالية
متناسبة ونعمل اسطوانة قاعدتها دائرة قطرها ـ ح ط ـ وارتفاعها مساو
٥ ايضا ـ لح ط ـ وهو ـ ك ل ـ فتكون مساوية لاسطوانة ـ ه ـ وذلك
لان نسبة ـ ج د ـ الى ـ م ن ـ كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط
التى هى كنسبة دائرة ـ ج د ـ الى دائرة ـ ح ط ـ وكنسبة ـ ح ط ـ اعنى
ك ل ـ الى ـ ه ز ـ فالقاعدتان متكافئتان للارتفاعين فالاسطوانتان متساويتان
ونرسم على ـ ح ط ـ كرة ـ ب ـ فتكون اسطوانة ـ ح ل ط ـ مثل ونصفها
ولذلك تكون مساوية ـ لا ـ و ـ ذلك ما اردناه (١).

١٠ اقول للقدماء فى التوصل الى وجود خطين متناسبين لخطين معلومين
فيما بينهما طرق ـ اكثرها يتعلق بتحريك الآلات وذلك بأهل العمل اليق والمناسب
للنظريات هو الطريق المبنى على بعض اصول ابلونيوس المذكورة فى كتاب
المخروطات فأوردته ها هنا وها هو ذا .

ليكن ـ ا ب ـ ا ج ـ خطين نريد أن نجد متناسبين لهما فيما بينهما
١٥ ونجعلهما محيطين لقائمة ـ ا ـ ونتمم سطح ـ ا د ـ المتوازى الاضلاع ونرسم
عليه دائرة ـ ا ب ـ ونصل قطرى ـ ا د ـ ج ب ـ فيتقاطعان على مركز ـ
ه ـ ونخرج ـ ا ب ـ ا ج ـ الى غيرنهاية ونخرج من ـ د ـ خط ـ ز د ـ
ح ـ موازيا ـ لب ج ـ فينصف على ـ د ـ لتساوى خطى ـ ب ه ـ ه ج
ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ـ د ـ ويكون خطا ـ ا ب ـ ا ج ـ اللذين لايقعان
٢٠ عليه كما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب اصول المخروطات
لابلونيوس وليكن ذلك قطع ـ د ط ـ فان كان خطا ـ ا ب ـ ا ج ـ متساويين
كان قطر ـ ا ه د ـ عمودا على ـ ب ج ـ بل على ـ ز ح ـ وكان ـ ز ح ـ

(١) الشكل الثانى والسبعون ـ ٧٢ ـ

٤٢

الكرة والاسطوانة ص

مماسا للدائرة لكون ـ اد ـ عمودا على ـ ز ح ـ ومماسا للقطع ايضا لتساوى
خطى ـ زد ـ دح ـ كما تبين فى الشكل التاسع من المقالة الثانية منه والقطع
لايقطع الدائرة وتكون خطوط ـ اب ـ ج ح ـ ز ب ـ اج ـ الاربعة
مساوية لتشابه مثلثات ـ اب ج ـ ب ز د ـ ج دح ـ الثلاثة وتساوى ضلعى
اب ـ اج ـ فيها فيكون خطا ـ ج ح ـ ب ز ـ قد وقعا بين خطى ـ اب ـ ٥
اج ـ المتساويين وتناسب الاربعة واما اذا اختلفا وليكن ـ اب ـ اطول
من ـ اج ـ فيكون ـ زح ـ قاطعا للدائرة فيما بين ـ ج د ـ لكون
زاوية ـ ادخ ـ المساوية لزاوية ـ اه ج ـ حادة ووجب ان يقطع القطع
الدائرة والا لوقع قوس ـ ط د ـ من الدائرة فيما بين القطع وخط ـ ز ح ـ
المماس له وحينئذ يمكن ان يقع بينهما خطوط مستقيمة توصل بين نقطة ـ د ـ ١٠
وأى نقطة تفرض على قوس ـ ط د ـ وهذا محال كما تبين فى الشكل الثانى
والثلاثين من المقالة الاولى من كتابه ولايمكن ان يتقاطعا على اكثر من نقطتين
لتقابل انجذابهما كما تبين فى الشكل الثلاثين من المقالة الرابعة من كتابه وليتقاطعا
على نقطتى ـ د ـ ط ـ ونصل ـ د ط ـ ونخرجه الى ـ ك ل .

اقول فخطا ـ ج ل ـ ب ك ـ هما المطلوبان وذلك لأن خطى ـ
ك د ـ ط ل ـ الواقعين بين القطع والخطين اللذين لايقعان عليه متسا ويان ١٥
لما تقرر فى الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه فسطح ـ ط ك ـ فى ـ ك
د ـ يساوى سطح ـ اك ـ فى ـ ك ب ـ لخروج ـ ك ط ـ ك ا ـ من نقطة
ك ـ الى الدائرة قاطعين اياها وكذلك سطح ـ د ل ـ فى ـ ل ط ـ يساوى
سطح ـ ال ـ فى ـ ل ج ـ فسطح ـ اك ـ فى ـ ك ب ـ يساوى سطح ـ ا
ل ـ فى ـ ل ج ـ وتكون نسبة ـ اك ـ الى ـ ال ـ كنسبة ـ ج ل ـ الثانى ٢٠
الى ـ ك ب ـ الثالث ونسبة ـ اك ـ الى ـ ال ـ كنسبة ـ ج د ـ اعنى ـ
اب ـ الاول الى ـ ج ل ـ الثانى لتشابه مثلثى ـ اك ل ـ ج د ل ـ وكنسبة
ك ب ـ الثالث الى ـ ب د ـ اعنى ـ ا ج ـ الرابع لتشابه مثلثى ـ اك ل ـ

ب ك د - فاذا وجدنا فيما بين خطى - اب - اج - خطى - ج ل - ب ك - مناسبين لهما ونعود الى الكتاب (١).

(ب) كل قطعة كرة مساوية لمخروط قاعدته مساوية لقاعدة القطعة وارتفاعه خط تكون نسبته الى ارتفاع تلك القطعة كنسبة نصف قطر الكرة وارتفاع القطعة الباقية مجموعين الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها فليكن - اج - ٥
قطر اعظم دائرة يقع على كرة ما ولنقسم الكرة بسطح يقوم على دائرة - اج - على قوائم ويمر بخط - ب ز - وليكن المركز - ط - ونجعل نسبة - ط ا - ا ه - مجموعين الى - ا ه - كنسبة - د ه - الى - ه ج - ونجعل نسبة - ط ج - ج ه - جميعا الى - ج ه - كنسبة - ك ه - الى - ه ا - ونعمل على الدائرة
التى قطرها - ب ز - مخروطى - ب د ز - ب ك ز -. ١٠
فاقول ان مخروط - ب د ز - مساو لقطعة - ب ج ز - من الكرة وان مخروط - ب ك ز - مساو لقطعة - ب ا ز - منها ونصل خطوط - ب ط - ط ز - ب ج - ب ا - ز ج - ز ا - ولتكن قاعدة مخروط - م - مساوية للدائرة التى تساوى سطح قطعة - ب ج ز - من الكرة فيكون نصف
قطرها مساويا - لب ج - كما مر فى الشكل الرابع والاربعين من المقالة الاولى ١٥
وليكن ارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فمخروط - م - يساوى قطاع - ب ج ز - لما تبين فى الشكل السابع والاربعين من المقالة الاولى ولأن نسبة - د ه - الى - ه ج - كنسبة - ط ا - ا ه - مجموعين الى - ا ه - يكون بالتفصيل نسبة - د ج - الى - ج ه - كنسبة - ط ا - الى - ا ه - وبالابدال نسبة - د ج -
الى - ط ا - اعنى - ط ج - كنسبة - ج ه - الى - ا ه - وبالتركيب نسبة ٢٠
د ط - الى - ط ج - كنسبة - ج ا - الى - ا ه - ونسبة - ج ا - الى - ا ه - كنسبة مربع - ج ب - الى مربع - ب ه - فنسبة - د ط - الى - ط ج - كنسبة مربع - ج ب - الى - مربع - ب ه - و - ج ب - مساو لنصف قطر دائرة - م - و - ب ه - نصف قطر الدائرة التى قطرها - ب ز - و - د ط

ارتفاع

(١) الشكل الثالث والسبعون - ٧٣ -.

شـ٣

ا ب ز ع ج د ط ح ك

ارتفاع معين - ز د - ب ط - المجسم - و - ط ج - ارتفاع مخروط - م
فنسبة ارتفاع معين - ز د ب ط - المجسم الى ارتفاع مخروط - م - كنسبة
مربع نصف قطر دائرة - م - الى مربع نصف قطر دائرة - ب ز - بل كنسبة
قاعدة مخروط - م - الى دائرة - ب ز - التى هى قاعدة مخروطى المعين المجسم
على التكافى فمعين - ز د - ب ط - المجسم ومخروط - م - متساويان وكان ٥
مخروط - م - مساويا لقطاع - ب ج ز ط - فمعين - ز د ب ط - وقطاع
ب ج ز ط - متساويان ويلقى مخروط - ب ط ز - المشترك تبقى قطعة
كرة - ب ج ز - مساوية لمخروط - ب د ز - وبمثل ذلك تبين ان مخروط
ب ك ز - مساو لقطعة كرة - ب ا ز - فنقول لأن نسبة - ك ه - الى - ه ا
كنسبة - ط ج - ج ه - مجموعين الى - ج ه - فبالتفصيل نسبة - ك ا - الى ١٠
ا ه - كنسبة - ط ج - الى - ج ه - وبالابدال نسبة - ك ا - الى ط ج - اعنى
ط ا - كنسبة - ا ه - الى - ج ه - وبالتركيب نسبة - ك ط - الى - ط ا
كنسبة - ا ج - الى - ج ه - ونسبة - ا ج - الى - ج ه - كنسبة مربع
ا ه - الى مربع - ب ه - وليكن نصف قطر دائرة - ن - مثل خط - ا ب
فهى مساوية لسطح قطعة كرة - ب ا ز - ونعمل عليه مخروطا ارتفاعه نصف ١٥
قطر الكرة فيكون القطاع الذى عليه - ب ط ز ا - مساويا له ولأن نسبة
ك ط - الى - ط ا - كنسبة مربع - ا ب - نصف قطر دائرة - ن - الى
مربع - ب ه - نصف قطر دائرة - ب ز - بل كنسبة دائرة - ن - الى دائرة
ب ز - و - ا ط - ارتفاع مخروط - ن - و - ك ط - ارتفاع مجسم - ب
ط ز ك - فقاعدتا مخروط - ن - ومجسم - ب ط ز ك - مكافئتان ٢٠
لارتفاعيهما وكان مخروط - ن - مساويا لقطاع - ب ط ز ا - فمجسم - ب
ط ز ك - وقطاع - ب ط ز ا - متساويان ونزيد عليهما مخروط - ب
ط ز - فيصير مخروط - ب ك ز - مساويا لقطعة كرة - ب ا ز - وهنالك
استبان ان نسبة كل قطعة كرة الى المخروط الذى قاعدته قاعدتها وارتفاعه

ارتفاعها كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية وذلك لأن نسبة
قطعة كرة ـ ب ج ز ـ اعنى مخروط ـ ب د ز ـ الى مخروط ـ ب ج ز
كنسبة ارتفاع ـ د ه ـ الى ارتفاع ـ ج ه ـ التى هى كنسبة ـ ط ا ـ ا ه
مجموعين الى ـ ا ه ـ وحده وكذلك فى القطعة الاخرى .

٥ ونبين هذا الحكم بوجه آخر

وهو ان نبين ان مخروط ـ ب ك ز ـ بعينه مسا ولقطعة كرة ـ ب
ا ز ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ن ـ مساوية لسطح الكرة وارتفاعه لنصف
قطر الكرة فيكون المخروط مساويا للكرة لما مر فى الشكل السادس والثلاثين
من المقالة الاولى ويكون اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لأعظم دوائر
١٠ الكرة وارتفاعه نصف قطرها ولأن نسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ
د ه ـ الى ـ ه ج ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا تكون نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ
كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ وايضا لأن نسبة ـ ك ه ـ الى ـ ا ه ـ
كنسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ معا الى ـ ج ه ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت
نسبة ـ ك ا ـ الى ـ ج ط ـ بل الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ التى
١٥ هى كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ فنسبة ـ ك ا ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ
ط ج ـ الى ـ د ج ـ وبالترتيب نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ط د
الى ـ د ج ـ ونسبة ـ ك د ـ الى ـ د ط ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا ـ
وسطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ مساو لسطح ـ د ط ـ فى ـ ط ك ـ وايضا
لأن نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ط د ـ الى ـ د ج ـ فاذا ابدلنا
٢٠ كانت نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط د ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ وكانت
نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ فنسبة ـ ك ط ـ
الى ـ ط د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ ونسبة مربع ـ ك د ـ الى سطح
ك ط ـ فى ـ ط د ـ كنسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ـ ا ه ـ فى ـ ه ج ـ
وكان سطح ـ ك ط ـ فى ـ ط د ـ كسطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ فنسبة

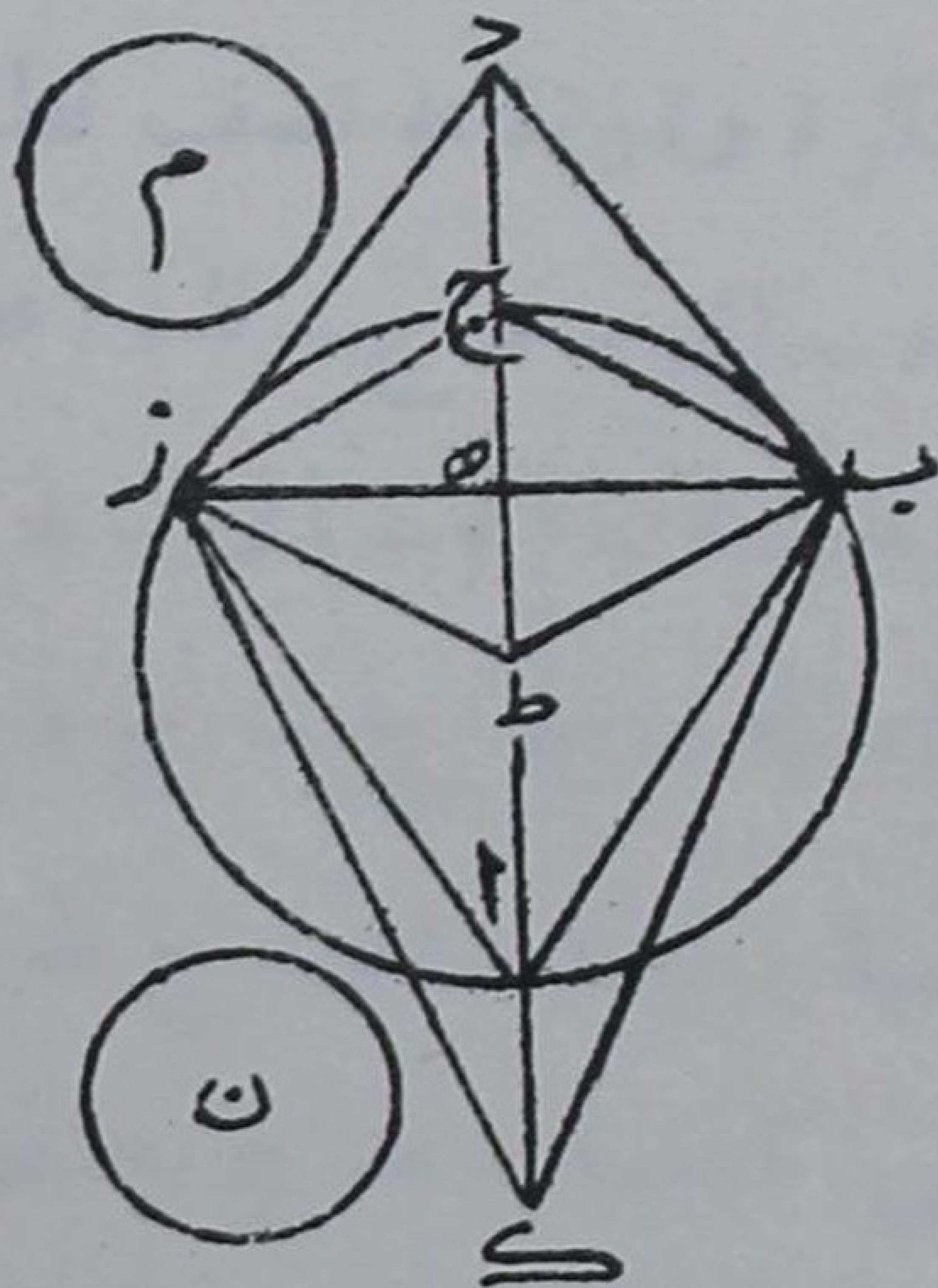
مربع

مربع ـ ك د ـ الى سطح ـ ك د ـ ق ـ ط ا ـ التى هى كنسبة ـ ك د ـ الى
ط د ـ كنسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ـ ا ه ـ ق ـ ه ج ـ اعنى نسبة مربع
ا ج ـ الى مربع ـ ه ب ـ و ـ ا ج ـ هو نصف قطر دائرة ـ ن ـ فنسبة مربع
نصف قطر دائرة ـ ن ـ الى مربع ـ ه ب ـ اعنى نسبة دائرة ـ ن ـ الى دائرة
ب ز ـ كنسبة ـ ك ق ـ ارتفاع معين ـ ب د ز ك ـ المجسم الى ـ ط ا
ارتفاع مخروط ـ ن ـ فمخروط ـ ن ـ اعنى الكرة مساو لمعين ـ ب د ز ك
المجسم وقد تبين ان قطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة مساوية لمخروط ـ ب د ز
تبقى قطعة ـ ب ا ز ـ منها مساوية لمخروط ـ ب ك ز ـ وذلك ما اردناه(١)

(ج) نريد ان نبين كيف نقسم كرة معلومة بسطح بحد لتكون نسبة
سطح احد القسمين الى سطح القسم الآخر كنسبة مفروضة فلتكن دائرتها
العظمى ـ ا د ب ه ـ وقطرها ـ ا ب ـ [illegible] سطحا على قوائم يكون
فصلها المشترك ـ د ه ـ و نصل ـ ا د ـ [illegible] سطح قطعة كرة
د ا ه ـ الى سطح قطعة كرة ـ د ب [illegible] وسطح ـ د ا ه
مساو لدائرة نصف قطرها ـ ا د ـ وسطح [illegible] ب ه ـ مساو لدائرة
نصف قطرها ـ ب د ـ لما تبين فى الشكل [illegible] والاربعين والخامس
والاربعين من المقالة الاولى ونسبتها نسبة مربع ـ ا د ـ الى مربع ـ د ب ـ اعنى
نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ التى هى النسبة
المفروضة ولذلك تصير نقطة ـ ج ـ من خط ـ ا ب ـ معلومة ونقيم على
مقطع ـ ا ب ـ سطحا على قوائم ويمر بخط ـ د ه ـ فتنقسم الكرة وتركيبه
هكذا .

عمل الدائرة العظمى من الكرة دائرة ـ ا د ب ه ـ والقطر ـ ا ب
والنسبة المفروضة نسبة ـ ز ـ الى ـ ح ـ ونقسم ـ ا ب ـ على تلك النسبة
بنقسم على ـ ج ـ وتكون نسبة ـ ا ج ـ [illegible] ـ ز ـ الى ـ ح
ونقسم الكرة بسطح يمر على ـ ج ـ ويقوم على سطح دائرة ـ ا ب ـ فيكون

(١) الشكل الرابع والسبعون ـ ٧٤



الكرة والاسطوانة ص٨٥

مربع ـ ك د ـ الى سطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ التى هى كنسبة ـ ك د ـ الى
ط د ـ كنسبة مربع ـ اج ـ الى سطح ـ ا ه ـ فى ـ ه ج ـ اعنى نسبة مربع
اج ـ الى مربع ـ ه ب ـ و ـ ا ج ـ هو نصف قطر دائرة ـ ن ـ فنسبة مربع
نصف قطر دائرة ـ ن ـ الى مربع ـ ه ب ـ اعنى نسبة دائرة ـ ن ـ الى دائرة
ب ز ـ كنسبة ـ ك ز ـ ارتفاع معين ـ ب د ز ك ـ المجسم الى ـ ط ا
ارتفاع مخروط ـ ن ـ فمخروط ـ ن ـ اعنى الكرة مساو لمعين ـ ب د ز ك ٥
المجسم وقد تبين ان قطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة مساوية لمخروط ـ ب د ز
تبقى قطعة ـ ب ا ز ـ منها مساوية لمخروط ـ ب ك ز ـ وذلك ما اردناه(١).

(ج) نريد ان نبين كيف تقسم كرة معلومة بسطح بقسمين تكون نسبة
سطح احد القسمين الى سطح القسم الآخر كنسبة مفروضة فلتكن دائرتها
العظمى ـ ا د ب ه ـ وقطرها ـ ا ب ـ وليقم عليها سطحا على قوائم يكون ١٠
فصلهما المشترك ـ د ه ـ و نصل ـ ا د ب ـ فلأن نسبة سطح قطعة كرة
د ا ه ـ الى سطح قطعة كرة ـ د ب ه ـ هى المفروضة وسطح ـ د ا ه
مساو لدائرة نصف قطرها ـ ا د ـ وسطح قطعة ـ د ب ه ـ مساو لدائرة
نصف قطرها ـ ب د ـ لما تبين فى الشكلين الرابع والاربعين والخامس
والاربعين من المقالة الاولى ونسبتها نسبة مربع ـ ا د ـ الى مربع ـ د ب ـ اعنى ١٥
نسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ التى هى النسبة
المفروضة ولذلك تصير نقطة ـ ج ـ من خط ـ ا ب ـ معلومة ونقيم على
سطح ـ ا ب ـ سطحا على قوائم ويمر بخط ـ د ه ـ فتنقسم الكرة وتركيبه
هكذا.

نجعل الدائرة العظمى من الكرة دائرة ـ ا د ب ه ـ والقطر ـ ا ب ٢٠
والنسبة المفروضة نسبة ـ ز ـ الى ـ ح ـ ونقسم ـ ا ب ـ على تلك النسبة
فينقسم على ـ ج ـ وتكون نسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ز ـ الى ـ ح
ونقسم الكرة بسطح يمر على ـ ج ـ ويقوم على سطح دائرة ـ ا ب ـ فيكون

(١) الشكل الرابع والسبعون ـ ٧٤

فصلهما المشترك - د ه - ونصل خطى - د ا - د ب - وليكن نصف قطر دائرة
ط ك - مساويا لخط - ا د - ونصف قطر دائرة - ك - مساويا لخط - د ب
فدائرة - ط - مساوية بسطح قطعة كرة - د ا ه - ودائرة - ك - مساوية
لسطح قطعة كرة - د ب ه - لما مر فى الشكلين الرابع والاربعين والخامس
والاربعين من المقالة الاولى ولأن زاوية - ا د ب - قائمة وخط - د ج ٥
عمودا تكون نسبة - ا ج - الى - ج ب - التى هى كنسبة - ز - الى - ح
كنسبة مربع - ا د - الى مربع - د ب - التى هى كنسبة دائرة - ط - الى
دائرة - ك - بل كنسبة سطح قطعة كرة - د ا ه - الى سطح قطعة كرة
د ب ه - وذلك ما اردناه (١) .

(د) نريد ان نبين كيف تقسم كرة معلومة بقسمين تكون نسبة احدهما ١٠
الى الآخر كنسبة معلومة فلتكن الكرة - ا ب ج د - ولتكن منقسمة بسطح
يمر بخط - ا ج - الى قطعتى - ا د ج - ا ب ج - نسبتها النسبة المذكورة
ننصف الكرة بسطح يمر على المركز ويقوم على السطح المذكور على قوائم فتحدث
دائرة - ا ب ج د - العظمى وليكن المركز - ك - والقطر - د ب - ونجعل
نسبة - ك د - د ح - جميعا الى - د ح - كنسبة - ق ح ب - الى - ح ب - ونسبة ١٥
ل ح - الى - د ح - كنظيرتها ونصل خطوط - ا ل - ل ج - ا ق - ق ج
فمخروط - ا ل ج - مساو لقطعة كرة - ا د ج - ومخروط - ا ق ح - مساو
لقطعة كرة - ا ب ج - لما تبين فى الشكل الثانى من هذه المقالة ونسبة مخروط
ا ل ج - الى مخروط - ا ق ج - معلومة وهى كنسبة - ل ح - الى - ح
ق - لاشتراكهما فى القاعدة ولأن نسبة - ل ح - الى - د ح - كنسبة - ك ٢٠
ب - ب ح - جميعا الى - ب ح - فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة - ل د -
الى - ك د - كنسبة - د ح - الى - ح ب - ولأن نسبة - ق ح - الى - ح
ب - كنسبة - ك د - د ح - معا الى - د ح - فاذا فصلنا ثم ابدلنا وخالفنا كانت
نسبة - د ح - الى - ح ب - كنسبة - ك د - اعنى - ك ب - الى - ق ب

فنسبة

(١) الشكل الخامس والسبعون - ٧٥

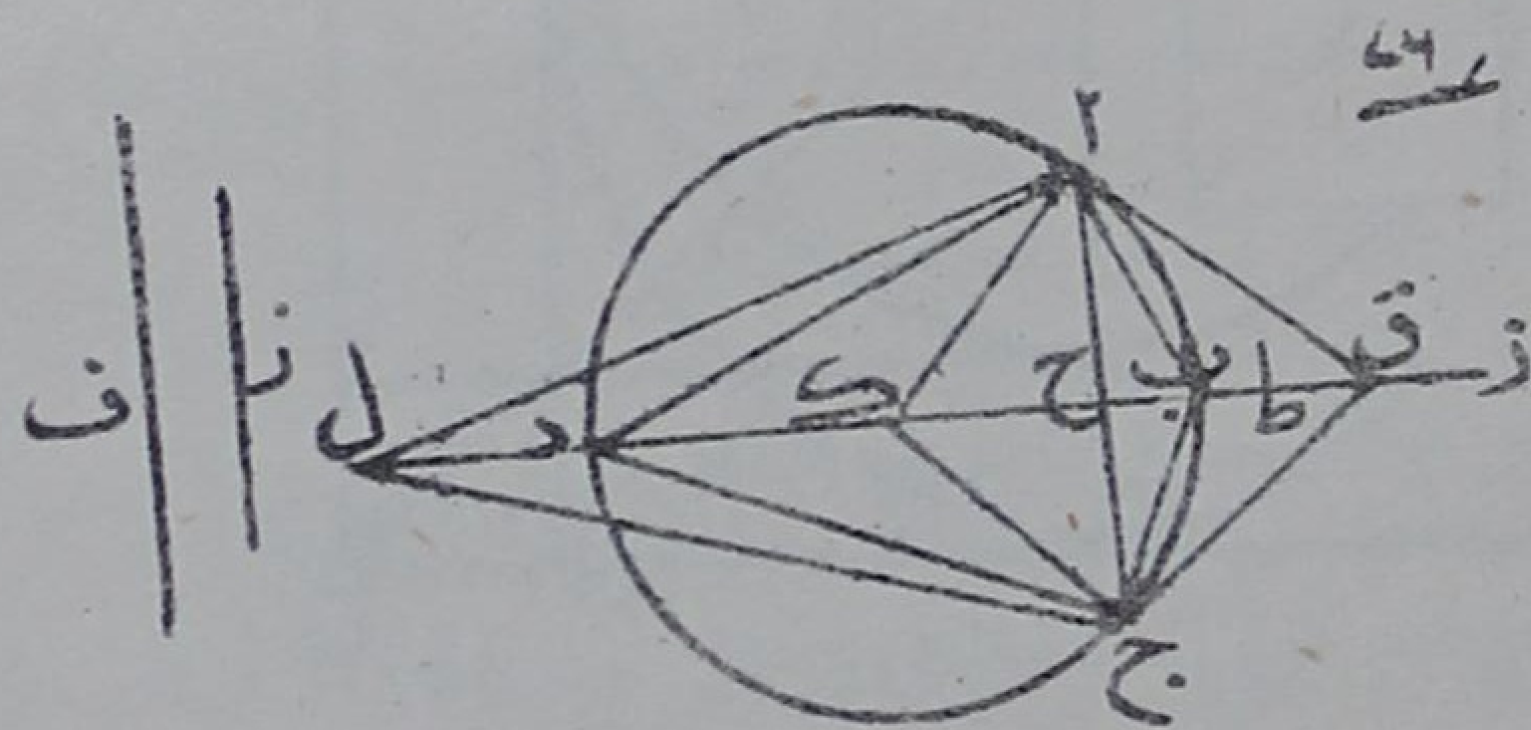
فنسبة ـ ل د ـ الى ـ ك د ـ كنسبة ـ ك ب ـ الى ـ ق ب ـ وكنسبة ـ د ح
الى ـ ح ب ـ وبالخلاف نسبة ـ قب ـ الى ـ ك ب كنسبة ـ د ك ـ الى ـ د ل
فاذا ركبنا ثم ابدلنا ثم ركبنا كانت نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ك ـ كنسبة
ـ ك ل ـ الى ـ ل د ـ فسطح ـ ق ل ـ فى ـ ل د ـ مساو لمربع ك ل ـ ونسبة
ـ ق ل ـ الى ـ ل د كنسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ ولأن ٥
نسبة ـ ل د ـ اى ـ ك د ـ كنسبة ـ د ح ـ الى ـ ب ح ـ فاذا خالفنا ثم
ركبنا كانت نسبة ـ ك د ـ الى ـ ل د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ح ـ
ونسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع
ـ د ح ـ ولأن نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح د ـ كنسبة ـ ك ب ـ ب ح ـ
معا الى ـ ب ح ـ واذا فصلنا يكون نسبة ـ ل د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ١٠
ـ ك ب ـ الى ـ ب ح ـ وليكن ـ ب ز ـ مساويا ـ لك ب ـ فيقع ـ ز ـ
خارجا عن ـ ق ـ لأن نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ق ـ كانت كنسبة ـ دح ـ الى
ـ ح ب ـ و ـ د ح اعظم من ـ ح ب ـ فنسبة ـ ل د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة
ـ ز ب ـ الى ـ ح ب ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى
ـ ز ح ـ ولأن نسبة ـ ق ح ـ الى ـ ل ح ـ هى المعلومة فنسبة ق ل ـ ١٥
الى ـ ل ح ـ معلومة وهى مؤلفة من نسبتى ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ و ل د ـ
الى ـ ل ح ـ وكانت نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ك ل ـ
الى مربع ـ ل د ـ بل نسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ ونسبة ـ ل د ـ
الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ فنسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ح ـ
مولفة من نسبتى مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ و ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ ٢٠
ولتكن نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ
فهى ايضا معلومة وخط ـ ب ز ـ معلوم ـ فز ط ـ معلوم ونسبة ـ ب ز
الى ـ ز ط ـ مولفة من نسبتى مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ و ـ ب ز
الى ـ ز ح ـ وايضا نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ مؤلفة من نسبتى ـ ب ز

الى ـ ز ح ـ و ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ فاذا القينا منهما النسبة المشتركة التى هى
نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ بقيت نسبة مربع ـ ب د ـ المعلوم الى مربع ـ د ح ـ
كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ المعلوم ـ و ـ ز د ـ معلوم فينبغى ان يقسم
ز د ـ المعلوم بقسمين على نقطة ـ ح ـ حتى تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط
٥ المعلوم كنسبة مربع ـ ب د ـ المعلوم الى مربع ـ د ح ـ (١) وتركيبه
هكذا.

ليكن النسبة المعلومة نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ و ـ ف ـ اعظمهما وننصف
الكرة بسطح يمر بمركزها فتحدث دائرة ـ ا ب ج د ـ العظيمة والقطر ـ ب د
والمركز ـ ك ـ ونجعل ـ ب ز ـ مساويا ـ لك ب ـ ونقسم ـ ب ز ـ
١٠ بقسمين على نقطة ـ ط ـ قسمة تكون نسبة ـ ز ط ـ الى ـ ط ب ـ نسبة
ـ ف ـ الى ـ ز ـ وتقسم ـ ب د ـ على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة ـ ح ز ـ
الى ـ ز ط ـ كنسبة مربع ـ د ب ـ الى مربع ـ د ح ـ وسيأتى بيان كيفية
هذه القسمة.

ونجيز سطحا يمر بنقطة ـ ح ـ ويقول ـ ب د ـ عمودا عليه فهو
١٥ يقسم الكرة الى قطعتين على نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ ولتكن نسبة ـ ك ب ـ
ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ د ح ـ ونسبة ـ د ك ـ
د ح ـ معا الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ق ح ـ الى ـ ح ب ـ ونصل خطوط
ال ـ ل ج ـ اق ـ ق ج ـ فيكون لما مر سطح ـ ق ل ـ فى ـ ل د ـ كمربع
ل ك ـ ونسبة ـ ل ك ـ الى ـ ل د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ح ـ ونسبة
٢٠ مربع ـ ل ك ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ب د د ح ـ ولأن سطح ـ ق ل
فى ـ ل د ـ كمربع ـ ل ك ـ تكون نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ كنسبة مربع
ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ وهى كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ ولأن نسبة
ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح د ـ و ب
ك ـ مساو ـ لب ز ـ تكون نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ل ح ـ

(١) الشكل السادس والسبعون ـ ٧٦


ا
ز
ق
ط
ب
ح
ك
د
ل
ن
ف
ج

[illegible] كانت نسبة ـ ا ج ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ ح ل ـ [illegible] كانت نسبة ـ ب ر ـ الى ـ ر ح ـ كنسبة ـ ل ـ [illegible] وكانت نسبة ـ د ح ـ الى ـ ر ط ـ كنسبة ـ ق ل ـ الى ـ [illegible] المضطربة نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ق ل ـ الى [illegible] واذا فصلنا ثم خالفنا كانت نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ق ـ كنسبة [illegible] ب ط ـ اعنى نسبة ـ ب ـ الى ـ ز ـ ونسبة ـ ل ح ـ الى ـ [illegible] كنسبة مخروط ـ ا ل ج ـ الى مخروط ـ ا ق ج ـ الى كنسبة قطعة [illegible] ا ج د ـ الى قطعة كرة ـ ا ج ب ـ كما مر فاذا نسبة القطعتين نسبة [illegible] وذلك ما اردناه (١).

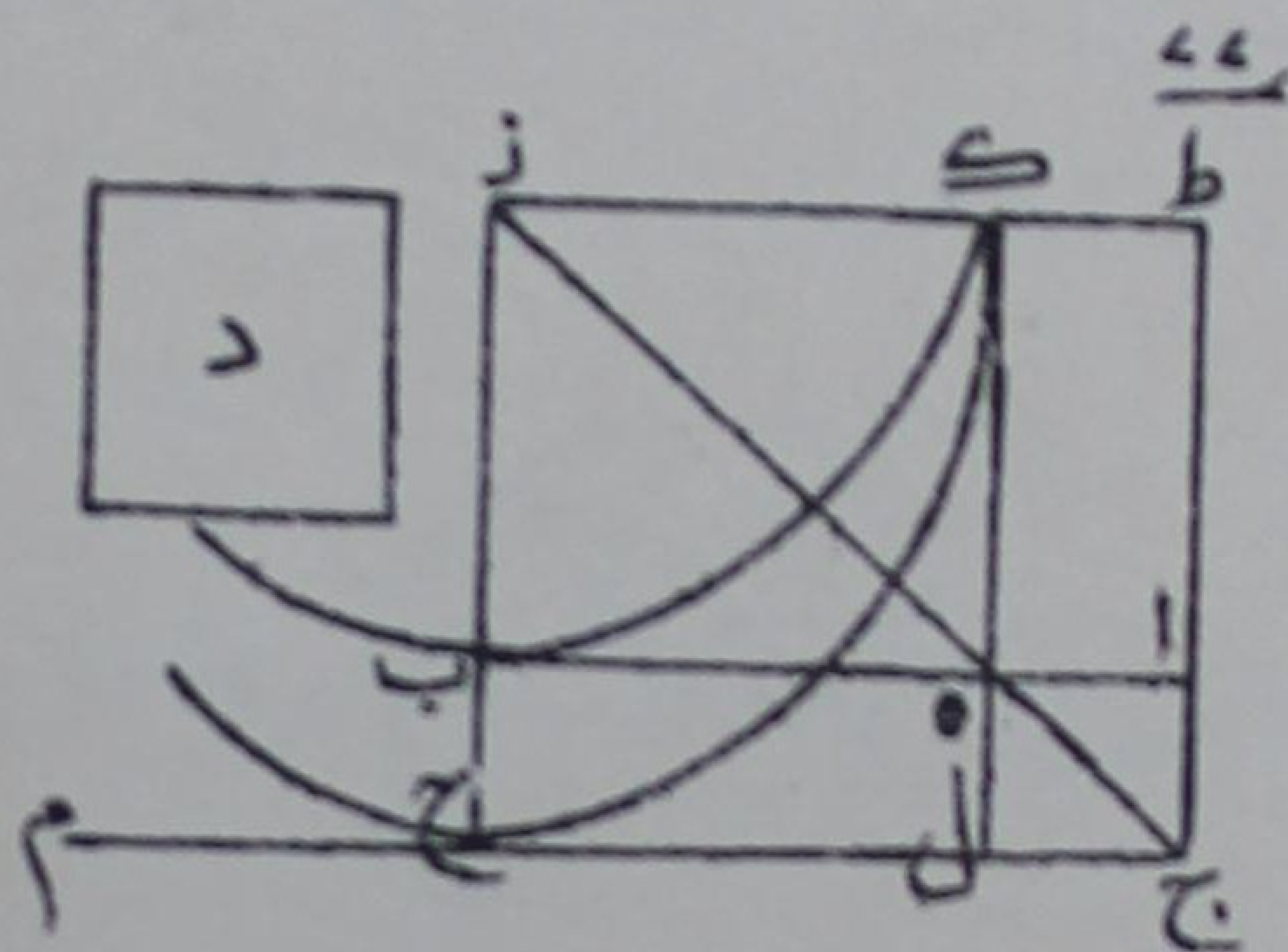
[illegible] كنسبة خط ـ ط ـ المعلوم الى ـ ح ـ [illegible] المعلوم [illegible] المعلوم [illegible] المعلوم قسمة تكون نسبة [illegible] الى خط معلوم كنسبة سطح معلوم [illegible] القسم الآخر .

ويعد [illegible] في شرحه لهذا الكتاب ان ارشميدس [illegible] ذلك في كتابه [illegible] في شيء من النسخ [illegible] ولذلك [illegible] من [illegible] طريقا غير الذى سلكه هو في [illegible] الى قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة .

قال [illegible] وجدت في كتاب عتيق اشكالا لا مستغلقة جدا الكثرة ما فيه [illegible] الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين وكان فيه [illegible] كان ارشميدس يحب استعمالها واصطلاحات له خاصة [illegible] القطع المكافى والزائد بالقائم الزاوية والمنفرجة الزاوية [illegible]

[illegible] ان عليها ـ ا ب ـ ا ج ـ وسطح معلوم عليه [illegible] قسمة تكون نسبة سطح ـ ا د ـ

[illegible]



الكرة والاسطوانة ص٨٩

الى ـ ح د ـ واذا قلبنا كانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ح ل الى ـ ل د ـ واذا خالفنا كانت نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ل د الى ـ ح ل ـ وكانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ فبالمساواة المضطربة نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ق ل ـ الى ل ح ـ واذا فصلنا ثم خالفنا كانت نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ق ـ كنسبة ـ ز ط ـ الى ـ ب ط ـ اعنى نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ ونسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ق ـ كنسبة مخروط ـ ا ل ج ـ الى مخروط ـ ا ق ج ـ بل كنسبة قطعة كرة ـ ا ج د ـ الى قطعة كرة ـ ا ج ب ـ كما مر فاذا نسبة القطعتين نسبة ف ـ الى ـ ز ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول ولنشتغل ببيان كيفية قسمة خط ـ ب د ـ المعلوم على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ المعلوم كنسبة مربع ـ د ب ـ المعلوم الى مربع ـ د ج ـ ومرجعه ـ الى قسمه ـ د ز ـ المعلوم قسمة تكون نسبة احد قسميه الى خط معلوم كنسبة سطح معلوم الى مربع القسم الآخر .

وقد ذكر اوطوقيوس العسقلانى فى شرحه لهذا الكتاب ان ارشميدس وعد بيان ذلك فى كتابه هذا ولم يوجد فى شىء من النسخ ما وعده ولذلك سلك كل واحد من دينوسوذورس وديوقليس بعده طريقا غير الذى سلكه هو فى هذا الكتاب الى قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة .

قال وانا وجدت فى كتاب عتيق اشكالا مستغلقة جد الكثرة ما فيه من الخطأ وما فى الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين وكان فيه الفاظ من لغة ذريس التى كان ارشميدس يحب استعمالها واصطلاحات له خاصة كما كان يعبر عن القطع المكافى والزائد بالقائم الزاوية والمنفرجة الزاوية فواظبت عليه الى ان تقرر لى هذه المقدمة وهى هذه .

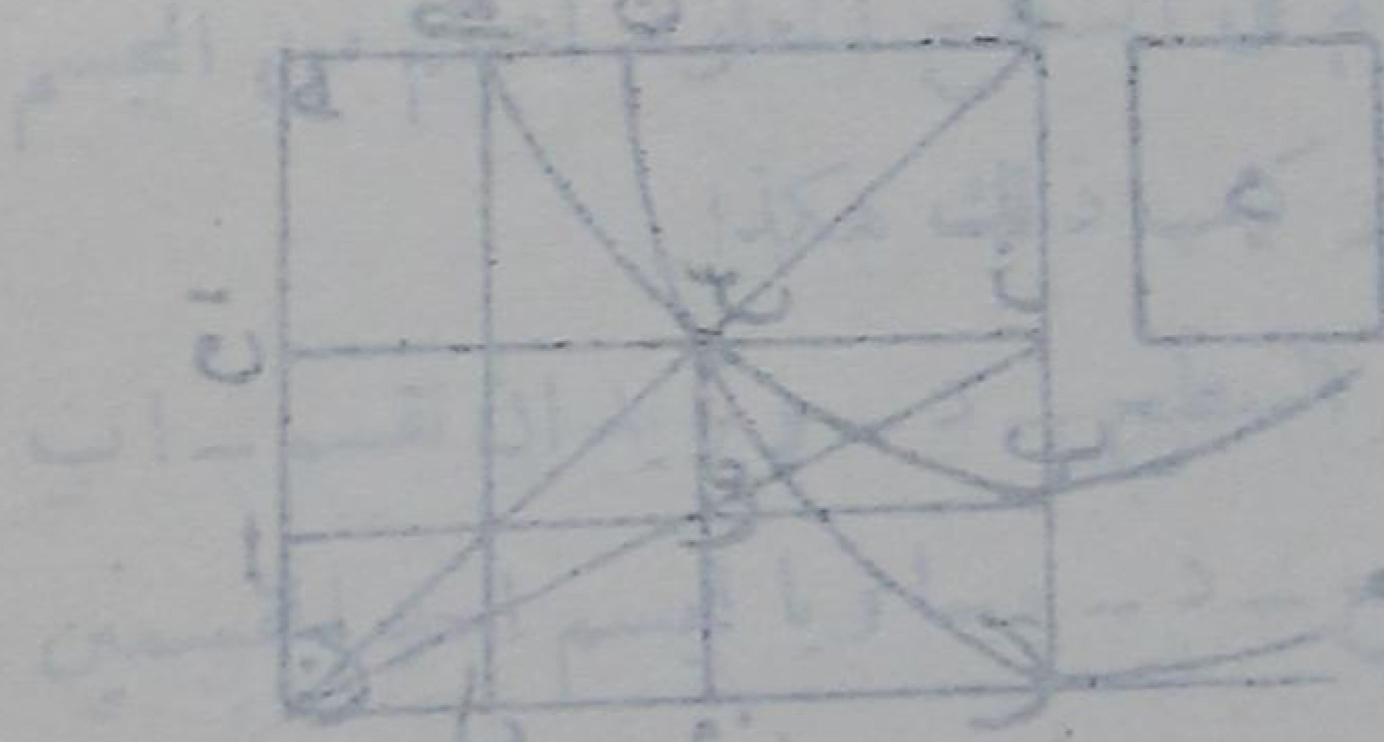
اذا كان خطان معلوما ن عليهما ـ ا ب ـ ا ج ـ وسطح معلوم عليه ـ د ـ وأردنا ان نقسم ـ ا ب ـ على ـ ه ـ قسمة تكون نسبة سطح ـ ا د ـ

(١) الشكل السابع والسبعون ـ ٧٧ ـ .

الى مربع ـ ه ب ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ا ج ـ فلنجعل كأن ذلك قد كان
وليقم ـ ا ج ـ عمودا على ـ ا ب ـ ونصل ـ ج ه ـ ونخرجه ومن ـ ب ـ
خطا موازيا ـ لا ج ـ فيلتقيان على ـ ز ـ ونخرج ـ ج ح ـ ز ط ـ موازيين
ـ لا ب ـ و ـ ج ا ـ ومن ـ ه ـ ه ك ل ـ موازيا له فيتم شكل ـ ز ح ـ
ـ ج ط ـ المتوازى الاضلاع ونخرج ـ ج ح ـ ونجعل ـ ج ح ـ ف ـ ح م
مساويا لسطح ـ د ـ فنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ه ب ـ كنسبة ـ ه ا ـ
الى ـ ا ج ـ اعنى نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ التى هى كنسبة مربع ـ ج ح ـ
الى سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ فنسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ
ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ه ب ـ اعنى مربع ـ ك ز ـ
واذا ابدلنا كانت نسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ د ـ اعنى الى سطح
ـ ج ح ـ ف ـ ح م ـ التى هى كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح م ـ كنسبة
ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى مربع ـ ك ز ـ واذا جعلنا ـ ح ز ـ ارتفاعا مشتركا
لخطى ـ ج ح ـ ح م ـ كانت نسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى سطح
ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى مربع ـ ك ز ـ
فسطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ مساو لمربع ـ ز ك ـ واذا رسمنا قطعا مكافئا على
ـ ز ح ـ ومر بنقطة ـ ح ـ وكانت خطوط ترتيبه قوية على السطح المضاف
الى ـ ح م ـ كما ذكر فى الشكل الثانى والخمسين من المقالة الاولى من كتاب
ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ـ ك ـ وكان معلوم الوضع لأن ـ ح م ـ الذى
يحيط مع ـ ج ح ـ المعلوم بسطح معلوم ونقطة ـ ك ـ معلومة الوضع وليكن
القطع ـ ح ك ـ وايضا سطح ـ ط ل ـ مساو لسطح ـ ب ج ـ فط ك ـ فى
ـ ك ل ـ كاب ـ فى ـ ب ح ـ واذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ب ـ ويكون
الخطان اللذان لا يقعان عليه خطى ـ ج ط ـ ج ح ـ كما ذكر فى الشكل الرابع
من المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ـ ك ـ ايضا لما تبين
فى عكس الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية منه وهذا القطع ايضا معلوم

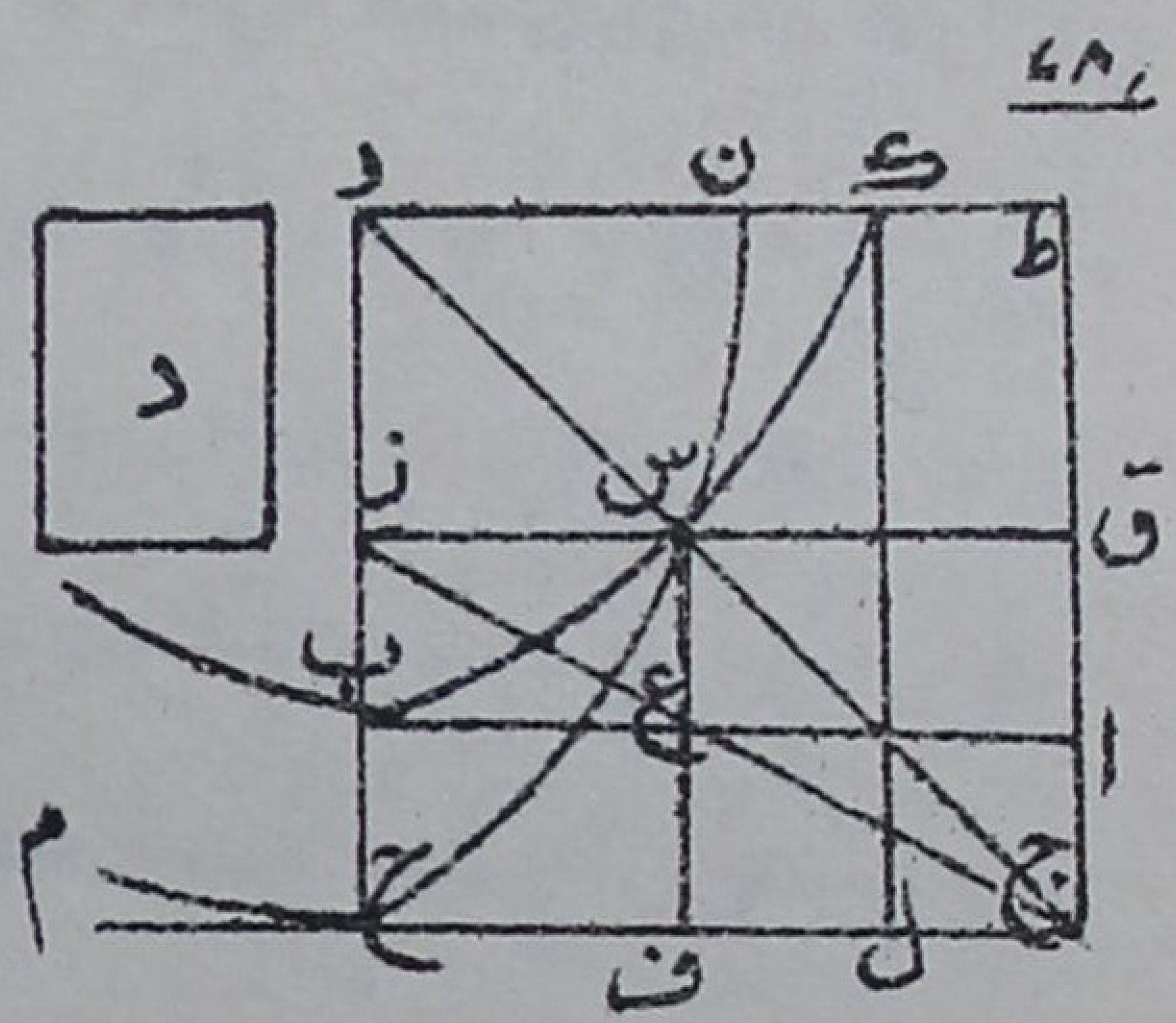
الوضع لتكون خطى ـ ج ط ـ ج ح ـ ونقطة ـ ب ـ معلومة الوضع وليكن
القطع ـ ب ك ـ بنقطة ـ ك ـ على قطعين متكافئ وزائد معلومي الوضعين
اللذين معلومة وخط ـ ك ه ـ عمود منها على ـ ا ب ـ المعلوم الوضع فنقطة ـ ه ـ
معلومة ولما كانت نسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ المعلوم كنسبة سطح ـ د ـ المعلوم
الى مربع ـ ه ب ـ كان المجسم الذي من مربع ـ ه ب ـ في ـ ا ه ـ مساويا
للمجسم الذي من سطح ـ د ـ في ـ ا ج ـ لان اعمدتهما متكافئتان لارتفاعيهما(١).

واعلم ان خط ـ ب ه ـ اذا كان ضعف ـ ه ا ـ كان مربع ـ ب ه ـ
في ـ ه ا ـ اعظم من مجسم مربع اي احد القسمين الآخرين فرضنا لخط ـ ب ا ـ
في الباقي من الخط على ما سنبينه فلذلك يجب اذا كان الحكم كليا ان يشترط ان
لا يكون المجسم الحاصل من الخط المعلوم [illegible] اعظم من المجسم
الحاصل من ثلث الخط في مربع ثلثيه و[illegible] وذلك ممكن



ليكن الخطان ـ ا ب ـ ا ج ـ و[illegible] اذا اقسم ـ ا ب
نسبة تكون مجسم خط ـ ا ج ـ في سطح ـ د ـ [illegible] المجسم [illegible] القسمين
في مربع القسم الآخر وننظر ان كان مجسم خط ـ ا ج ـ في سطح ـ د ـ
اعظم من مجسم ثلث خط ـ ا ب ـ في مربع ثلثيه كانت قسمة الخط على تلك
النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان كان مساويا له كانت القسمة على
التثليث وذلك لان المجسمات المتساوية قواعدها متكافئة لارتفاعاتها فتكون
نسبة سطح ـ د ـ الى مربع ثلثي الخط كنسبة ثلث الخط الى ـ ا ج ـ وهو
المطلوب وان كان اصغر منه فنعد ـ ز ط ج ح ـ المتوازي الاضلاع
معلوما كما كان ولان مجسم سطح ـ د ـ في ـ ا ج ـ اصغر من مجسم مربع
ـ ب ه ـ في ـ ه ا ـ فنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى
سطح اصغر من مربع ـ ب ه ـ الذي هو مثل ـ ز ك ـ وليكن كنسبة
سطح ـ د ـ الى مربع ـ ز ن ـ وليكن ـ ج ح ـ في ـ ح م ـ مساويا
لسطح ـ د ـ فنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ اعني نسبة ـ ج ح ـ الى ح

(١) الشكل الثامن والسبعون ـ ٧٨ ـ



الكرة والاسطوانة ص٩١

الوضع لكون خطى -- ج ط -- ج ح -- ونقطة -- ب -- معلومة الوضع وليكن
القطع -- ب ك -- فنقطة -- ك -- على قطعين مكاف وزائد معلومى الوضعين
فهى معلومة وخط -- ك ه -- عمود منها على -- ا ب -- المعلوم الوضع فنقطة -- ه
معلومة ولما كانت نسبة -- ه ا -- الى -- اج -- المعلوم كنسبة سطح -- د -- المعلوم
الى مربع -- ه ب -- كان المجسم الذى من مربع -- ه ب -- فى -- ا ه -- مساويا
للجسم الذى من سطح -- د -- فى -- اج -- لان قاعديتهما مكافئتان لارتفاعيهما(١). ٥

واعلم ان خط -- ب ه -- اذا كان ضعف -- ه ا -- كان مربع -- ب ه
فى -- ه ا -- اعظم من مجسم مربع اى احد القسمين الآخرين فرضنا لخط -- ب ا --
فى باقيه من الخط على ما سنبينه فلذلك يجب اذا كان الحكم كليا ان يشترط ان
لا يكون المجسم الحاصل من الخط المعلوم فى السطح المعلوم اعظم من المجسم
الحاصل من ثلث الخط فى مربع ثلثيه وتركيب ذلك هكذا. ١٠

ليكن الخطان -- ا ب -- اج -- والسطح -- د -- ونريد ان نقسم -- ا ب
قسمة تكون مجسم خط -- اج -- فى سطح -- د -- مساويا لمجسم احد القسمين
فى مربع القسم الآخر وننظر فان كان مجسم خط -- اج -- فى سطح -- د --
اعظم من مجسم ثلث خط -- ا ب -- فى مربع ثلثيه كانت قسمة الخط على تلك
النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان كان مساويا له كانت القسمة على ١٥
التثليث وذلك لان المجسمات المتساوية قواعدها مكافئة لارتفاعاتها فتكون
نسبة سطح -- د -- الى مربع ثلثى الخط كنسبة ثلث الخط الى -- اج -- وهو
المطوب وان كان اصغر منه فلنعد -- ز ط ج ح -- المتوازى الاضلاع
بخطوطه كما كان ولان مجسم سطح -- د -- فى -- اج -- اصغر من مجسم مربع
-- ب ه -- فى -- ه ا -- فنسبة -- ا ه -- الى -- اج -- كنسبة سطح -- د -- الى ٢٠
سطح اصغر من مربع -- ب ه -- الذى هو مثل -- ز ك -- وليكن كنسبة
سطح -- د -- الى مربع -- ز ن -- وليكن -- ج ح -- فى -- ح م -- مساويا
لسطح -- د -- فنسبة -- ه ا -- الى -- اج -- اعنى نسبة -- ج ح -- الى ح

(١) الشكل الثامن والسبعون

- ز - التى هى كنسبة مربع - ج ح - الى سطح - ج ح - ف - ح ز -
كنسبة سطح - ج ح - ف - ح م - الذى هو سطح - د - الى مربع
ز ن - واذا ابدلنا كانت نسبة مربع - ج ح - الى سطح - ج ح - ف
ح م - بل نسبة - ج ح - الى - ح م - التى هى نسبة سطح - ج ح - ف
٥ ح ز - الى سطح - ح م - ف - ح ز - كنسبة سطح - ج ح - ف - ح
ز - الى مربع - ز ن - فسطح - ح م - ف - ح ز - مساو لمربع - ز ن -
ونرسم قطع - ح س ن - المكافى يمر بنقطة - ح - ويكون سهمه - ح ز
وضلعه القائم - ح م - وهو يمر بنقطة - ن - لما مر وايضا سطحا - ط ل -
اح - متساويان وهما من - ط ك - ف - ك ل - و - ح ب - ف - ب ا -
١٠ الموازيين لخطى - ج ط - ج ح - فنرسم قطع - ب س ك - الزائد يمر بنقطة
ب - ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه - ج ط - ج ح - فهو يمر بنقطة
ك - لما مر ايضا وليتقاطع القطان على - س - ونخرج من - س - عمود
س ع - على - ا ب - فهو يقسم خط - ا ب - على - ع - القسمة المطلوبة
وينفذ - س ع - الى - ف - ونخرج من - س - خط - ز س ق - موازيا
١٥ - لب ا - ولان خطى - س ق - س ف - خارجان من نقطة من القطع
الزائد الى الخطين اللذين لا يقعان عليه وموازيان لخطى - ب ا - ب ح -
الخارجين من نقطة اخرى منه اليهما يكون سطح - ق ف - مساويا لسطح
اح - لما تبين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات ويكون لذلك
سطح - ق ع - مساويا لسطح - ع ح - واذا اخرجنا - ج ز - من نقطة
٢٠ ع - فنسبة - ع ا - الى - ا ج - كنسبة - ج ح - الى - ح ز - بل كنسبة
ج ح - ف - ح م - المساوى لسطح - د - الى - ز ح - ف - ح م -
المساوى لمربع - ز س - لكون - ح س ن - قطعا مكافئا بل لمربع - ب
ع - فاذا نسبة - ع ا - الى - ا ج - كنسبة سطح - د - الى مربع - ب
ع - وذلك ما قصدناه (١).

(١) الشكل التاسع والسبعون - ٧٩ -.

ونعيد

٤٩

الكرة والاسطوانة ص ٩٢

ونعيد لبيان وجوب الشرط المذكور متوازى اضلاع – ح ز – ط ج – مع خطوطه المستقيمة كما كان ولتكن نسبة – ا ه – ثلث الخط الى اج – كنسبة سطح – ج ح – ف – ح م – الى مربع – ب ه – ويكون مجسم مربع – ب ه – فى – ا ه – مساويا لمجسم – ج ح – فى – ح م – فى اج – لكون القاعدتين مكافئتين للارتفاعين .

٥

ونقول هذا المجسم اعظم من كل مجسم تكون قاعدته مربع اى احد قسمين آخرين كانا لخط – ا ب – وارتفاعه القسم الباقى ونرسم قطعا مكافئا تمر بنقطة – ح – ويكون سهمه – ح ز – وضلعه القائم – ح م – وهو يمر بنقطة ك – كما مر فى الحل واذا اخرج هذا القطع وصل الى – ج ط – الموازى لسهم القطع كما تبين فى الشكل السادس والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات فلنقطعه على – ن – ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة – ب – ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه – ج ط – ج ح – فهو يمر ايضا بنقطة – ك – كما مر فى الحل ونخرج – ز ح – ونجعل – ح ش – مساويا له ونصل – ش ك – ونخرجه الى ان يلقى – ج ط – على – خ – فهو يماس قطع – ح ك – المكافى لما تبين فى الشكل الثالث والثلاثين من المقالة الاولى من المخروطات و – ه ب – كان مثلى ا – فز ك – مثلا – ك ط – ونسبة – ز ك – الى – ك ش – كنسبة – ك ط – الى – ك خ – فش ك – مثلا – ك خ – وش ك – مثلا – ش ت – لان ش ز – مثلا – ش ح – فت ك – ك خ – متساويان وخط – ت ك خ – لقى قطعا زائدا بمنتصفه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان عليه فهو مماس له لما تبين فى عكس الشكل الثالث من المقالة الثانية منه فالقطعان متماسان ايضا على – ك ولنخرج القطع الزائد فى جانب – ق – ونعلم على خط – ب ه – نقطة – ع كيف وقعت ونجيز عليه خط – ف ع س – موازيا – لج ط – الى ان ينتهى الى القطع الزائد على – س – ونخرج من نقطة – س – خط – ث س ز موازيا – لا ب – وليقطع المكافى على – د – فمن اجل القطع الزائد وخطيه

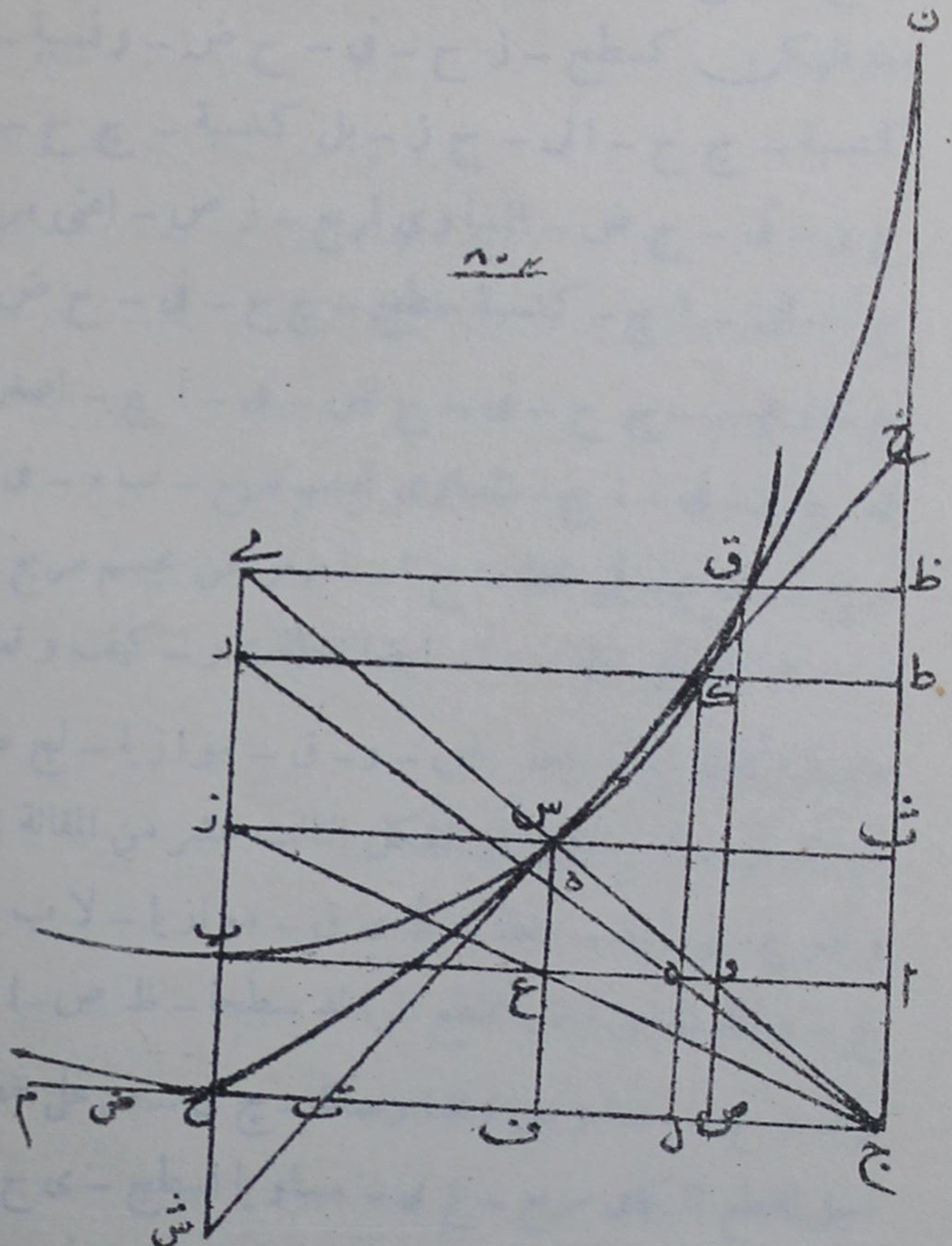
١٠

١٥

٢٠

اللذين لا يقعان عليه يكون سطحا ـ ث ف ـ ا ح ـ بل سطحا ـ ث ع ـ ع
ح ـ متساويان واذا وصلنا ـ ج ز ـ مر بنقطة ـ ع ـ ومربع ـ ز د ـ مساو
لسطح ـ ز ح ـ ف ـ ح م ـ من اجل القطع المكافى ومربع ـ زس ـ اصغر
منه فليكن كسطح ـ ز ح ـ ف ـ ح ض ـ ونسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج
٥ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ الى
ح ز ـ ف ـ ح ض ـ المساوى لمربع ـ ز ص ـ اعنى مربع ـ ب ع ـ فنسبة
ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ الى ـ مربع ـ ب
ع ـ ومجسم ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ ف ـ ا ج ـ اصغر من مجسم ـ ج ح
ف ـ ح م ـ ف ـ ا ج ـ المساوى لمجسم مربع ـ ب ه ـ ف خط ـ ه ا ـ فمجسم
١٠ مربع ـ ب ع ـ ف خط ـ ع ا ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ ف ـ خط
ه ا ـ ثم نعلم على خط ـ ه ا ـ ايضا نقطة ـ و ـ كيف وقعت ونستأنف التدبير
المذكور فيخرج ـ خط ـ ص ـ و ـ ق ـ موازيا ـ لج ط ـ الى ان يلقى القطع
الزائد على ـ ق ـ لما تبين فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثانية من المخروطات
ونخرج من ـ ق ـ خط ـ ظ ى ق ـ موازيا ـ لا ب ـ فيقطع المكافى على
١٥ غ ـ ويكون من اجل القطع الزائد سطحا ـ ظ ص ـ ا ح ـ بل سطحا ـ ظ
و ـ و ح ـ متساويين واذا وصلنا ـ ج ى ـ مر على نقطة ـ و ـ ويكون من
اجل القطع المكافى مربع ـ غ ى ـ مساويا لسطح ـ ى ح ـ ف ـ ح م ـ فيكون
مربع ـ ق ى ـ اصغر منه فليكن كسطح ـ ى ح ـ ف ـ ح ض ـ ونسبة ـ ا و
الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ى ـ بل كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف
٢٠ ح ض ـ الى سطح ـ ى ح ـ ف ـ ح ض ـ اعنى مربع ـ و ب ـ المساوى
لق ى ـ فمجسم مربع ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ ف ـ ا ج ـ الذى هو اصغر من
مجسم ـ ج ح ـ ف ـ ح م ـ ف ـ ا ج ـ المساوى لمجسم مربع ـ ب ه ـ ف
خط ـ ه ا ـ مساو لمجسم مربع ـ ب و ـ ف خط ـ ا و ـ فاذا مجسم مربع ـ ب
و ـ ف خط ـ و ا ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ ف خط ـ ا ه ـ وكذلك
ف

ش ٨٠



الكرة والاسطوانة ص ٩٥

فى سائر النقط فاذا صح ما ادعينا .

ونقول اذا كان معنا سطح وخطان معلومان وكان مجسمهما اصغر من مجسم ــ ب ه ــ فى ــ ه ا ــ فلنا ان نقسم ــ ا ب ــ على نقطتين قسمتين كل واحد منهما كما وصفنا ونرسم لبيان ذلك قطعا مكافئا يكون سهمه ــ ز ح ــ وقطره القائم ــ ح ض ــ فيمر لامحالة بنقطة ــ س ــ واذا كان هذا القطع ــ يجب ان يلقى خط ج ن ــ الموازى لقطره وجب ان يقطع القطع الزائد على نقطة اخرى فوق نقطة ــ ك ــ فليقطعه على ــ ق ــ وعمود ــ ق ــ ويقسم ــ ا ب ــ على ــ و على الصفة المذكورة ويكون حينئذ مجسم مربع ــ ب و ــ فى خط ــ وا ــ مساويا لمجسم مربع ــ ب ع ــ فى خط ــ ع ا ــ المار فى الشكل المتقدم فينقسم الخط على نقطتى ــ ع ــ و ــ عن جنبتى نقطة ــ ه ــ قسمتين كما وصفنا ويكون الشكل على ما رسمنا (١) .

وقد بقى علينا ذكر السبب الذى لاجله لم يتعرض ارشميدس للشرط المذكور وذلك انه وضع قطر الكرة ــ د ب ــ ونصفه ــ ب ز ــ والخط المعلوم ز ط ــ والسطح المعلوم مربع قطر ــ د ب ــ ونظر فيه ما ينتهى التحليل به الى ان احتاج الى قسمة ــ د ز ــ على نقطة تكون على القطر كنقطة ــ ح ــ القسمة المذكورة وقد مر ان مجسم مربع السطح المعلوم فى الخط المعلوم لو كان اعظم من مجسم مربع ثلثى الخط الذى يراد قسمته مطلقا فى ثلثه لامتنعت القسمة ولو كان مساويا له لكانت قسمة ــ د ز ــ تقع على نقطة ــ ب ــ طرف القطر ولم تكن تلك القسمة نافعة فيما قصده فمن جهة ان المجسم المعلوم كان ها هنا من مربع قطر الكرة فى ــ ز ط ــ الذى هو اقصر من ــ ز ب ــ اعنى كان اصغر من مجسم مربع ثلثى الخط فى ثلثه فان ارشميدس لما كان قد عين نقطة ــ ح ــ على القطر لم يقع له احتياج الى ذكر القسمين الاولين اعنى غير الممكن وغير النافع اللذين لم يمكن وقوعهما فى الخط على الوجه الذى قصد قسمته ثم ان القسمة المطلوبة لما كانت ممكنة فى خط ــ د ز ــ على نقطتين احديهما تقع فيما بين ــ ز د

---

(١) الشكل الثمانون ــ ٨٠ ــ .

والاخرى تقطع فيما بين ـ ب د ـ وكانت الثانية متعينة لكون الاولى غير نافعة
ايضا فيما قصده لم يتمل ارشميدس فى التركيب انا نقسم خط ـ دز ـ ائلا نحتاج
الى هذا التفصيل بل قال نقسم خط ـ ب د ـ على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة
ح ز ـ الذى هو احد قسمى خط ـ د ز ـ الى ـ ز ط ـ الذى هو الخط المعلوم
٥ كنسبة مربع ـ د ب ـ الذى هو السطح المعلوم الى مربع ـ د ح ـ الذى
هو القسم الآخر من خط ـ د ز ـ وان كان قد قال فى الحل انه ينبغى ان يقسم
خط ـ ز د ـ القسمة المذكورة لأن ذلك كان ما ادى اليه التحليل فى الاول فاذا
ظهر انه لم يحتج على الوجه الذى اورده فيما كان محتاجا اليه الى ايراد تفصيل
وشرط وذلك انه جعل الحكم خاصا بالصورة التى احتاج اليها ولم يورده عاما
١٠ على الوجه المحتاج الى الشرط والتفصيل (١).

طريقة دينوسوذورس

فى قسمة الكرة على نسبة مفروضة

ليكن قطر الكرة المفروضة ـ ا ب ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ج د
الى ـ د ه ـ والمطلوب قسمة الكرة بسطح يكون ـ ا ب ـ عمودا عليه قسمة
١٥ تكون نسبة القطعة التى رأسها ـ ا ـ الى القطعة التى رأسها ـ ب ـ كنسبة ـ ج
د ـ الى ـ د ه ـ فنخرج ـ ب ا ـ ونجعل ـ ا ز ـ نصف ـ ب ا ـ ونجعل
نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ح ـ نسبة ـ ج ه ـ الى ـ د ه ـ وليكن ـ ا ح ـ عمودا على
ا ب ـ ونأخذ خطا مناسبا لخطى ـ ز ا ـ ا ح ـ فيما بينهما وهو ـ ا ط ـ ويكون
اطول من ـ ا ح ـ ونرسم على سهم ـ ز ب ـ قطعا مكافئا يمر بنقطة ـ ز
٢٠ ويكون ضلعه القائم ـ ا ح ـ فيمر بنقطة ـ ط ـ لأن ـ مربع ـ ا ط ـ يساوى
سطح ـ ز ا ـ فى ـ ا ح ـ وليكن القطع ـ ز ط ك ـ ونخرج من ـ ب
خط ـ ب ك ـ الى القطع موازيا ـ لا ط ـ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة
ح ـ ويكون الخطان اللذان لايقعان عليه ـ ا ب ـ ب ك ـ فهو يقطع القطع
المكافى فيما بين ـ ط ك ـ وليقطعه على ـ ل ـ ويخرج من ـ ل ـ عمود ـ ل م

(١) الشكل الحادى والثمانون ـ ٧١ ـ.

ع١٨

ز ط ب ح ى د

الكرة والاسطوانة ص٩٦

والاخرى قطع ما بين ـ ب د ـ وكانت الاولى [illegible] الكرة الاولى [illegible]
ايضا فيما تقدمه من ارشميدس في التركيب ان تقسم خط ـ د ز ـ [illegible]
في هذا التفصيل ان [illegible] ان تقسم خط ـ ب د ـ على ـ ح ـ فنسبة [illegible]
ح ز ـ الذي هو احد قسمي خط ـ د ز ـ الى ـ ز ط ـ الذي هو [illegible]
كنسبة مربع ـ د ب ـ الذي هو المعطى المعلوم الى مربع ـ [illegible]
هو القسم الآخر من خط ـ د ز ـ وان كان قد قال في الحل انه يجب ان يقسم
خط ـ د ز ـ القسمة المذكورة لأن ذلك كان ما ادى اليه التحليل [illegible]
الظاهر انه لم يحتج مثل الوجه الذي اورده فيما كان عمله الى ان اراد تفصيل
وشرط وذلك انه جعل الشكل خاصا بالصورة التي احتاج اليها ولم [illegible]
الى وجه احتاج الى الشرط والتفصيل (١) .

طريقة ديونوسودورس

في قسمة الكرة على نسبة مفروضة

[illegible] ـ ا ب ـ والنسبة المفروضة [illegible]
[illegible] قسمة الكرة بسطح يكون ـ ا ب ـ عمودا عليه
[illegible] القطعة التي راسها ـ ب ـ [illegible]
[illegible] ج ـ ب ا ـ ونجعل ـ ا ز ـ نصف ـ ب ا ـ [illegible]
نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ح ـ نسبة ـ ج ه ـ الى ـ د ه ـ وليكن ـ ا ح ـ عمودا على
ا ب ـ [illegible] خطي ـ ز ا ـ ا ح ـ [illegible] ـ ا ط ـ [illegible]
الطول من ـ ا ح ـ ونرسم على سهم ـ ز ب ـ قطعا مكافئا [illegible]
ويكون ضلعه القائم ـ ا ح ـ فيمر بنقطة ـ ط ـ لأن مربع ـ ا ط ـ مساو
لسطح ـ ز ا ـ في ـ ا ح ـ وليكن القطع ـ ز ط ك ـ ونخرج من ـ ب ـ
خطا ـ ب ك ـ الى القطع موازيا ـ لا ط ـ ونرسم قطعا زائدا [illegible]
[illegible] ونكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ا ب ـ ب ك ـ فهو يقطع القطع
[illegible] ل ـ ونخرج من ـ ل ـ عمود [illegible]

على ـ ا ب ـ فهو قد قسم ـ ا ب ـ الى سهمى القطعتين و ليخرج من نقطتى
ـ ح ل ـ خطى ـ ح ن ـ ل س ـ موازيين ـ لاب ـ ولأن ـ ح ل ـ قطع
زائد ـ و ا ب ـ ب ك ـ هما الخطان اللذان لايقعان عليه وخطا ـ ل م ـ
ـ ل س ـ موازيان لهما وخارجان من القطع اليهما يكون سطح ـ ا ح ـ
ـ فى ـ ح ن ـ مساويا لسطح ـ م ل فى ـ ل س ـ لما تبين فى الشكل الثانى ٥
عشر من المقالة الثانية من المخروطات و ـ ح ن ـ مساو ـ لاب ـ و ـ ل س ـ
مساو ـ لم ب ـ فسطح ـ ل م ـ فى ـ م ب ـ مساو لسطح ـ اح ـ فى ـ ا ب
ونسبة ـ ل م ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب م ـ ونسبة مربع
ـ ل م ـ الى مربع ـ ا ح ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب م ـ
ومربع ـ ل م ـ يساوى سطح ـ م ز ـ فى ـ ا ح ـ من جهة القطع المكافى ١٠
فنسبة ـ د م ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة مربع ـ ل م ـ الى مربع ـ ا ح ـ
التى هى كنسبة مربع ـ ب م ـ ونسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب م ـ
كنسبة الدائرة التى نصف قطرها يساوى ـ ب ا ـ الى الدائرة التى نصف
قطرها ـ ب م ـ فنسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ الى التى نصف
قطرها ـ ب م ـ كنسبة ـ ز م ـ الى ـ ا ح ـ والمخروط الذى قاعدته ١٥
لدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ اح ـ مساو للمخروط الذى
قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ب م ـ وارتفاعه ـ ز م ـ لكون القاعدتين
مكافئتين للارتفاعين ونسبة المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها
ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ الى الذى قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه ـ ا ح ـ
كنسبة ـ ا ز ـ الى ـ ا ح ـ اعنى نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه د ـ فنسبة المخروط ٢٠
الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ الى الذى
قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ م ب ـ وارتفاعه ـ م ز ـ كنسبة ـ ج ه
الى ـ ه د ـ لكن المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ
وارتفاعه ـ ا ز ـ مساو للكرة والمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف

قطرها – م ب – وارتفاعه – ز م – مساو لقطعة الكرة التى رأسها – ب .

وليكن لبيان ذلك نسبة – ع م – الى – م ب – كنسبة – زم – الى – م ا – فالمخروط الذى قاعدته قاعدة هذه القطعة من الكرة وارتفاعه – ع م – مساو لقطعة الكرة كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ولأن نسبة – زم الى – م ا – كنسبة – ع م – الى – م ب – فبالابدال نسبة – زم – الى – ع م – كنسبة – م ا – الى – م ب – التى هى كنسبة مربع – ق م – الى مربع م ب – بل كنسبة الدائرة التى نصف قطرها – ق م – الى الدائرة التى نصف قطرها – م ب – فنسبة الدائرة التى نصف قطرها – ق م – الى الدائرة التى نصف قطرها – م ب – كنسبة – زم – الى – م ع – والمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها – ق م – وارتفاعه – ع م – اعنى القطعة التى رأسها ب – من الكرة مساو للمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها – ب م – وارتفاعه – زم – فقد ظهر ان نسبة الكرة الى القطعة التى رأسها – ب – كنسبة – ج ه – الى – ه د – واذا فصلنا كانت نسبة القطعة التى رأسها – ا وارتفاعها – ا م – الى القطعة التى رأسها – ب – وارتفاعها – ب م – كنسبة ج د – الى – د ه – فاذا السطح المار بخط – ق م – يقسم الكرة القسمة المذكورة وذلك ما اردناه (١) .

طريقة ديوقليس

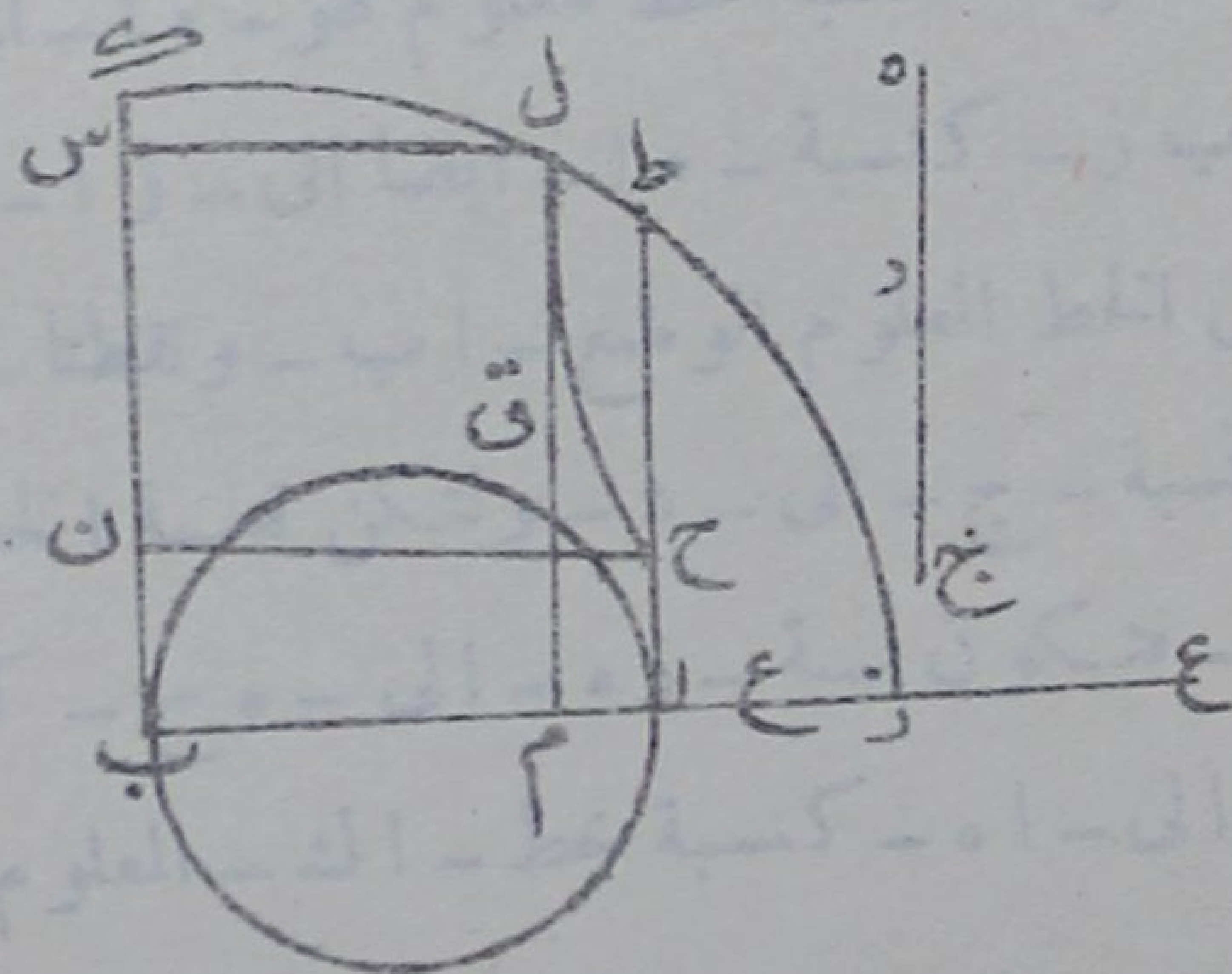
فى كتابه فى المرايا المحرقة فى ذلك

قال لتكن الكرة على قطرها – ا ب – ومركزها – ه – وليقطعها السطح المار – بج د – الى قطعتى – ج ا د – ج ب د – ونجعل نسبة – ه ا – – ز ا – معا الى – ز ا – كنسبة – ط ز – الى – ز ب – ونسبة – ه ب – ب ز – معا الى – ز ب – كنسبة – ح ز – الى – ز ا – وقد بين ارشميدس ان قطعة ج ا د – مساوية لمخروط قاعدته دائرة – ج د – وارتفاعه – ز ح – وان قطعة – ج ب د – مساوية لمخروط قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه – ز ط – وان

---

(١) الشكل الثانى والثمانون – ٧٢

٨٢١



الكرة والاسطوانة ص ٩٨

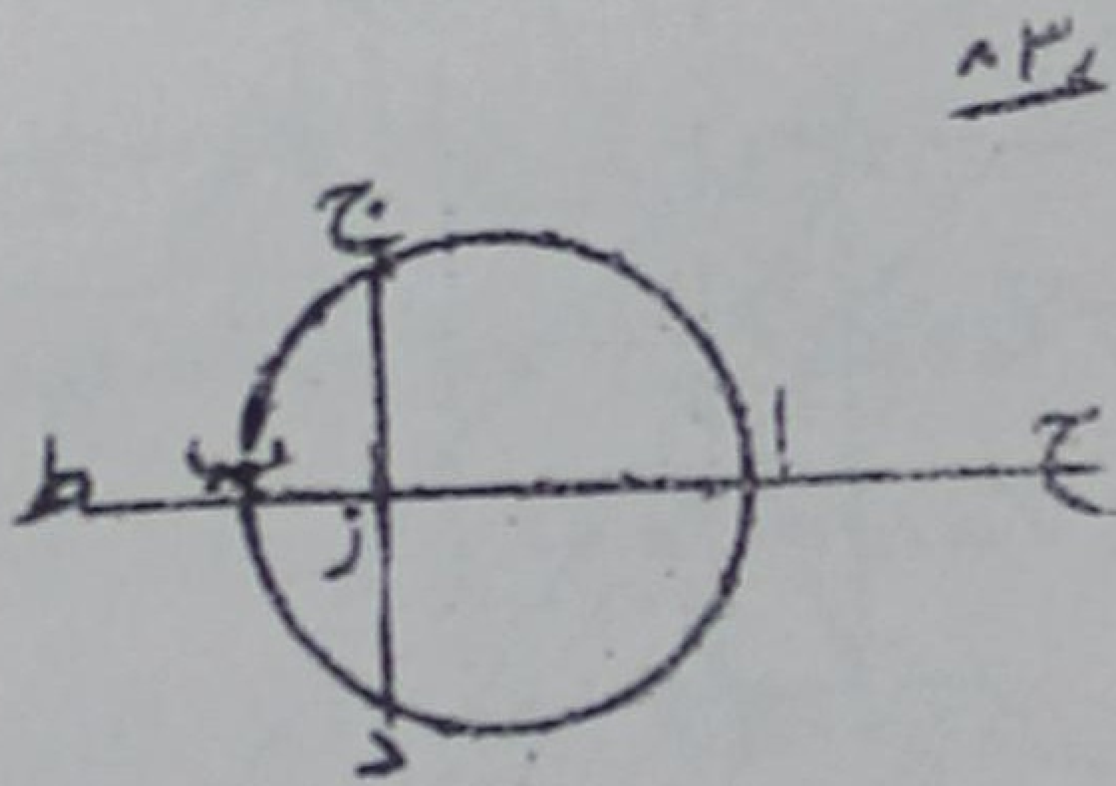
وان نسبة المخروطين كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ ثم انه لما اراد ان يقسم الكرة بقسمين على نسبة مفروضة جعل نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ تلك النسبة وطول فى برهانه وصار به الى مقدمة لم يثبتها فى كتابه .

ونحن نقول اذا كانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة ـ ه ب ـ ب ز ـ معا الى ـ ز ب ـ فاذا فصلنا كانت نسبة ـ ح ا ـ الى ا ز ـ كنسبة ٥
ه ب ـ الى ـ ب ز ـ وبمثل ذلك نسبة ـ ط ب ـ الى ب ز ـ كنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ز ا ـ ايضا فيكون المطلوب انما يحصل بقسمة ـ ا ب ـ على ـ ز ـ قسمة اذا ضم اليهما ـ ا ح ـ ب ط ـ صارت نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة مفروضة ونسبة ـ ح ا ـ الى ـ ا ز ـ كنسبة خط معلوم هو ـ ه ا ـ الى ـ ز ب ـ ونسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ه ا ـ ايضا الى ـ ز ا ـ فليكن ١٠
اوجود ذلك على طريق التحليل الخط المعلوم الوضع ـ ا ب ـ ونقطتا ـ ا ب منه معلومتان والنسبة المعلومة نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ ولتكن قسمة الخط على ه ـ وليضم اليه ـ ز ا ـ ح ب ـ فتكون نسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ح ـ كنسبة ج ـ الى ـ د ـ ونسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة خط ـ ا ك ـ المعلوم مثلا الى خط ـ ب ه ـ ونسبة ـ ح ب ـ الى ـ ب ه ـ كنسبة ـ ا ك ـ ايضا الى ١٥
ه ا ـ وليكن ـ ب م ـ مساويا ـ لا ك ـ وليقوما عمودين على ـ ا ب ـ ونصل ك ه ـ م ه ـ ونخرجهما الى ان يلقيا ـ ب م ـ ا ك ـ على ـ ل ط ـ ونصل ك م ـ ونخرج ـ ل ن ـ موازيا له ونخرج من ـ ه ـ س ه ف ـ موازيا لا ك ـ فلأن نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ م ب ـ الى ـ ب ه ـ بالفرض وهى كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ه ـ فنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ط ا ٢٠
الى ـ ا ه ـ فز ا ـ مساو ـ لط أ ـ وكذلك تبين ان ـ ح ب ـ مساو ـ لب ل ـ ونسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ معا الى ـ م ب ـ ب ه ـ معا كنسبة ـ ك ا ـ ا ه ـ معا الى ـ ل ب ـ ب ه ـ معا لأن نسبة كل الى نظيره كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ب ـ وليكن كل واحد من ـ ا ق ـ ب ز ـ مثل ـ ك ا ـ فسطح ـ ط ا ـ ا ه ـ

اعنى - ز ه - فى - ل ب - ب ه - اعنى - ه ح - مساو لسطح - م ب - ب
ه - اعنى ز ه - فى - ك ا - ا ه - اعنى - ق ه - ولذلك يجب اذا كانت - ق
بين - ا ل - ان يكون - ز - خارجا عن - ب ح - ولأن نسبة - ج - الى
د - كنسبة - ز ه - الى - ه ح - وهى كنسبة سطح - ز ه - فى - ه ح
٥ اعنى نسبة سطح - ز ه - فى - ق ه - الى مربع - ه ح - تكون نسبة - ج
الى - د - كنسبة سطح - ز ه - فى - ق ه - الى مربع - ه ح - ونجعل - ه
ع - مساويا - له ب - ونصل - ب ع - ونخرجه فى الجهتين ونخرج عمود
ز ش - ق ت - على - ا ب - الى ان يلقياهما - ب ع - على - ش ت - ولأن
ش ت - مر على نقطة معلومة من خط - ا ب - المعلوم الوضع واحاط معه
١٠ بنصف قائمة اعنى زاوية - ا ب ت - فهو ايضا معلوم الوضع وعمودا - ز ش
ق ت - الخارجتين من نقطتين معلومتين من خط معلوم الوضع معلوما الوضع
ايضا فنقطتا - ش ت - اللتين هما نقطتا خطوط معلومة الوضع معلومتان نخط
ش ت - معلوم الوضع والقدر جميعا ونسبة - ش ب - الى - ب ع - كنسبة
ز ب - الى - ب ه - وبالتركيب نسبة - ش ع - الى - ع ب - كنسبة - ز
١٥ ه - الى - ب ه - ونسبة - ب ع - الى - ع ت - كنسبة - ب ه - الى ه
ق - فبالمساواة المنتظمة نسبة - ش ع - الى - ع ت - كنسبة - ز ه - الى
ه ق - ونسبة سطح - ن ع - فى - ع ت - الى مربع - ع ت - كنسبة سطح
ز ه - فى - ه ق - الى مربع - ه ق (١) .

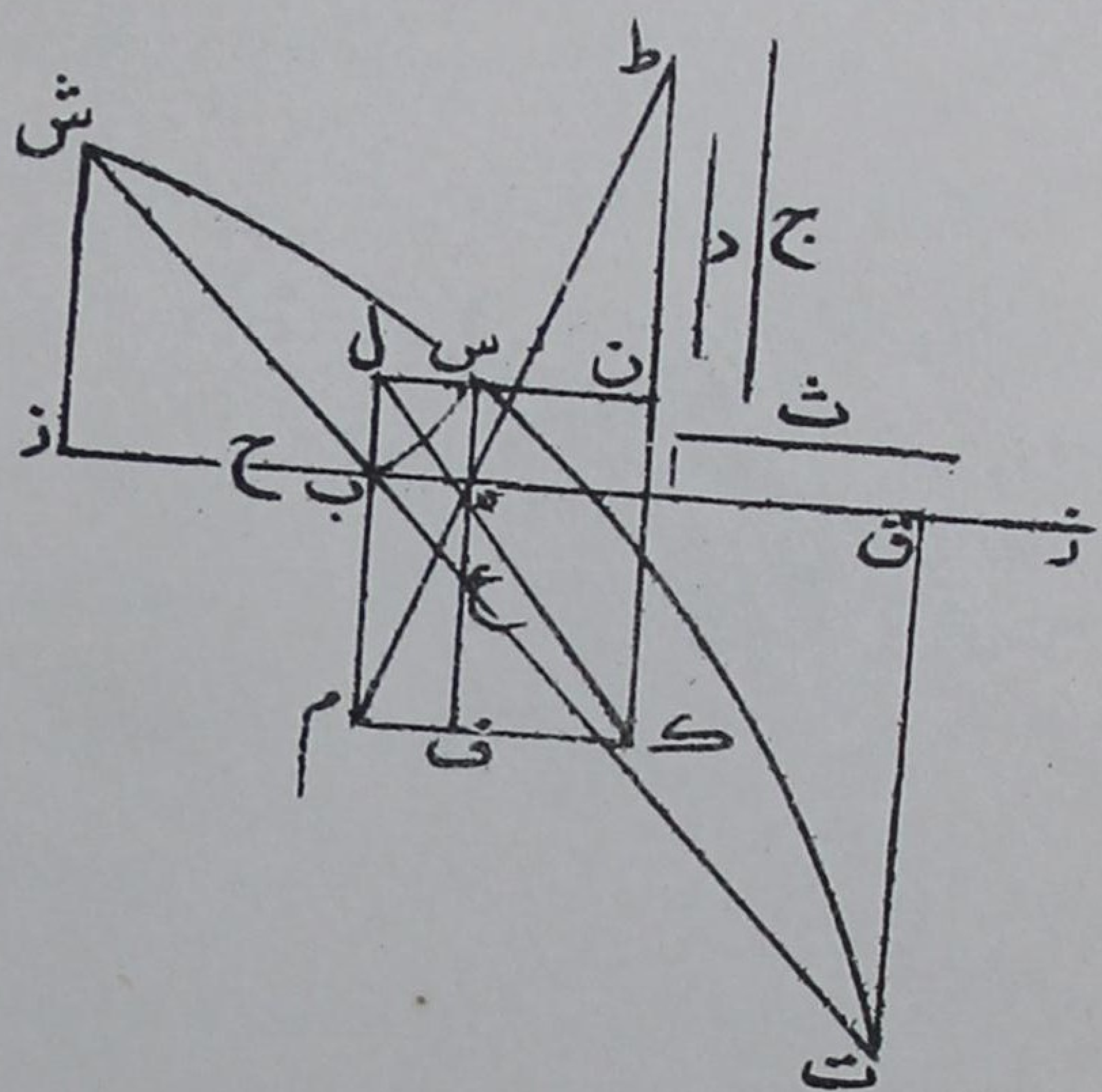
وذا ابد لنا كانت نسبة سطح - ش ع - فى - ع ت - الى سطح
٢٠ ز ه - فى - ه ق - كنسبة مربع - ع ت - الى مربع - ه ق - ومربع - ع ت
ضعف مربع - ه ق - لأن - ب ع - ضعف - ب ه - فى القوة فسطح - ش
ع - فى - ع ت - ضعف سطح - ز ه - فى - ه ق - وكانت نسبة سطح
ز ه - فى - ه ق - الى مربع - ه ح - كنسبة - ج - الى - د - ومربع
ه ح - مساو لمربع - س ع - فنسبة - ش ع - فى - ع ت - الى مربع - ع
س -

(١) الشكل الثالث والثمانون - ٧٣ -



الكرة والاسطوانة ص ١٠٠

٨٤



الكرة والاسطوانة ص١٠١

س ـ كنسبة ضعف ـ ج ـ الى ـ د ـ وهى معلومة فنسبة ـ ش ع ـ ف
ع ف ـ الى مربع س ع ـ معلومة فاذا جعلنا نسبة ـ ش ت ـ الى خط آخر
وليكن ـ ث كنسبة ـ د ـ الى ضعف ـ ج ـ ورسمنا قطعا ناقصا يكون قطره
المجانب ـ ش ت ـ وضلعه القائم ـ ث ـ وزاوية خطوط ترتيبه زاوية ـ ش
ع س ـ التى هى نصف قائمة كما تبين فى الشكل الثامن والخمسين من المقالة الاولى ٥
من كتاب المخروطات مر ذلك القطع بنقطة ـ س ـ اذا كانت نسبة مربع ـ س
ع ـ الى سطح ـ ش ع ـ ف ـ ح ت ـ كنسبة الضلع القائم الى القطر المجانب كما
تبين فى عكس الشكل الحادى والعشرين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات
وليكن ذلك قطع ـ ش س ت ـ ويكون معلوم الوضع لكون القطر
والزاوية معلومتى الوضع والقدر ولأن ـ خط ـ ل ك ـ قطر سطح ـ م ن ١٠
يكون سطح ـ ن س ـ ف ـ س ف ـ مساويا لسطح ـ ا ب ـ ف ـ ب م
فاذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ب ـ وكان الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ك
ط ـ ك م ـ كما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه مر ذلك القطع بنقطة
س ـ كما تبين فى عكس الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية منه ويكون القطع
معلوم الوضع لأن نقطة ـ ب ـ وخطى ـ ا ب ـ ب م ـ معلومة الوضع فيكون ١٥
خطا ـ ك ط ـ ك م ـ ايضا معلومى الوضع وليكن القطع ـ س ب ـ فنقطة
ـ س ـ على تقاطع قطعين ناقص وزائد معلومى الوضع فهى معلومة الوضع
وقد اخرج منها عمود ـ س ه ـ الى ـ خط ـ ا ب ـ المعلوم القدر والوضع
فنقطة ـ ه ـ معلومة وخطوط ـ ا ه ـ ه ب ـ ا ز ـ ب ح ـ معلومة النسب
المذكورة (١) . ٢٠

وتركيب ذلك هكذا ليكن الخط الذى نريد قسمته ـ ا ب ـ
والخط الآخر المعلوم ـ ا ك ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ
ونخرج عمودى ـ ا ك ـ ب م ـ المتساويين على ـ ا ب ـ ونصل ـ ك م ـ
ونجعل ـ ا ق ـ ب ز ـ متساويين ـ لا ك ـ ونخرج عمودى ـ ق ت ـ

---

(١) الشكل الرابع والثمانون ـ ٨٤ ـ

ـ ز ش ـ ونعمل على ـ ب ـ من ـ ا ب ـ نصف قائمة وهى زاوية ـ ا ب
ع ـ ونخرج ـ ب ع ـ الى ـ ش ـ و ـ ت ـ من العمودين ونجعل
نسبة ـ ش ت ـ الى ـ ث ـ كنسبة ـ د ـ الى ضعف ـ ج ـ ونرسم على ـ ش
ت ـ قطعا ناقصا تكون خطوط ترتيبه على قطره المجانب اعنى ـ ش ت ـ
على نصف قائمة وضلعه القائم ـ ق ث ـ وهو قطع ـ ش س ت ـ ونرسم قطعا ٥
زائدا يمر بنقطة ـ ب ـ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ك ا ـ
ـ ك م ـ وهو قطع ـ ب س ـ فيقطع القطع الناقص وليكن على نقطة ـ س
ونخرج ـ من ـ س ـ على ـ ا ب ـ عمود ـ س ه ـ فهو يقسم الخط على مانريد
وننفذه الى ـ ف ـ ونخرج من ـ س ـ ل س ق ـ موازيا ـ لا ب ـ ونصل
م ه ـ ونخرج ـ ك ا ـ م ه ـ الى ان يلتقيا على ـ ط ـ ونصل ـ ك ه ـ ١٠
ـ ل ه ـ فسطح ـ ن ف ـ مسا ولسطح ـ ا م ـ من جهة القطع الزائد
بل سطح ـ ن ه ـ لسطح ـ ب ف ـ فخط ـ ل ه ك ـ مستقيم وليكن ـ ا د
مساويا لطا ـ و ـ ب ح ـ مساويا ـ لل ب ـ ولأن نسبة ضعف ـ ج ـ الى
د ـ كنسبة ـ ث ـ الى ـ ش ت ـ التى هى كنسبة سطح ـ ش ع ـ فى ـ ع
ت ـ الى ـ مربع ـ س ع ـ ونسبة ـ س ب ـ الى ـ ب ع ـ كنسبة ـ ز ب ـ ١٥
الى ـ ب ه ـ وبالتركيب نسبة ـ ش ع ـ الى ـ ع ب ـ كنسبة ـ ز ه ـ
الى ـ ه ب ـ ونسبة ـ ب ع ـ الى ـ ع ت ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ق ـ
فبالمساواة نسبة ـ ش ع ـ الى ـ ع ت ـ كنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ق ـ ونسبة
سطح ـ ش ع ـ فى ـ ع ت ـ الى مربع ـ ع ت ـ كنسبة سطح ـ ز ه ـ
فى ـ ه ق ـ الى مربع ـ ه ق ـ واذا ابدلنا كانت نسبة سطح ـ ش ع ـ ٢٠
فى ـ ع ت ـ الى سطح ـ ز ه ـ فى ـ ه ق ـ كنسبة مربع ـ ع ت ـ الى
مربع ـ ه ق ـ ومربع ـ ع ت ـ ضعف مربع ـ ه ق ـ لأن ـ ب ع ـ ضعف
ب ه ـ فى القوة فسطح ـ ش ع ـ فى ـ ع ت ـ ضعف سطح ـ ز ه ـ فى
ه ق ـ وقد تبين ان نسبة ضعف ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة سطح ـ ش ع ـ فى
ع ت

[illegible]

ح ت ـ الى مربع ـ ع س ـ اعني مربع ـ [illegible]

كنسبة ـ سطح ـ ز ه ـ ق ـ [illegible]

ه ـ اعني ـ ق ه ـ الى ـ ل ب ـ [illegible]

اعني ز ه ـ الى ـ م ب ـ [illegible]

[illegible]

ع ـ الى مربع ـ [illegible] ـ بل كنسبة ـ [illegible]

الى ب ه ـ اعني ـ م ب ـ المساوى [illegible]

اعني ـ ز ا ـ الى ـ [illegible]

ويظهر ذلك [illegible]

وذلك ما قصدنا ه و الشكل [illegible]

و [illegible]

ه ـ كما كان اولا ولتكن [illegible]

ط ـ ز ـ قسمة تكون [illegible]

ونسبة ـ ه ب ـ الى ـ [illegible]

الى ـ ا ز ـ كنسبة ـ ط [illegible]

عمود ـ ع [illegible]

عمودا عليه فقسم الكرة الى قطعتين [illegible]

ونقول [illegible]

[illegible] كنسبة [illegible]

الى [illegible] كنسبة [illegible]

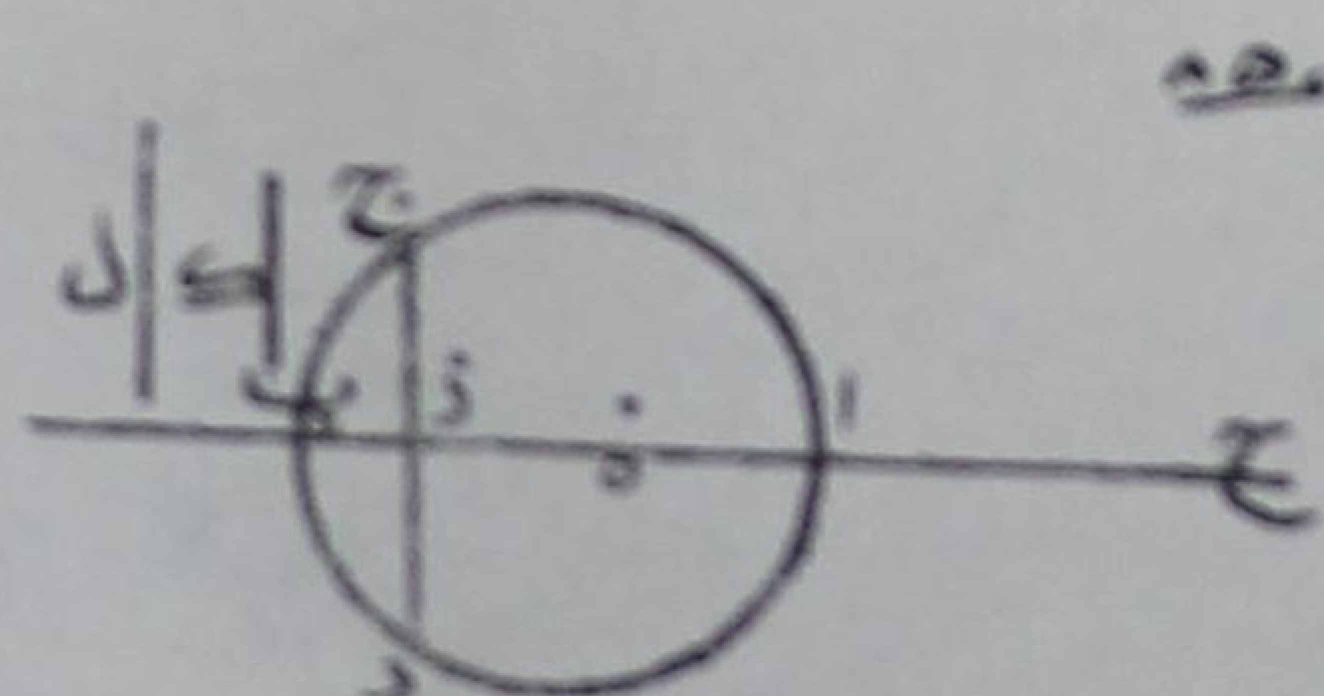
[illegible]

ويظهر [illegible]

[illegible]

[illegible]

(١) الشكل [illegible]



الكرة والاسطوانة ص ١٠٣

ع ت - الى مربع - ع س - اعنى مربع - ه ح - فنسبة - ج - الى - د -
كنسبة سطح - ز ه - فى - ه ق - الى مربع - ه ح - ولأن نسبة - ك ا -
ه - اعنى - ق ه - الى - ل ب - ب ه - اعنى - ه ح - كنسبة - ط ا - ا ه
اعنى ز ه - الى - م ب - ب ه - اعنى - ه ز - فسطح - ز ه - فى - ه ح -
مساو لسطح - ق ه - ه ز - ونسبة - ج - الى - د - كنسبة - ز ه - فى - ه ٥
ح - الى مربع - ه ح - بل كنسبة - ز ه - الى - ه ح - ونسبة - ز ب -
الى ب ه - اعنى - م ب - المساوى - لك ا - الى - ب ه - كنسبة - ط ا - ا ه
اعنى - ز ا - الى - ا ه - فنسبة - ز ا - الى - ا ه - كنسبة - ك ا - الى - ه ب .

وبمثل ذلك تبين ان نسبة - ك ا - الى - ا ه - كنسبة - ح ب - الى - ب ه
وذلك ما قصدناه والشكل كما كان فى الحل . ١٠

واذ تبين ما قدمناه فلنعد قطر الكرة وهو - ا ب - والمركز وهو
ه - كما كان اولا ولتكن النسبة المفروضة نسبة - ك - الى - ل - ونقسم - ا ب
على - ز - قسمة تكون نسبة - ح ز - الى - ز ط - كنسبة - ك - الى - ل -
ونسبة - ه ب - الى - ب ز - كنسبة - ا ح - الى - ا ز - ونسبة - ه ا -
الى - ا ز - كنسبة - ط ب - الى - ب ز - كما قررناه ونخرج من - ز - ١٥
عمود - ج د - على - ا ب - ونرسم سطحا يمر - بج د - ويكون - ا ب -
عمودا عليه فنقسم الكرة الى قطعتين .

ونقول ان نسبتهما النسبة المفروضة وذلك لأن نسبة - ه ب - الى
ب ز - كنسبة - ح ا - الى - ا ز - وبالتركيب نسبة جميع - ه ب - ب ز -
الى - ب ز - كنسبة - ح ز - الى - ز ا - فمخروط - ج ح د - مساو لقطعة ٢٠
ج د - .

وبمثله تبين ان مخروط - ج ط د - مساو لقطعة - ج ب د - ونسبة
المخروطين نسبة - ح ز - ز ط - وهى النسبة المفروضة فنسبة القطعتين هى
النسبة المفروضة (١) وهذا جميع ما اورده اوطوقيوس فى هذا الباب ونعود

---

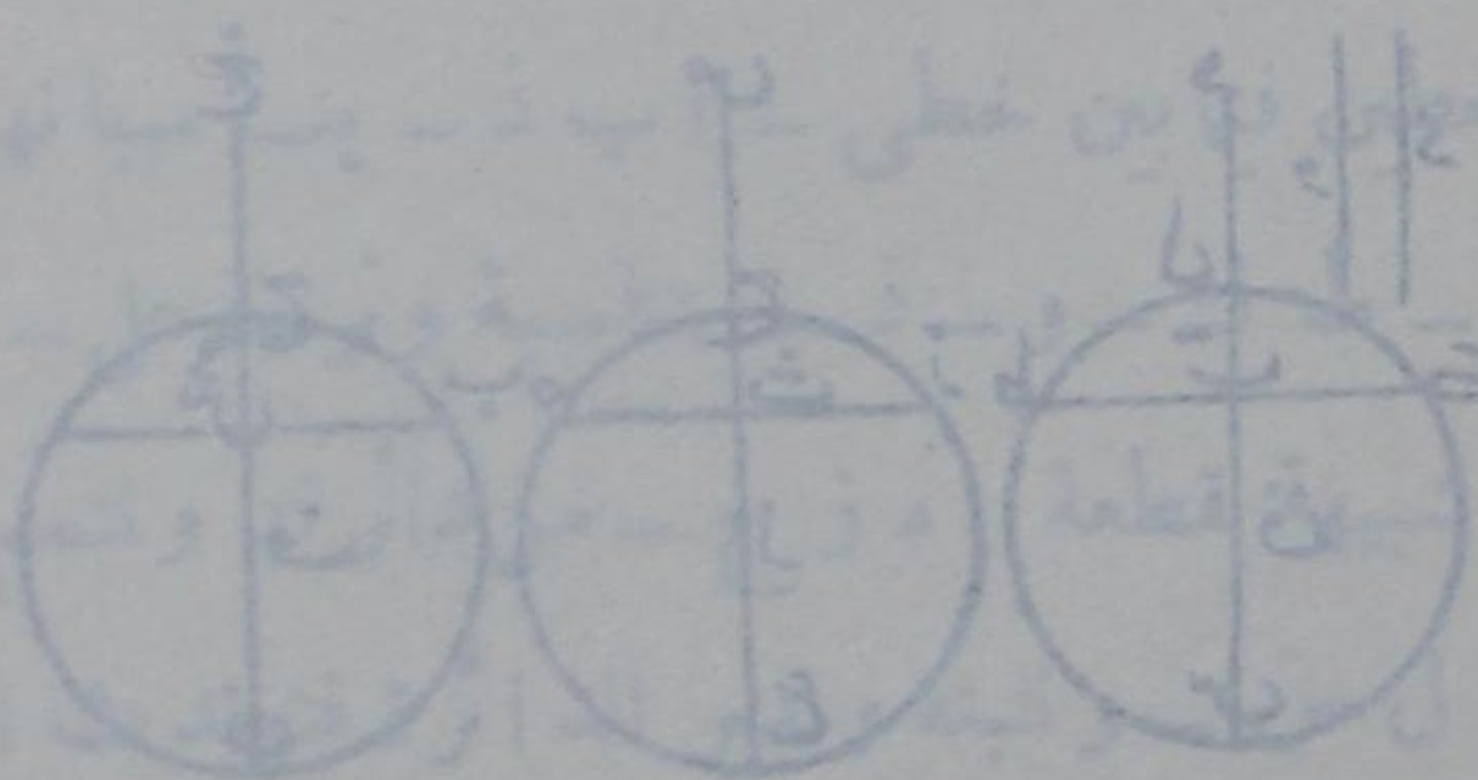
(١) الشكل الخامس والثمانون - ٨٥ -

الى الكتاب .

(٥) نريد ان نعمل قطعة كرة مساوية لقطعة كرة معلومة شبيهة بقطعة
كرة اخرى معلومة فلتكن القطعتان المعلومتان - ا ب ج - ه ز ح - وقاعدة
قطعة - ا ب ج - الدائرة التى قطرها - ا ب - ورأسها - ج - وقاعدة قطعة
٥ ه ز ح - الدائرة التى قطرها - ه ز - ورأسها - ح - ونريد ان نعمل قطعة
مساوية لقطعة - ا ب ج - وشبيهة بقطعة - ه ز ح - فلتكن قطعة - ط ك ل -
كما اردنا ولتكن قاعدتها الدائرة التى قطرها - ط ك - ورأسها - ل - ولتكن
الدوائر العظمى لهذه الاكر - ا ز ب ج - ه ع ز ح - ط س ك ل - ولتكن
اقطارها - ج ن - ح ع - ل س - وهى اعمدة على قواعد القطع ولتكن المراكز
١٠ ف - ز - ق - ولتكن نسبة - ف ن - ن ش - معا الى - ن ش - كنسبة - خ
ش - الى - ش ج - ونسبة - ز ع - ع ث - معا الى - ع ث - كنسبة - ص
ث - الى - ث ح - ونسبة ق س - س ت - معا الى - س ت - كنسبة -
د ت - الى - ت ل - ولتكن مخروطات قواعدها الدوائر المارة - باب - ه
ز - ط ك - ورؤسها - خ - ص - د - وهى مساوية للقطع كل لصاحبته
١٥ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ولأن قطعة - ا ب ج - مساوية لقطعة
ط ك ل - يكون مخروط - ا ب ح - مساويا لمخروط - ط ك د - فتكون
قاعدتاهما مكافئتين لارتفاعيهما اعنى نسبة دائرة - ا ب - الى دائرة - ط ك -
بل مربع - اب - الى مربع - ط ك - كنسبة - د ت - الى - خ ش - ولأن
قطعة كرة - ه ز ح - شبيهة لقطعة كرة - ط ك ل - يكون مخروط - ص ه
٢٠ ز - شبيها بمخروط - د ط ك - كما سأورد ذكره ونسبة - ص ث - الى -
ه ز - كنسبة - د ت - الى - ط ك - ونسبة - ص ث - الى - ه ز - معلومة
فنسبة - د ت - الى - ط ك - معلومة ولتكن نسبة - خ ش - الى - ذ -
كنسبة - د ت - الى - ط ك - المعلوم - و خ ش - معلوم - فذ - معلوم
وتكون نسبة - د ب - الى - خ ش - اعنى نسبة مربع - ا ب - الى مربع -
ط ك

ط ك ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ذ ـ وليكن سطح ـ اب ـ ق ـ و ـ مساويا لمربع ـ ط ك ـ فتكون نسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ط ك ـ اعنى كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ كنسبة ـ اب ـ الى ـ و ـ ونسبة ـ اب ـ الى ـ ط ك ـ بالابدال كنسبة ـ و ـ الى ـ ذ ـ ويكون ـ اب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ متناسبة على الترتيب وخطا ـ اب ـ ذ ـ معلومان فخطا ـ ط ك ـ و ـ معلومان وتركيبه هكذا (١).

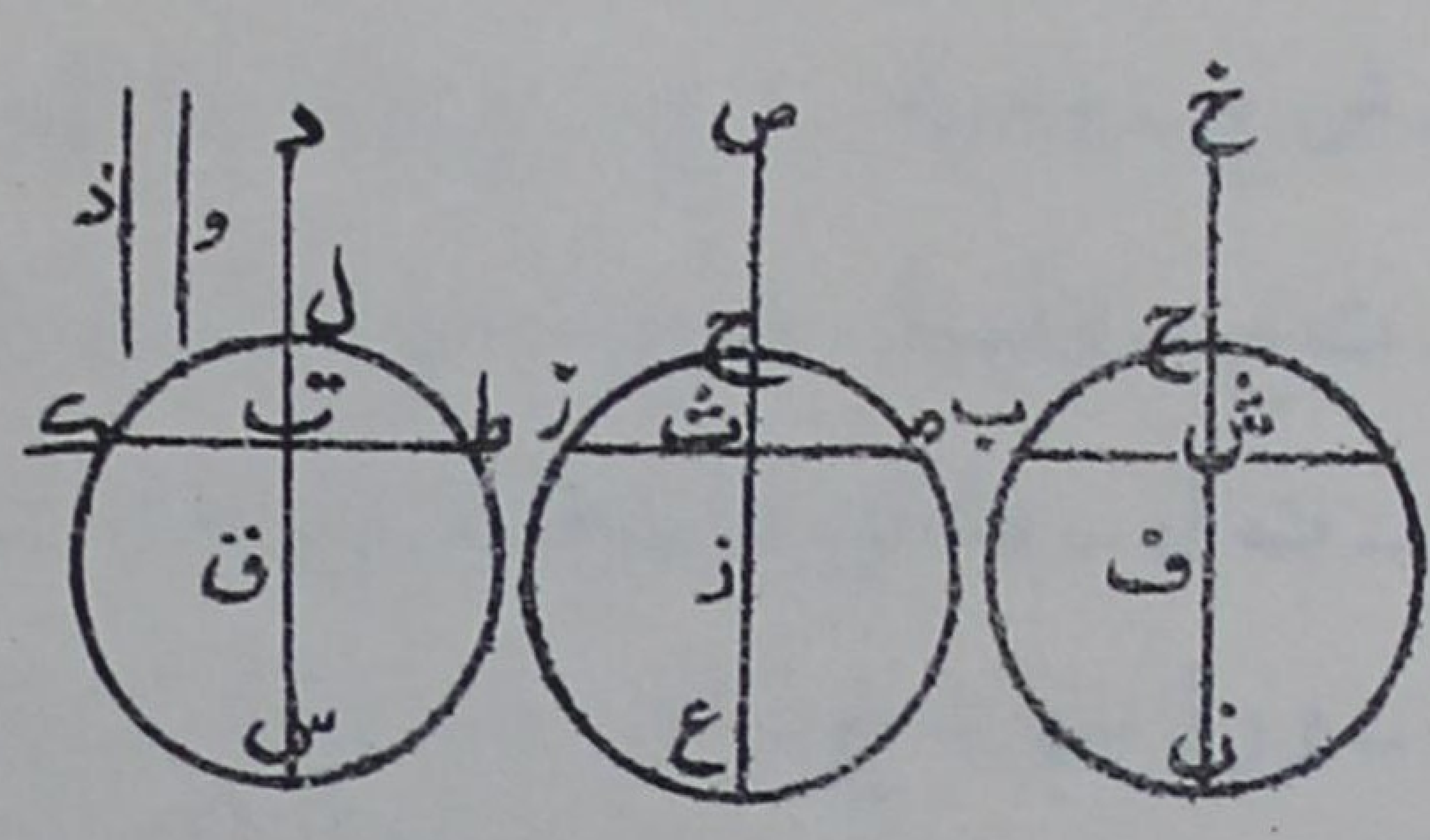
لتكن القطعة التي نريد ان نعمل قطعة تساويها قطعة ـ اج ب ـ والتي نريد ان تكون المعمولة شبيهة بها قطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن الدائرتان وسائر الاوضاع كما في الحل فمخروط ـ ح ا ب ـ مساو لقطعة ـ اب ج ـ ومخروط ص ه ز ـ مساو لقطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ح ش ـ الى ـ ذ ـ ونأخذ خطين فيما بين خطي ـ اب ـ ذ ـ بحيث تتوالى [illegible]



ط ك ـ و ـ حتى يكون ـ اب ـ [illegible] ط ك قطعة ـ ط ك ل ـ من الدائرة [illegible] ط ل ك ـ س ـ ولهكن القطر ـ ل [illegible] الكرة ومركزها ـ ق ـ ونرسم على ـ ط ك ـ سطحا يكون القطر عمودا عليه تنقسم الكرة بقطعتين وتكون قطعة ـ ط ك ل ـ كما اردنا اما كونها شبيهة بقطعة ه ز ح ـ فلتشابه قطعتي الدائرتين واما كونها مساوية لقطعة ـ اب ج ـ فلانا اذا جعلنا نسبة ـ ق س ـ س ث ـ معا الى ـ س ث ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ل ـ كان مخروط ـ د ك ط ـ مساويا لقطعة ـ ل ك ط ـ لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ويكون لكون مخروطي ـ د ط ـ ك ص ـ ه ز ـ متشابهين نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ اعني نسبة ـ ح ش ـ الى ـ ذ ـ كنسبة د ت ـ الى ـ ط ك ـ ونسبة ـ ت د ـ الى ـ ح ش ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ذ ـ ولأن قطر ط ـ اب ـ ك ط ـ و ـ [illegible] مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ اعني كنسبة ـ د ت ـ الى

---

(١) الشكل السادس والثلاثون ـ ٨٦ ـ



الكرة والاسطوانة ص١٠٥

ط ك ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ذ ـ وليكن سطح ـ اب ـ ف ـ و ـ مساويا
لمربع ـ ط ك ـ فتكون نسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ط ك ـ التى هى
كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ كنسبة ـ اب ـ الى ـ و ـ فنسبة ـ اب ـ الى ـ
ط ك ـ بالابدال كنسبة ـ و ـ الى ـ ذ ـ ويكون ـ اب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ
متناسبة على الترتيب وخطا ـ اب ـ ذ ـ معلومان فخطا ـ ط ك ـ و ـ معلومان ٥
وتركيبه هكذا (١).

لتكن القطعة التى نريد ان نعمل قطعة تساويها قطعة ـ اج ب ـ والتى
نريد ان تكون المعمولة شبيهة بها قطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن الدائرتان وسائر
الاوضاع كما فى الحل فمخروط ـ خ اب ـ مساو لقطعة ـ اب ج ـ ومخروط
ص ه ز ـ مساو لقطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ١٠
خ ش ـ الى ـ ذ ـ ونأخذ خطين فيما بين خطى ـ اب ذ ـ ينا سبانهما وهما
ط ك ـ و ـ حتى يكون ـ اب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ متناسبة ونرسم على ـ ط ك
قطعة ـ ط ك ل ـ من الدائرة شبيهة بقطعة ـ ه ز ح ـ من دائرتها ونتمم دائرة
ط ل ك س ـ وليكن القطر ـ ل س ـ ونثبته وندير الدائرة فتحدث الكرة
ومركزها ـ ق ـ ونرسم على ـ ط ك ـ سطحا يكون القطر عمودا عليه فنقسم ١٥
الكرة بقطعتين وتكون قطعة ـ ط ك ل ـ كما اردنا اما كونها شبيهة بقطعة
ه ز ح ـ فلتشابه قطعتى الدائرتين واما كونها مساوية لقطعة ـ اب ج ـ فلانا
اذا جعلنا نسبة ـ ق س ـ س ت ـ معا الى ـ س ت ـ كنسبة ـ د ت ـ
الى ـ ت ل ـ كان مخروط ـ د ك ط ـ مساويا لقطعة ـ ل ك ط ـ لما مر فى
الشكل الثانى من هذه المقالة ويكون لكون مخروطى ـ د ط ـ ك ص ـ ه ز ـ ٢٠
متشابهين نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ اعنى نسبة ـ خ ش ـ الى ـ ذ ـ كنسبة
د ت ـ الى ـ ط ك ـ ونسبة ـ ت د ـ الى ـ خ ش ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى
ذ ـ ولأن خطوط ـ اب ـ ك ط ـ و ـ ذ ـ متناسبة تكون نسبة مربع ـ اب ـ
الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ أعنى كنسبة ـ د ت ـ الى

---

(١) الشكل السادس والثمانون ـ٨٦ـ

خ ش ـ ونسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة دائرتيهما اللتين
هما قاعدتا القطعتين والمخروطين فنسبة قاعدتى المخروطين مكافئتان لارتفاعيهما
فهما متساويان فالقطعتان متساويتان فاذا قطعة ـ ط ك ل ـ المعمولة مساوية
لقطعة ـ اب ج ـ ومشابهة لقطعة ـ ه ز ح ـ وذلك ما اردناه .

٥ اقول انما يجب من تشابه قطعتى ـ ه ز ح ـ ط ك ل ـ من الكرتين
تشابه مخروطى ـ ص ه ز ـ د ط ك ـ لأنهما يوجبان تشابه قطعتى ـ ه ز ح ـ
ط ك ل ـ من الدائرتين وكون نسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ه ـ كنسبة ـ ل
ت ـ الى ـ ت ط ـ ونسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ع ـ كنسبة ـ ات ـ الى
ت س ـ ونسبة ـ ح غ ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ ل س ـ الى ـ ل ت ـ

١٠ وقد مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ان نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ز ـ
كنسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ع ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ق ـ كنسبة ـ ل
ت ـ الى ـ ت س ـ فتكون نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ز ـ كنسبة ـ د ل ـ
الى ـ ل ق ـ ونسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ع ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل س
وكانت نسبة ـ ح ع ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ ل س ـ الى ـ ل ت ـ

١٥ فبالمساواة نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ت ـ
وبالتركيب نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ح ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ل ت ـ
وكانت ـ نسبة ث ح ـ الى ـ ث ه ـ كنسبة ـ ل ت ـ الى ـ ت ط ـ فبالمساواة
نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ه ـ ثم الى ـ ز ه ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ط
ثم الى ـ ك ط ـ فاذا مخروطا ـ ص ه ز ـ د ط ك ـ متشابهان .

٢٠ واما الطريق الى وجود خطى ـ ط ك ـ و ـ فيما بين خطى ـ اب ـ
ز ـ على نسبة فكما ذكرت بعد الشكل الاول من هذه المقالة انه كيف يوجد
خطان مناسبان لخطين معلومين فيما بينهما بحسب اصول كتاب المخروطات
وليس فى هذا الكتاب ماهو مبنى على اصول ذلك الكتاب سوى هذه المقدمة
المحتاج اليها فى الشكل الاول المذكور وفى هذا الشكل وسوى المقدمة المذكورة

فى الشكل الرابع من هذه المقالة ايضا وهى قسمة الخط الى قسمين تكون
نسبة خط معلوم الى احدهما كنسبة مربع الآخر الى سطح معلوم ونعود
الى الكتاب .

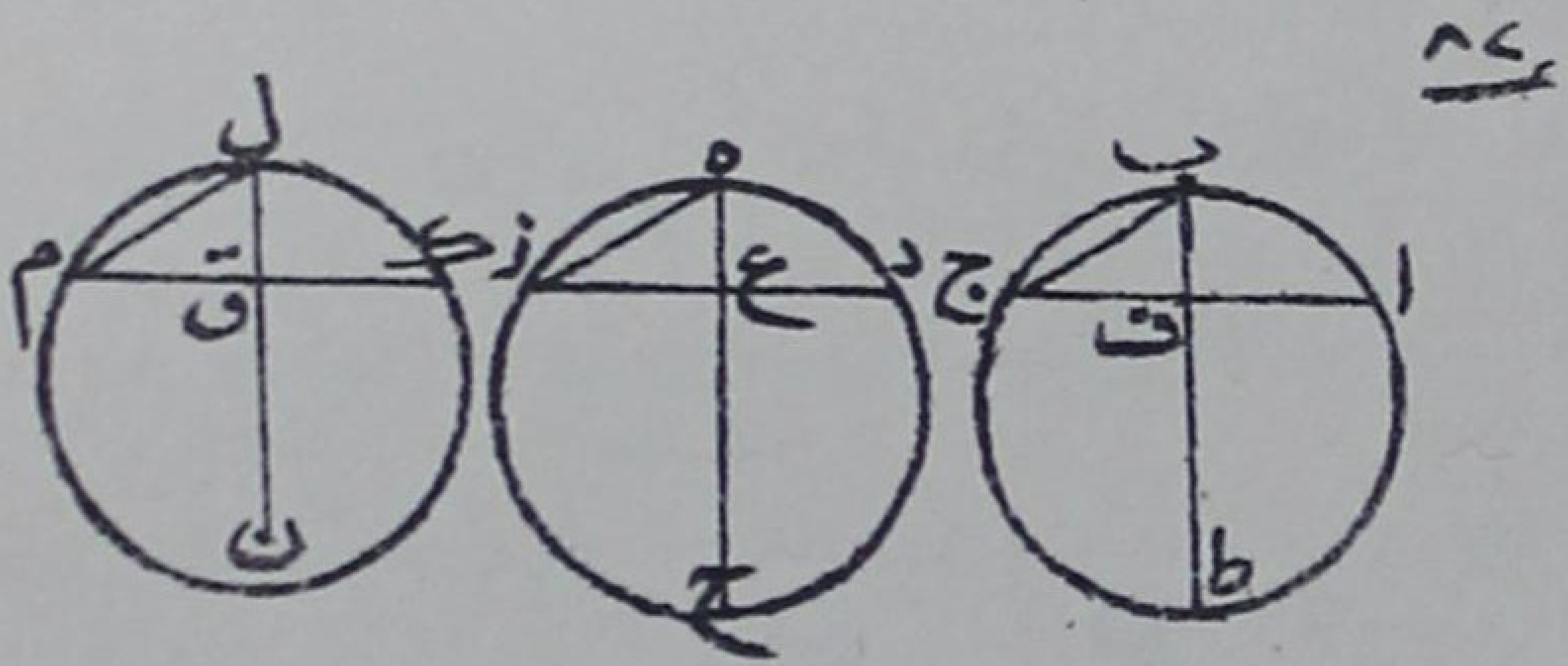
(و) نريد ان نعمل قطعة كرة تشبه قطعة اخرى معلومة من كرة ويساوى
سطحها سطح قطعة اخرى معلومة من تلك الكرة او من كرة اخرى فلتكن ٥
القطعتان المعلومتان قطعتى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ ولتكن قطعة ـ ك ل م ـ شبيهة
بقطعة ـ ا ب ج ـ وسطحها مسا ولسطح ـ د ه ز ـ وهى المطلوبة فنفرضها
موجودة ولتكن الدوائر العظام التى لاكرها القائمة سطوحها على قواعد القطع
دوائر ـ ا ب ج ط ـ ه ز ح د ـ ك ل م ن ـ والفصول المشتركة التى فى القواعد
ـ ا ج ـ د ز ـ ك م ـ والاقطار القائمة عليها ـ ب ط ـ ه ح ـ ل ن ـ ونصل ١٠
خطوط ـ ب ج ـ ه ز ـ ل م ـ فلأن سطح قطعة ـ ك ل م ـ مسا ولسطح
قطعة ـ د ه ز ـ تكون الدائرة التى نصف قطرها ـ ل م ـ مساوية للتى نصف
قطرها ـ ه ز ـ لأن كل واحد منهما مساوية لسطح قطعتها كما مر فى الشكل الرابع
والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى فخطا ـ ه ز ـ ل م ـ متساويان ولأن
قطعتى كرتى ـ ك ل م ـ ا ب ج ـ متشابهتان تكون نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ق م ١٥
كنسبة ـ ب ف ـ الى ـ ف ج ـ ونسبة ـ ق م ـ الى ـ ق ن ـ كنسبة
ـ ف ج ـ الى ـ ف ط ـ فنسبة ـ ل ق ـ الى ـ ق ن ـ كنسبة ـ ب ف ـ
الى ـ ف ط ـ وبعد العكس والتركيب نسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل ق ـ
كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ف ـ ونسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل م ـ كنسبة
ـ ب ف ـ الى ـ ب ج ـ فنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل م ـ بل الى ـ ه ز ـ كنسبة ٢٠
ـ ط ب ـ الى ـ ب ج ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ن ل ـ الى
ـ ط ب ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ب ج ـ معلومة وكل واحد من ـ ه ز ـ
ـ ب ج ـ معلوم فنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ب ط ـ معلومة و ـ ب ط ـ معلوم
ـ فن ل ـ معلوم فكرة ـ ل م ـ ن ك ـ معلومة وتركيبه هكذا .

لتكن قطعتا ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ من الكرتين معلومتين ونريد قطعة كرة تشبه قطعة كرة ـ ا ب ج ـ ويساوى سطحها سطح قطعة ـ د ه ز ـ ولتكن الدائرتان والقطران كما وصفنا فى الحل ونجعل نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ل ن ـ ونعمل على ـ ل ن ـ دائرة ثم كرة دائرتها العظيمة دائرة ـ ل ك ـ ن م ـ ونقسم ـ ن ل ـ على ـ ق ـ قسمين تكون نسبة ـ ن ق ـ الى ـ ق ل ـ كنسبة ـ ط ف ـ الى ـ ف ب ـ ونخرج من ـ ق ـ سطحا ـ يكون ـ ن ل ـ عمودا عليه وليمر ـ بم ك ـ ونصل ـ ل م ـ ولأن قطعتى ـ ك م ل ـ ا ج ب ـ من الدائرتين متشابهتان تكون قطعتاهما من الكرتين متشابهتين فنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ف ـ كنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل ق ـ ونسبة ـ ب ف ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ل ق ـ الى ـ ل م ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ل ن ـ الى ـ ل م ـ وبالابدال نسبة ـ ب ط ـ الى ـ ل ن ـ التى هى كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ل م ـ فه ز ـ ل م ـ متساويان فسطحا قطعتى ـ ه ز د ـ ل م ك ـ من الكرتين متساويتان فاذا قد عملنا ما اردنا (١).

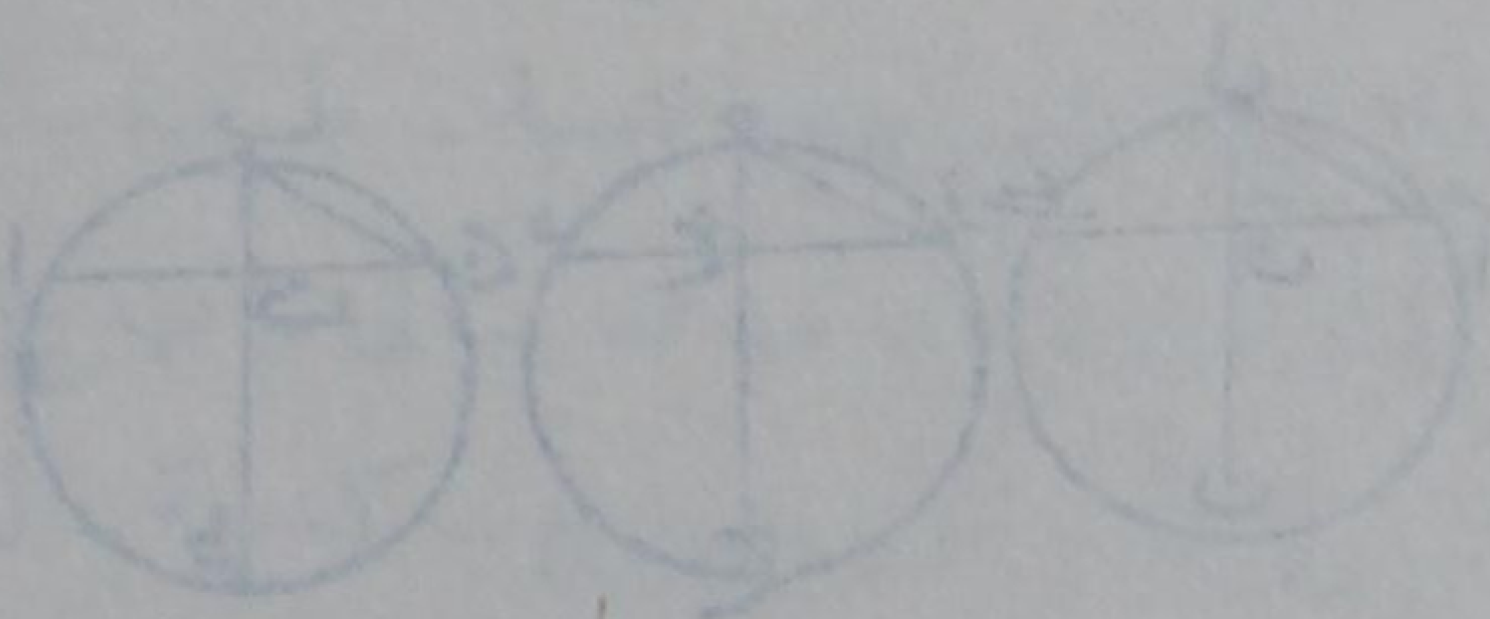
(ز) نريد ان نفصل من كرة معلومة بسطح قطعة تكون نسبتها الى المخروط الذى قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها كنسبة مفروضة فلتكن اعظم دائرة فى الكرة المعلومة ـ ا ب ج د ـ وقطرها ـ ب د ـ والمركز ـ ه ـ ونريد ان نفصل من الكرة بسطح كالذى تمر على ـ ا ج ـ قطعة ـ ا ب ج ـ تكون نسبتها الى مخروط ـ ا ب ج ـ كنسبة مفروضة وليكن كما فرضنا ونجعل نسبة ـ د ه ـ د ز ـ معا الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ب ـ فمخروط ا ج ح ـ مساو لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة فنسبة مخروط ـ ا ج ح ـ الى مخروط ـ ا ب ج ـ اعنى نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ب ز ـ معلومة فنسبة ـ ه د ـ د ز ـ معا الى ـ د ز ـ معلومة ـ ونسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ معلومة وخط ـ ه د ـ معلوم فخط ـ د ز ـ معلوم فخط ـ ا ج ـ

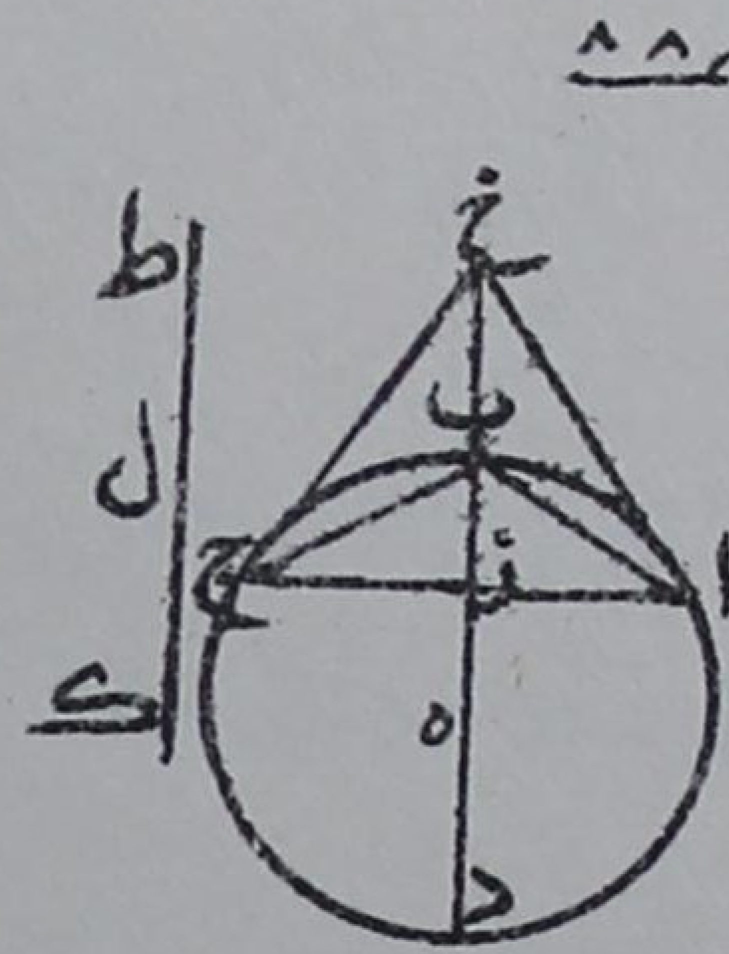
معلوم

(١) الشكل السابع والثمانون ـ ٨٧ .



الكرة والاسطوانة ص ١٠٨





الكرة والاسطوانة ص ١٠٩

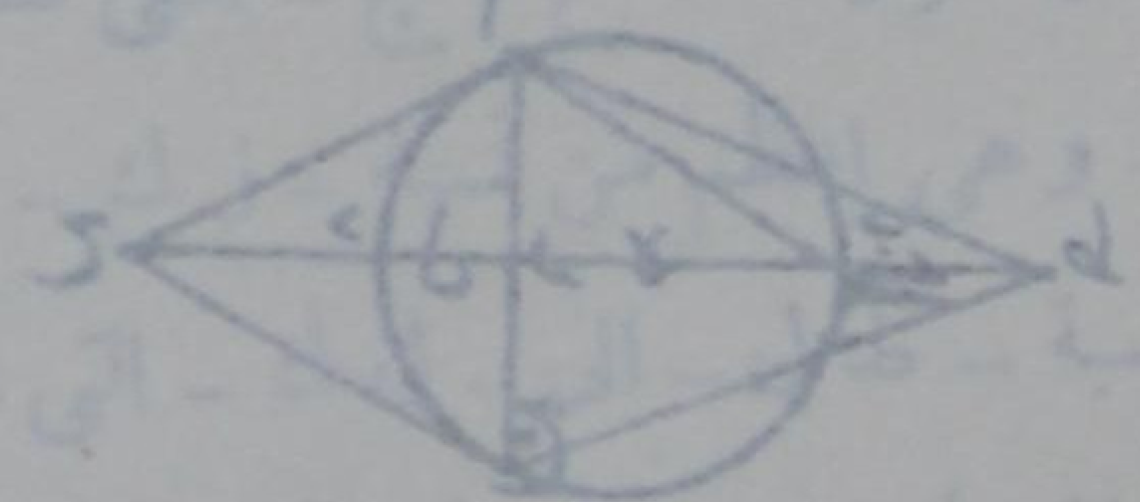
معلوم ولأن نسبة ـ د ه ـ الى ـ د ز ـ اعظم من نسبته الى ـ د ب ـ تكون
نسبة ـ د ه ـ د ز ـ بالتركيب الى ـ د ز ـ اعنى النسبة المفروضة اعظم من
نسبة ـ د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ ونسبة د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ كنسبة
الثلاثة الى الاثنين فان ـ د ه ـ د ب ـ ثلاثة امثال ـ د ه ـ و ـ د ب ـ مثلاه
فالنسبة المفروضة يجب ان تكون اعظم من نسبة الثلاثة الى الاثنين وتركيبه ٥
هكذا ـ لتكن الدائرة العظيمة فى الكرة المعلومة ـ ا ب ج د ـ والقطر ـ ب د ـ
والمركز ـ ه ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ وهى اعظم من
نسبة الثلاثة الى الاثنين اعنى من نسبة ـ د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ وبالتفصيل
نسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ ونجعل
نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ ونخرج من نقطة ـ ١٠
ز ـ عمودا على ـ ب د ـ وهو ـ ا ج ـ ويمر عليه سطحا يكون ـ ب د ـ
عمودا عليه فتكون قطعة كرة ـ ا ب ج ـ هى المطلوبة لأنا اذا جعلنا نسبة ـ
د ه ـ د ز ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ب ـ كانت نسبة ـ ط ك ـ
الى ـ ك ل ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ب ـ اعنى نسبة مخروط ـ ح ا ج ـ الى
مخروط ـ ب ا ج ـ بل كنسبة قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى مخروط ـ ب ا ج ١٥
وذلك ما اردناه (١).

(ح) اذا قطع الكرة سطحا على غير مركزها بقطعتين كانت نسبة القطعة
العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة سطح القطعة العظمى الى سطح
القطعة الصغرى مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة السطحين
المذكورة ومن نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين المذكورة فلتكن ٢٠
الدائرة العظمى على تلك الكرة ـ ا ب ج د ـ والقطر ـ ب د ـ والمركز
ه ـ وليقطعها سطح يمر ـ با ج ـ ويكون ـ ب د ـ عمودا عليه ونصل ـ ا
ب ـ ا د ـ ونجعل نسبة ـ ه د ـ د ز ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى
ز ب ـ ونسبة ـ ه ب ـ ب ز ـ الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د

(١) الشكل الثامن والثمانون ـ ٨٨ ـ

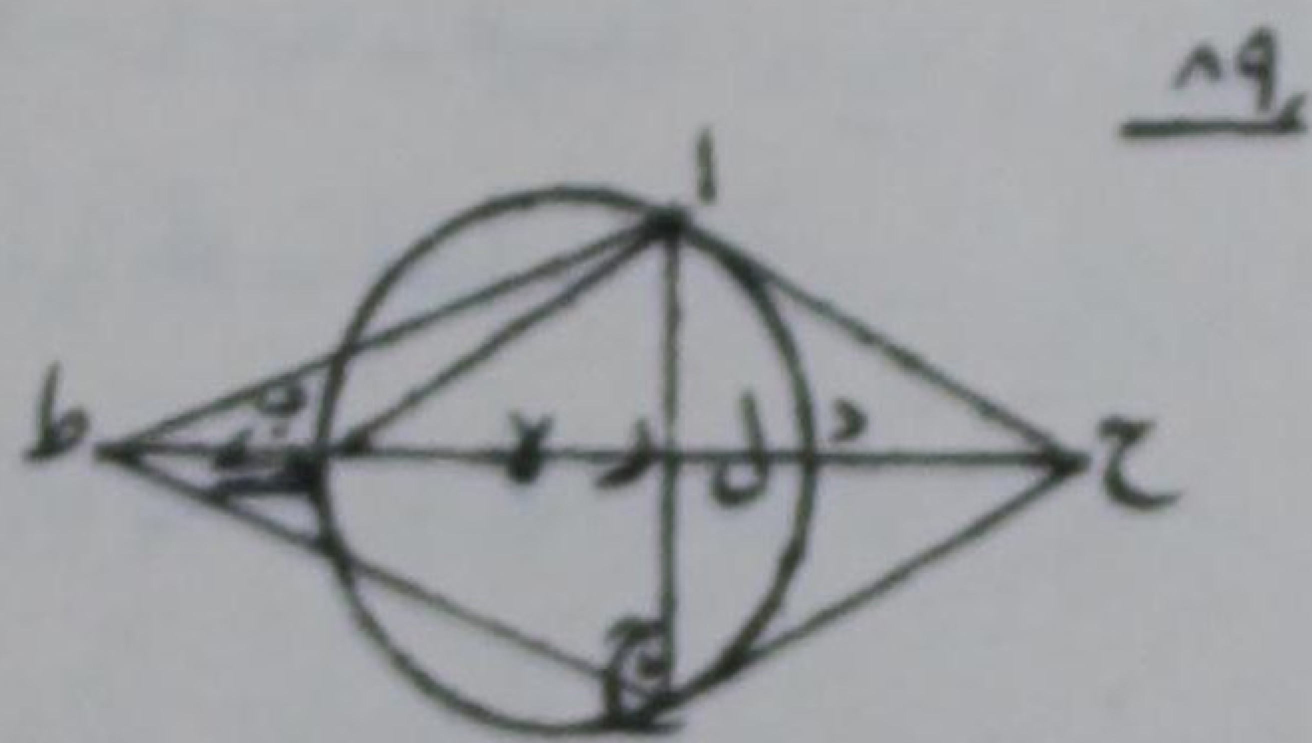
ويكون بالتفصيل والابدال كما مر ارا نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة
ط ب ـ الى ـ ب ه ـ وكنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح د ـ ونرسم مخروطى ـ ا
ط ج ـ ا ح ج ـ المساويين للقطعتين من الكرة كما مر فى الشكل الثانى من
هذه المقالة فنسبة سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الى سطح قطعة ـ ا د ج ـ كنسبة
٥ مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه
من المقالة الاولى ونسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ كنسبة ـ ب ز ـ
الى ـ ا د ـ اعنى نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ه ـ و ليكن ـ ب ك ـ مساويا
لب ه ـ و ـ ب ط ـ اطول من ـ ب ك ـ لأن ـ ب ز ـ اطول من ـ ز
د ـ ونسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د ـ واذا ابدلنا
١٠ كانت نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ اعنى نسبة
ط ب ـ الى ـ ب ه ـ بل الى ـ ب ك ـ ونسبة ـ ط ز ـ الى ـ زك ـ اصغر من
نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ك ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ اصغر من نسبة
ك ز ـ الى ـ ز ح ـ وسطح ـ ط ز ـ فى ـ ز ح ـ اصغر من مربع ـ ك
ز ـ فنسبة سطح ـ ط ز ـ فى ـ زح ـ الى مربع ـ زح ـ التى هى كنسبة
١٥ ط ز ـ الى ز ح ـ اصغر من نسبة مربع ـ ك ز ـ الى مربع ـ ب ح ـ ونسبة
مربع ـ ك ز ـ كنسبة ـ ك ز الى ـ ز ح ـ مثناة وكانت نسبة ـ ك ز ـ
الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ح ـ
اعنى نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة ـ ب ز ـ الى ـ
ز د ـ مثناة اعنى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ د ا ـ بل نسبة السطح الى
٢٠ السطح ونقول ايضا خط ـ ب د ـ نصف على ـ ه ـ وقسم بمختلفين على ـ
ز ـ فسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز د ـ اصغر من مربع ـ ب ه ـ ونسبة ـ ب
ز ـ الى ـ ب ه ـ اصغر من نسبة ـ ب ه ـ الى ـ زد ـ وكانت نسبة ـ ه د ـ
المساوى ـ لب ه ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ فنسبة ـ ب
ز ـ الى ـ ب ه ـ اعنى الى ـ ب ك ـ اصغر من نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب
ز

ز — فمربع — ب ز — اصغر من سطح — ط ب — في — ب ك — ولكن مربع
ب ل — كسطح — ط ب — في — ب ك — فنسبة — ط ب — الى — ب ل
كنسبة — ب ل — الى — ب ك — وكنسبة — ط ل — الى — ل ط — وهى النسبة
التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة — ط ب — الى — ب ك — يل — ط ب
الى — ب ه — التى هى كنسبة — ز ك — الى — ز ح — المساوية لنسبة — ب د
الى — ز د — اعنى نسبة مربع — ا ب — الى مربع — ا د — التى هى نسبة السطحين
ولما كانت نسبة — ط ك — الى — ك ز — اعظم من نسبة — ط ك — الى — ك ل
لبالتركيب تكون نسبة — ط ز — الى — ز ك — اعظم من نسبة — ط ل — الى
ل ك — واذا ثنيت نسبة — ز ك — الى — ز ح — اعنى نسبة السطحين بنسبة — ط
ز — الى — ز ل — كانت المؤلفة نسبة — ط ز — الى — ز ح — وهى نسبة
مخروط — ط ا ج — الى مخروط — ح ا ج — اعنى قطعة كرة — ب ا ج — الى
قطعة كرة — ح ا ج — [illegible] الى — ز ح — اعنى نسبة
السطحين اذا ثنيت بنسبة [illegible] التى هى النسبة التى اذا ثنيت
بالتكرير كانت كنسبة السطحين نسبة قطعة كرة — ب ا ج — الى قطعة كرة
ح ا ج — اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناة واعظم من نسبة السطح
الى السطح المذكورة مؤلفة بالنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطح
الى السطح المذكورة (١)



وبوجه آخر ولتكن الدائرة العظمى فى الكرة — ا ب ج د — والقطر
ا ج — والمركز — ه — وليفصل السطح بمر — ب د — ويكون — ا ج —
عمودا عليه الى قطعتى — ا د ب — ج د ب — ونصل — ا ب — ب ج — ونجعل
كل واحد من — ا ز — ج ح — مثل — ه ا — ونقول نسبة قطعة كرة — ا د ب
الى قطعة كرة — ج د ب — [illegible] ا د ب — الى مخروط
ا د ب — ومن نسبة مخروط — ا د ب — الى مخروط — ج د ب — ومن نسبة
مخروط — ج د ب — الى قطعة كرة — ج د ب — وكانت نسبة قطعة كرة — ا د

(١) الشكل الرابع والثلاثون — ٩٣



الكرة والاسطوانة ص ١١١

ز - فمربع - ب ز - اصغر من سطح - ط ب - فى - ب ك - وليكن مربع
ب ل - كسطح - ط ب - فى - ب ك - فنسبة - ط ب - الى - ب ل
كنسبة - ب ل - الى - ب ك - وكنسبة - ط ل - الى - ل ط - وهى النسبة
التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة - ط ب - الى - ب ك - بل - ط ب -
الى - ب ه - التى هى كنسبة - ز ك - الى - ز ح - المساوية لنسبة - ب د ٥
الى - ز د - اعنى نسبة مربع - ا ب - الى مربع - ا د - التى هى نسبة السطحين
ولما كانت نسبة - ط ك - الى - ك ز - اعظم من نسبة - ط ك - الى - ك ل
فبالتركيب تكون نسبة - ط ز - الى - ز ك - اعظم من نسبة - ط ل - الى
ل ك - واذا الفت نسبة - ز ك - الى - ز ح - اعنى نسبة السطحين بنسبة - ط
ز - الى - ز ك - كانت المؤلفة نسبة - ط ز - الى - ز ح - وهى نسبة ١٠
مخروط - ط ا ج - الى مخروط - ح ا ج - اعنى قطعة كرة - ب ا ج - الى
قطعة كرة - ح ا ج - وهى اعظم من نسبة - ز ك - الى - ز ح - اعنى نسبة
السطحين اذا الفت بنسبة - ط ل - الى - ل ك - التى هى النسبة التى اذا ثنيت
بالتكرير كانت كنسبة السطحين فنسبة قطعة كرة - ب ا ج - الى قطعة كرة
- ح ا ج - اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناة واعظم من نسبة السطح ١٥
الى السطح المذكورة مؤلفة بالنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطح
الى السطح المذكورة (١) .

وبوجه آخر ولتكن الدائرة العظمى فى الكرة - ا ب ج د - والقطر
ا ج - والمركز - ه - ولينفصل بسطح يمر - بب د - ويكون - ا ج -
عمودا عليه الى قطعتى - ا د ب - ج د ب - ونصل - ا ب - ب ج - ونجعل
كل واحد من - ا ز - ج ح - مثل - ه ا - ونقول نسبة قطعة كرة - ا د ب ٢٠
الى قطعة كرة - ج د ب - مؤلفة من نسبة قطعة كرة - ا د ب - الى مخروط
ا د ب - ومن نسبة مخروط - ا د ب - الى مخروط - ج د ب - ومن نسبة
مخروط - ج د ب - الى قطعة كرة - ج د ب - وكانت نسبة قطعة كرة - ا د

(١) الشكل التاسع والثمانون - ٨٩ -

ب ـ الى ـ مخروط ـ ا د ب ـ كنسبة ـ ح ط ـ الى ـ ط ج ـ لما تبين فى
الشكل الثانى من هذه المقالة ونسبة مخروط ـ ا د ب ـ الى مخروط ـ ج د ب
كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ ونسبة مخروط ـ ج د ب ـ الى قطعة ـ ج
د ب ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ـ ح ط ـ الى
٥ ط ج ـ ونسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ الاولتين هى نسبة سطح ـ ح ط ـ فى
ا ط ـ الى مربع ـ ط ج ـ والنسبة المؤلفة منها و من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط
ز ـ الاخيرة هى نسبة ـ ح ط ـ فى ـ ا ط ـ فى ـ ا ط ـ الى مربع ـ ط
ج ـ فى ـ ط ز ـ اعنى نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى
مربع ـ ط ج ـ ونسبة السطحين نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ فحاصل
١٠ الدعوى الاولى هو ان نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى
مربع ـ ط ج ـ اصغر من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ مثناة اعنى من نسبة
مربع ـ ا ط ـ الى مربع ـ ط ج .

وانما يتبين ذلك ان نبين ان نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ
الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اصغر من نسبة مربع ـ ج ط ـ التى هى
١٥ كنسبة ـ ط ج ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى مربع ـ ط ج ـ
وانما يتبين ذلك ان يتبين ان ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اعظم من ـ ط ح
فى مربع ـ ط ج ـ وذلك بين لأن ـ ط ز ـ اعظم من ـ ط ح ـ وايضا نسبة
سطح قطعة ـ ا د ب ـ الى سطح قطعه ـ ج د ب ـ هى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى
مربع ـ ب ج ـ والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كهذه النسبة هى نسبة
٢٠ ا ب ـ الى ب ج ـ والنسبة المؤلفة من نسبة السطحين و من النسبة التى مثناها
السطحين هى نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى مكعب ـ ب ج ـ فحاصل الدعوى الثانية
كنسبة هو ان نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج
اعظم من نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى مكعب ـ ب ج ـ التى هى كنسبة مكعب
ا ط ـ الى مكعب ـ ط ب ـ وهذه النسبة مؤلفة من نسبة مربع ـ ا ط ـ الى

مربع

ش ٩٠

الكرة والاسطوانة ص ١١٣

مربع ـ ط ب ـ ومن ـ ا ط ـ الى ـ ط ب ـ ونسبة مربع ـ ا ط ـ الى مربع ـ ط ب ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ فالنسبة المؤلفة هى مؤلفة من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ ومن نسبة ـ ا ط الى ـ ط ب ـ اعنى نسبة مربع ـ ا ط ـ الى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ وهى كنسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ . ٥

فعلينا ان نبين ان نسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اعظم من نسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ وانما يتبين ذلك ان نبين ان ـ ط ز ـ فى مربع ط ج ـ اصغر من ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ ويتبين ذلك ان نبين ان نسبة مربع ـ ط ج ـ الى سطح ـ ط ج ـ فى ط ب ـ التى ١٠ هى كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ اصغر من نسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ز ـ وتبين ذلك ان تبين ان نسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ز ـ اعظم من نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ ونخرج من مركز ـ ه ـ عمود ـ ه ك ـ على ا ج ـ ومن ـ ب ـ عمود ـ ب ل ـ على ـ ه ك ـ فاذا القينا المقدم والتالى الاخيرين من المقدم والتالى الاولين بقيت نسبة ـ ج ح ـ اعنى ـ ه ك ـ الى ـ ك ل ـ ١٥ ط ا ـ جميعا اعظم من نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ اعنى نسبة ط ب ـ الى ـ ط ا ـ بل ـ ل ه ـ الى ـ ط ا ـ .

ونحتاج ان نبين انا اذا ابدلنا كانت نسبة ـ ه ك ـ الى ـ ل ه ـ اعظم من نسبة ـ ل ك ـ ط ا ـ جميعا الى ـ ط ا ـ وتبين ذلك اذا فصلنا وكانت نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ه ل ـ اعظم من نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط ا ـ وذلك كذلك ٢٠ لأن ـ ه ل ـ اصغر من ـ ط ا ـ فاذا الحكمان ثابتان وذلك ما اردناه (١) .

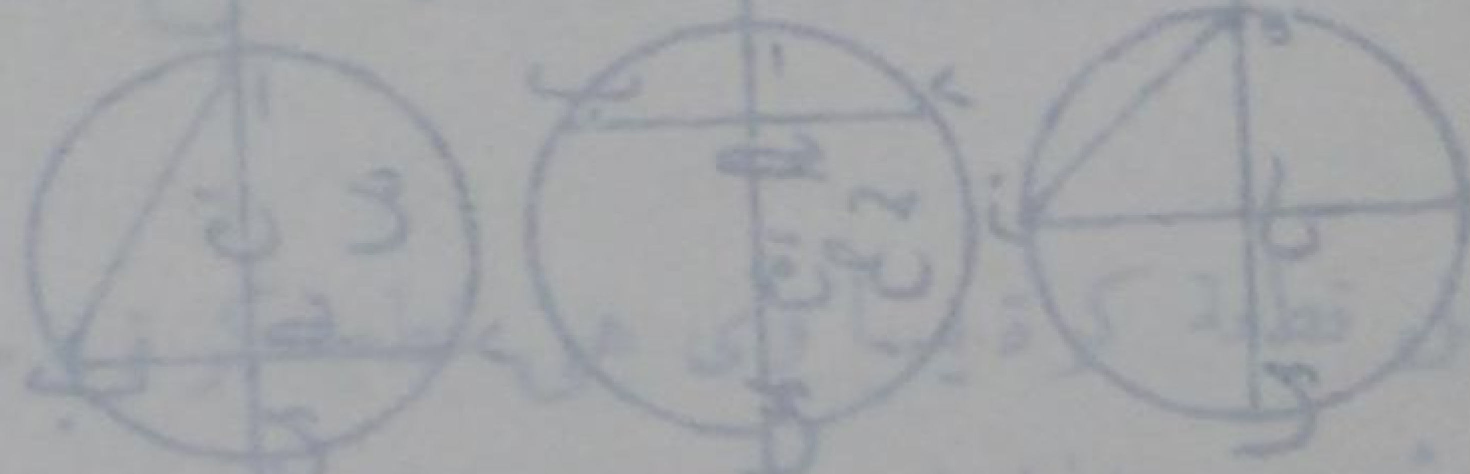
(ط) اذا كان نصف كرة سطحه مساو لسطح قطعة كرة اخرى اصغر او اكبر من نصفها كان مجسم النصف اعظم من مجسم القطعة فلتكن الدائرة العظمية لكرة ا ب ج د ـ والقطر ـ ا ج ـ والاخرى ـ ه ز ـ ح ط ـ والقطر ـ ه ح

(١) الشكل التسعون ـ ٩٠ ـ

ولتقطع الاولى سطحا لايمر بمركزها والاخرى سطحا يمر بمركزها والقطر ان
عمود ان على السطحين وفصلاهما المشتركان - د ب ط ز - فتكون قطعة - ط
ز - نصف الكرة وقطعة - ب د - اعظم من النصف فى الصورة التى عليها -
ع - واصغر منه فى الصورة التى عليها - ص - وليكن سطح النصف مساويا
٥ لسطح كل واحدة من القطعتين فنقول ان مجسم نصف - زه ط - اعظم من
مجسم - ب ا د - فلان السطوح متساوية كان - ه ز - مساويا - لا ب -
لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولأن قطعة
دائرة - ب ا د - فى صورة - ع - اعظم من النصف يكون - ا ب - فى
القوة اصغر من مثلى - ا ك - فى القوة واعظم من مثلى نصف قطر الكرة فى
١٠ القوة وليكن مثلى - ا ق - فى القوة ولان قطعة دائرة - ب ا د - فى صورة -
ص - اصغر من النصف يكون - ا ب - فى القوة اعظم من مثلى - ا ك - فى
الصورة واصغر من مثلى نصف القطر - س - فى القوة وليكن مثلى - ا ق - فى
القوة وليكن - ج س - مساويا لنصف قطر دائرة - ا ب ج د - ونجعل
نسبة - م ا - الى - ا ك - كنسبة - ج س - الى - ج ك - ونعمل مخروطا
١٥ رأسه - م - وقاعدته دائرة - ب د - فهو مساو لقطعة كرة - ب ا د - لما مر فى
الشكل الثانى من هذه المقالة وليكن - ه ن - مساويا لنصف قطر دائرة -
ه ز ح ط - ونعمل مخروطا رأسه - ن - وقاعدته دائرة - ز ط - فهو مساو
لنصف كرة - ز ه ط - ولأن - ج ا - فى - ا ك - مثل مربع - ا ب -
ونصف - ج ا - فى - ا ك - مثل مربع - ا ق - يكون - ا ق - وسطا بين -
٢٠ ا ك - ونصف - ا ج - فى النسبة ويكون - ق - الى منتصف - ا ج -
اقرب من - ك - فيكون - ا ق - فى - ق ج - اعظم من - ا ك - فى - ك ج
واذا زيد عليهما مربع - ا ق - اعنى - ا ك - فى - ج س - صار - ج ا - فى
ا ق - اعظم من - ا ك - فى - ك س - وكان - ا ك - فى - ك س - مساويا
لم ك - فى - ك ج - لكون الاربعة متناسبة فتصير نسبة - ج ا - الى - ج ك -
اعظم

اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ا ق ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ
مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب ك ـ فنسبة نصف مربع ـ ا ب ـ الى
مربع ـ ز ل ـ الى مربع ـ ب ك ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى مثلى ـ ا ق ـ
المساويين ـ ل ن ـ فنسبة الدائرة التى قطرها ـ ز ط ـ الى الدائرة التى
قطرها ـ د ب ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ن ل ـ فاذا مخروط ـ ن ز
ط ـ اعنى نصف كرة ـ ه ز ط ـ اعظم من مخروط ـ ب م د ـ اعنى قطعة
كرة ـ ا ب د ـ وذلك ما اردناه (١) وهذا آخر اشكال الكتاب .

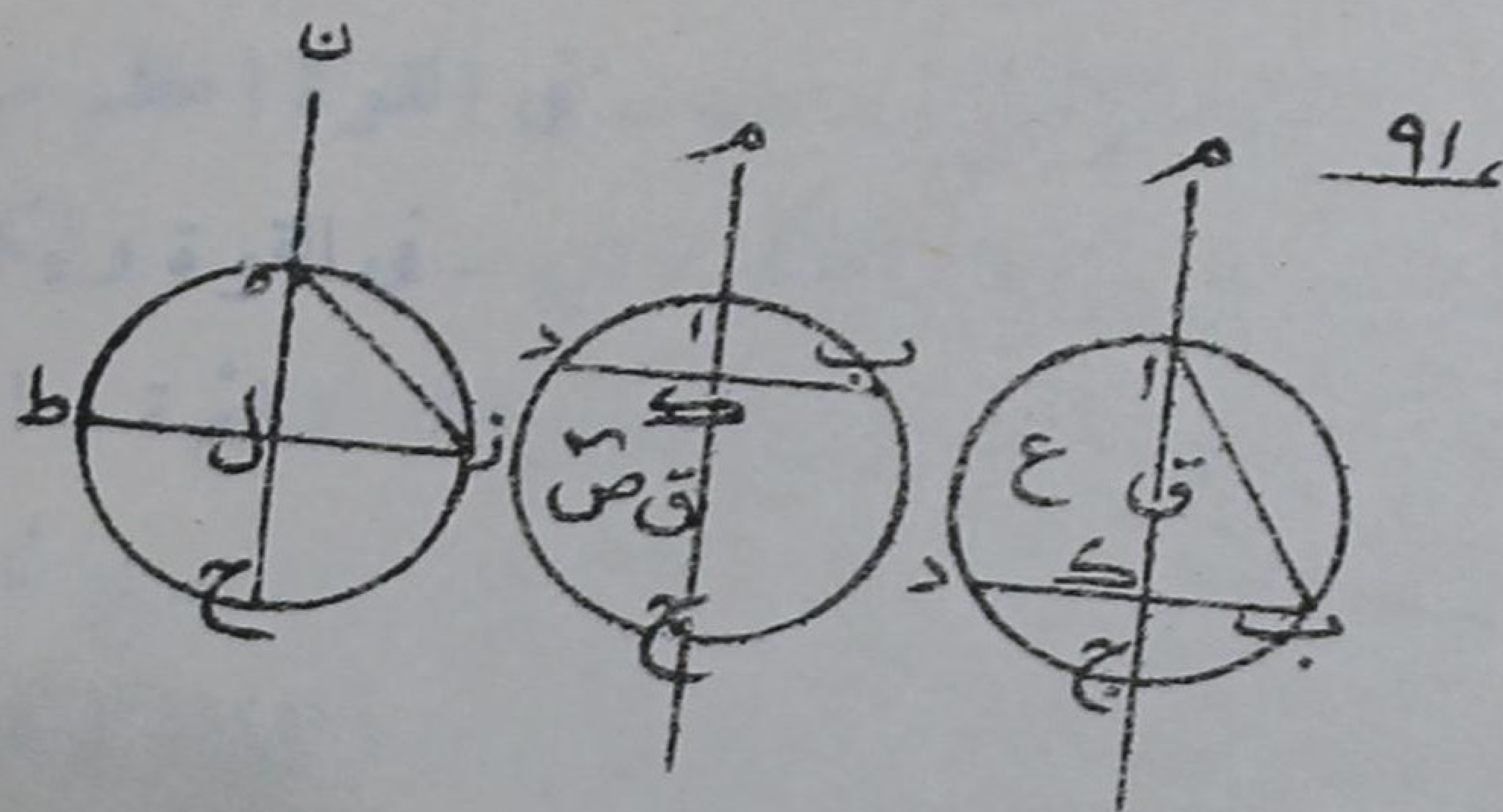
اقول ولأبى سهل ويجن بن رستم القوهى رسالة وضعها بسد الخلل
الذى فى المقالة الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان ههنا ثلاثة اعمال
من حيز واحد احدها عمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة وتشبه قطعة كرة اخرى
وثانيها عمل قطعة كرة يساوى سطحها سطح قطعة كرة وتشبه من
قطعة كرة آخرين
وثالثها عمل قطعة كرة تساوى [illegible] ويساوى سطحها سطح قطعة
كرة اخرين بين ارشميدس الاولين واهمل الثالث ولم يلحقه بهما مع صعوبته ثم
انه اورده وبيانه هكذا .



لنا ان نعمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة اخرى معلومة ويساوى
سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فلتكن على سبيل التحليل
قطعة ـ ا ب ج د ـ جسمها مساو لقطعة معلومة من كرة معلومة وسطحها
مساو لسطح معلوم لقطعة معلومة من كرة اخرى ولتكن الكرة على خط سهمه
المعلوم الوضع الذى مبدؤها نقطة ـ ب ـ المعلومة ولتكن ـ ب د ـ قطرها
و ـ د ه ـ نصف قطرها ونسبة ـ د ه ـ مع ـ د ز ـ اعنى ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ
كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ الذى ارتفاعه
ط ز ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ـ ا ز ـ مساويا لجسم قطعة ـ ا ب ج ـ كما مر
فى الشكل الثانى من هذه المقالة وهو معلوم بالفرض ولنتمم مخروط القطعة ونصل

---

(١) الشكل الحادى والتسعون ـ ٩١ ـ


٩١
م
ا
ب
ق
ع
ك
د
ج
ص
ح
ن
ط
ل
ز

اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ا ق ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب ك ـ فنسبة نصف مربع ـ ا ب ـ اعنى مربع ـ ز ل ـ الى مربع ـ ب ك ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى مثلى ـ ا ق ـ المساويين ـ لل ن ـ فنسبة الدائرة التى قطرها ـ ز ط ـ الى الدائرة التى قطرها ـ د ب ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ن ل ـ فاذا مخروط ـ ن ز ط ـ اعنى نصف كرة ـ ه ز ط ـ اعظم من مخروط ـ ب م د ـ اعنى قطعة كرة ـ ا ب د ـ وذلك ما اردناه (١) وهذا آخر اشكال الكتاب .

اقول ولأبى سهل يحيى بن رستم القوهى رسالة وسمها بسد الخلل الذى فى المقالة الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان هاهنا ثلاثة اعمال من حيز واحد أحدها عمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة وتشبه قطعة كرة اخرى

وثانيها عمل قطعة كرة يساوى سطحها سطح قطعة كرة وتشبه هى قطعة كرة آخرين .

وثالثها عمل قطعة كرة يساوى هى قطعة كرة وسطحها سطح قطعة كرة اخرين فبين ارشميدس الاولين واهمل الثالث ولم يلحقه بهما من بعده ثم انه اورده وبيانه هكذا .

لنا ان نعمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة اخرى معلومة ويساوى سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فلتكن على سبيل التحليل قطعة ـ ا ب ج د ـ جسمها مساو لقطعة معلومة من كرة معلومة وسطحها مساو لسطح معلوم لقطعة معلومة من كرة اخرى ولتكن الكرة على خط ـ ب ه المعلوم الوضع الذى مبدؤها نقطة ـ ب ـ المعلومة وليكن ـ ب د ـ قطرها وـ د ه ـ نصف قطرها ونسبة ـ د ه ـ مع ـ د ز ـ اعنى ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ الذى ارتفاعه ط ز ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ـ ا ز ـ مساويا لجسم قطعة ـ ا ب ج ـ كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة هو معلوم بالفرض ولنسم مخروط القطعة ونصل

(١) الشكل الحادى والتسعون

اب ـ اد ـ و ـ اب ـ مسا ونصف قطر دائرة تساوى سطح قطعة ـ ا ب ج ـ
الكرى لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولكون
سطح القطعة معلوما بالفرض يكون ـ ا ب ـ معلوما واذا رسمنا مخروطا
يكون ارتفاعه مثل ـ ا ب ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ايضا مثل ـ ا ب ـ
٥ يكون ايضا معلوما ولنسم مخروط السطح فنسبة مخروط السطح الى مخروط
القطعة المعلومين معلومة ولأن نسب المخروطات مؤلفة من نسب ارتفاعاتها
ومن نسب قواعدها تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مؤلفة
من نسبة الارتفاعين اعنى نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة القاعدتين
اعنى نسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ الى الدائرة التى نصف قطرها
١٠ ا ز ـ وهى كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا ز ـ بل كنسبة مربع ـ د ب ـ
الى مربع ـ د ا ـ اعنى نسبة ـ د ب ـ الى ـ د ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة
ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة ـ د ب ـ الى ـ د ز ـ هى نسبة سطح ـ ا ب
فى ـ د ب ـ الى سطح ـ ط ز ـ فى ـ د ز ـ وسطح ـ ط ز ـ فى ـ د ز ـ
كسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ لأن نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ه ز
١٥ الى ـ ز د ـ على ما مر فنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ د ب ـ الى سطح ـ ب ز
فى ـ ز ه ـ كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة ولتكن نسبة سطح
ا ب ـ فى خط ما كخط ـ د ك ـ الى مربع ـ ب ز ـ لتلك النسبة فتكون نسبة
سطح ـ ا ب ـ فى جميع ـ ب ك ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ د ه ـ مع مربع
ب ز ـ اعنى سطح ـ ب ه ـ فى ـ ب ز ـ ايضا كتلك النسبة ولأن ـ د ه ـ
٢٠ نصف ـ د ب ـ وسطح ـ د ب ـ فى ـ ب ز ـ اعنى مربع ـ ا ب ـ معلوم
يكون سطح ـ ب ه ـ فى ـ ب ز ـ الذى هو مرة ونصف مثل مربع ـ ا ب
معلوما فيكون سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ك ـ ايضا معلوما و ـ ا ب ـ معلوم
فب ك ـ معلوم ونقطة ـ ب ـ معلومة فنقطة ـ ك ـ معلومة ونخرج من
نقطة ـ د ـ عمود ـ د م ـ على ـ ب ه ـ مساويا ـ لب ز ـ فتكون نسبة سطح

ا ب

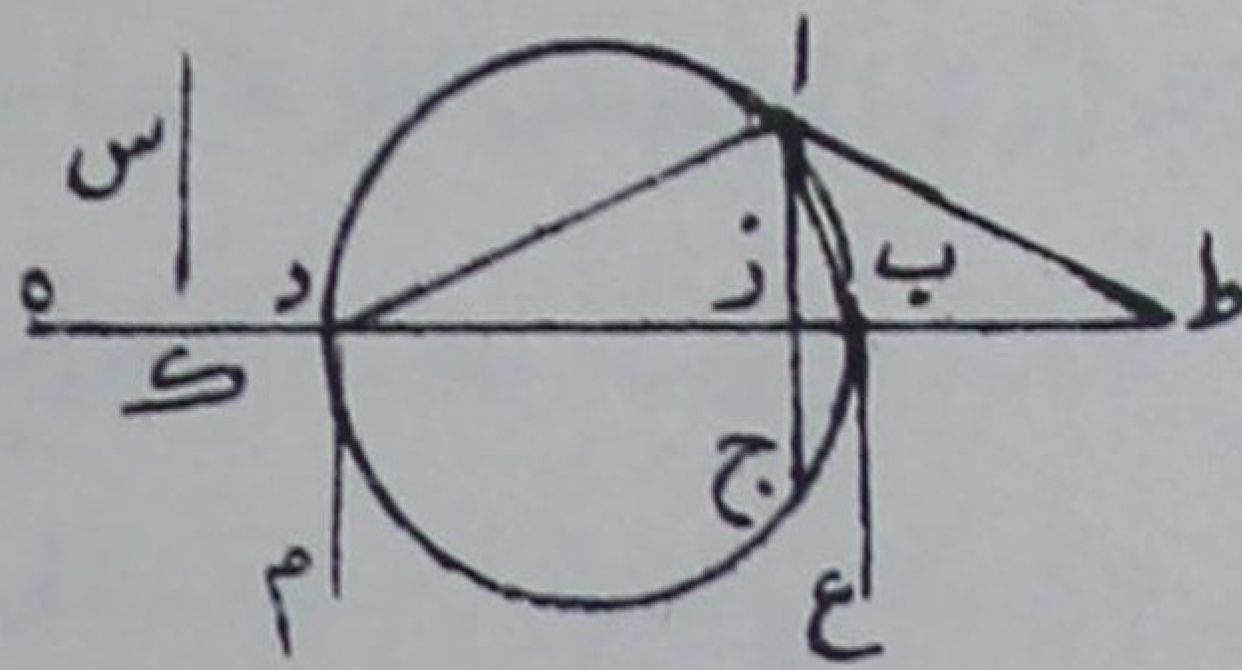
اب - في - دك - الى مربع - دم - التي هي كنسبة مخروط القطع الى مخروط القطعة معلومة ولتكن لنسبة - اب - الى - س - كذلك النسبة ايضا واذا اخذنا - دك - ارتفاعا مشتركا كانت نسبة سطح - اب - في - دك - الى سطح - س - في - دك - كنسبة سطح - اب - في - دك - الى مربع - دم - ويكون لذلك سطح - س - في - دك - مساويا لمربع - دم - واذا توهمنا قطعا مكافئا يكون رأسه نقطة - ك - وسهمه - ك ب - وضلعه القائم - س - كان يمر بنقطة - م - ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من - ب - عمود ب ع - مثل - ب ك - ونتوهم قطعا زائد الايقاء خطا - ب ع - ب ه - ويكون سطح الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطي - ب ه - ب ع - موازيين لها مساويا لسطح - ب د - في - [illegible] - م - يكون - دم - مساويا - لب ز - ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع فنقطة - م - المشتركة بين قطعين معلومي الوضع معلومة وعمود - م د - الخارج منها الى خط - ب ه - المعلوم الوضع معلوم فنقطة - د - معلومة وكانت نقطة - ب - معلومة - فب د - قطر الكرة معلوم وخط - ب ز - منه المساوي - لم د - معلوم فقطعة - ا ب ج - الكرية معلومة وذلك ما اردناه (١)

وقد بان ان - اب - وسط في النسبة بين - ب د - قطر الكرة و - دم - اعني - ب ز - وان - دم - اصغر من - ب ا - وهو اصغر من ب د - وسطح - س - في - ك د - اصغر من سطح - ب د - في - دم - اعني مربع - اب - ونسبة - س - الى - اب - اصغر من نسبة - اب - الى - ك د -

ونقول لا يجوز ان تكون نسبة [illegible] مخروط القطعة الى نسبة كانت بل يجب ان يكون لها في الصغر حد لا يتجاوزه وذلك عند كون القطعين متماسين عند نقطة - م - ونخرج - ع م ل - مماسا لها وماراً بنقطة التماس فيكون لاجل القطع الزائد - ع م - مساويا - م ل - كما تبين

(١) الشكل الثاني والسعون [illegible]

٩٢



الكرة والاسطوانة ص١٧١

اب ـ ف ـ دك ـ الى مربع ـ دم ـ التى هى كنسبة مخروط السطح الى
مخروط القطعة معلومة ولتكن نسبة ـ اب ـ الى ـ س ـ كتلك النسبة ايضا
واذا اخذنا ـ دك ـ ارتفاعا مشتركا كانت نسبة سطح ـ اب ـ ف ـ دك ـ الى
سطح ـ س ـ ف ـ دك ـ كنسبة سطح ـ اب ـ ف ـ دك ـ الى مربع ـ دم ـ
ويكون لذلك سطح ـ س ـ ف ـ دك ـ مساويا لمربع ـ دم ـ واذا توهمنا قطعا ٥
مكافئا يكون رأسه نقطة ـ ك ـ وسهمه ـ ك ب ـ وضلعه القائم ـ س ـ كان
يمر بنقطة ـ م ـ ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من ـ ب ـ عمود
ب ع ـ على ـ ب ك ـ ونتوهم قطعا زائد الايلقاه خطا ـ ب ع ـ ب ه ـ يكون
سطح الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطى ـ ب ه ـ ب ع ـ موازيين
لهما مساويا لسطح ـ ب د ـ ف ـ ب ز ـ المعلوم كان مارا بنقطة ـ م ـ ١٠
يكون ـ دم ـ مساويا ـ لب ز ـ ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع
فنقطة ـ م ـ المشتركة بين قطعين معلومى الوضع معلومة وعمود ـ م د ـ
الخارج منها الى خط ـ ب ه ـ المعلوم الوضع معلوم فنقطة ـ د ـ معلومة
وكانت نقطة ـ ب ـ معلومة ـ فب د ـ قطر الكرة معلوم وخط ـ ب ز ـ منه
المساوى ـ لم د ـ معلوم فقطعة ـ اب ج ـ الكرية معلومة وذلك ماارد ناه.(١) ١٥
وقد بان ان ـ اب ـ وسط فى النسبة بين ـ ب د ـ قطر الكرة
و ـ دم ـ اعنى ـ ب ز ـ وان ـ دم ـ اصغر من ـ ب ا ـ وهو اصغر من
ب د ـ وسطح ـ س ـ ف ـ ك د ـ اصغر من سطح ـ ب د ـ ف ـ دم ـ
اعنى مربع ـ اب ـ ونسبة ـ س ـ الى ـ اب ـ اصغر من نسبة ـ اب ـ
الى ـ ك د ـ . ٢٠

ونقول لايجوز ان تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة
اى نسبة كانت بل يجب ان يكون لها فى الصغر حد لايتجاوزه وذلك عند كون
القطعين متماسين عند نقطة ـ م ـ ونخرج ـ ع م ل ـ مماسا لهما ومارا
بنقطة التماس فيكون لأجل القطع الزائد ـ ع م ـ مساويا ـ لم ل ـ كما تبين

(١) الشكل الثانى والتسعون ـ ٩٢ ـ

فى الشكل الثالث من المقالة الثانية من كتاب المخروطات ولتوازى ـ د م ـ
و ـ ب ع ـ يكون ـ د ل ـ مساويا ـ لد ب ـ اعنى قطر الكرة ولكون
ل م ـ مماسا للقطع المكافى يكون ـ ل ك ـ مساويا ـ لك د ـ لماتبين فى الشكل
الثالث والثلاثين من المقالة الاولى ـ فد كِ ـ مثل نصف قطر الكرة ويكون
لذلك نقطة ـ ك ـ واقعة على نقطة ـ ه ـ .   ٥

وقدم فى الحل ان نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة
سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ك ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ب ه ـ اعنى ـ ب ز ـ فى
ـ ب ك ـ وهى نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ وكانت كنسبة ـ ا ب ـ الى
ـ س ـ فب ز ـ اعنى ـ د م ـ مساو ـ لس ـ وسطح ـ س ـ فى ـ د ك ـ
مساو لمربع ـ د م ـ فد ك ـ مساو ـ لد م ـ اعنى ـ ب ز ـ فب ز ـ نصف قطر   ١٠
الكرة وكذلك ـ ا ز ـ فتكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة التى
هى كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ فى هذه الصورة نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت
كنسبة الاثنين الى الواحد لأن نسبة ـ ا ب الى ـ ب ز ـ مثناة بالتكرير
هى نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ز ـ والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت
كنسبة الاثنين الى الواحد هى نسبة الاثنين الى جذرهما ونسبة جذر الاثنين   ١٥
الى الواحد وانما لا يجوز ان تكون النسبة المذكورة اصغر من ذلك لأن
نسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ التى هى
نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة تكون مؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ
الى ـ ب ز ـ اعنى نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ا ـ ومن نسبة ـ د ب ـ الى
ـ ز ه ـ التى هى نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ا ب ـ فى ز ه ـ ونجعل   ٢٠
ـ ب د ـ ارتفاعا مشتركا فتكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة
كنسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم ـ ا ب ـ فى ـ ز ه ـ فى ـ ب د ـ وايضا
اذا جعلنا السطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ و ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ ارتفاع
ـ ز ه ـ مشتركا كانت نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مجسم
ا ب

-ا ب- ف - ب د - ف - ز ه - الى مجسم خط - ب ز - ف مربع - ز ه -
فبالمساواة نسبة مكعب - ب د - الى مجسم خط - ب ز - ف مربع - ز ه
كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مثناة بالتكرير ومجسم خط - ب
ز - ف مربع - ز ه - انما يكون اعظم ما يمكن اذا كان - ب ز - نصف - ز ه
كما تبين فيما اوردناه حكاية عن اوطوقيوس باقطوع وسنورد بيانه ايضا ٥
مجردا عن القطوع فنسبة مكعب - ب د - الى مجسم خط - ب ز - ف مربع
ز ه - اصغر ما يكون انما يكون عند كون - ب ز - نصف قطر الكرة واذا
جعل مخروط السطح فى جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اعظم
ما يكون واما فى الكبر فلا يكون للنسبة المذكورة جدا وان كانت القطعة
اصغر من نصف الكرة واما اذا كانت القطعة اكبر من نصف الكرة ١٠
فلا يجوز ان يكون اكبر من نسبة الاثنين الى الواحد لان سطح - ا ب - ف
ب د - يكون اصغر من مربع - ب د - فنسبة سطح - ب ا - ف - ب د - الى
سطح - ب ز - ف - ز ه - تكون اصغر من نسبة مربع - ب د - الى سطح - ب
ز - ف - ز ه - ولكون - ز - اقرب الى منتصف - ب ه - من - د - يكون
سطح - ب ز - ف - ز ه - اعظم من سطح - ب د - ف - د ه - ونسبة ١٥
مربع - ب د - الى سطح - ب ز - ف - ز ه - اصغر من نسبة مربع - ب د
الى سطح - ب د - ف - د ه - فنسبة سطح - ا ب - ف - ب د - الى سطح
ب ز - ف - ز ه - اعنى نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اصغر كثيرا
من نسبة مربع - ب د - الى سطح - ب د - ف - د ه - اعنى نسبة - ب د
الى - د ه - التى هى كنسبة الاثنين الى الواحد فاذا نسبة الاثنين الى الواحد ٢٠
هى الحد التى لا يتجاوزه تلك النسب فى الكبر واذا جعلنا مخروط السطح فى
جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اصغر ما تكون .

فقد بان من ذلك ان نسبة الاثنين الى جذرهما هى اصغر جميع النسب
الواقعة فى الكرة بين مخروط السطح ومخروط القطعة وأن ما بينهما وبين

نسبة الاثنين الى الواحد يمكن ان يقع فى نصفى الكرة ولا يقع شئ منه من
نسب الاثنين الى ما هو اقل من الواحد فى القسم الاعظم من النصف بل
يختص جميع ذلك بالقسم الاصغر من النصف (١) .

واذا تقرر ذلك فلنشتغل بالتركيب ونقول ليكن على طريق التركيب
٥ القطعتان المعلومتان الكرتين المختلفتين قطعتى ــ ح ن ف ــ ص ق و ــ والمطلوب
بأن نعمل قطعة كرة سطحها الكرى مسا واسطح قطعة ــ ح ن ف ــ الكرى
وجسمها مساو لجسم قطعة ــ ص ق و ــ ونخرج ــ ح ن ــ نصف قطر دائرة
يساوى سطح قطعة ــ ح ن ف ــ ونتوهم مخروطا ارتفاعه ــ ن ح ــ ونصف
قطر دائرة قاعدته ــ ن ح ــ وهو مخروط السطح ومخروطا آخر يساوى قطعة
١٠ ق ص و ــ وهو مخروط القطعة ويكونان معلومين وينبغى ان لا تكون نسبة
مخروط السطح الى مخروط القطعة اقل من نسبة الاثنين الى جذرها لما تقدم
ونجعل نسبة خط ما وليكن ــ ب ك ــ الى ــ ن ح ــ كنسبة مخروط السطح
الى ثلثى مخروط القطعة ونسبة ــ ن ح ــ الى ــ س ــ كنسبة مخروط السطح
الى مخروط القطعة ونرسم قطعا مكافئا سهمه ــ ب ك ــ ورأسه ــ ك ــ وضلع
١٥ القائم ــ س ــ على ما تبين فى الشكل الثانى والخمسين من المقالة الاولى من
كتاب المخروطات وليكن هو قطع ــ ك م ــ ونخرج من نقطة ــ ب ــ على
خط ــ ب ك ــ عمود ــ ب ع ــ ونجعل سطح ــ ب ك ــ فى ــ ك ى ــ مساويا
لمربع ــ ن ح ــ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ــ ى ــ ولا يقع عليه خطا ــ ب ك
ب ع ــ على ما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه وليكن هو قطع ــ ى
٢٠ م ــ فيجب ان يتلاقى القطعان على نقطة ما مثل نقطة ــ م ــ التى بعدها عن خط
ب ك ــ وهو عمود ــ م د ــ يقوى على سطح ــ س ــ فى ــ د ك ــ ويساوى
ب ز ــ الذى ــ سطحه ــ فى ــ ب ك ــ يساوى مربع ــ ن ح ــ اعنى سطح
ب ك ــ فى ــ ك ى ــ على ما تقدم فى الحل فليتلاقيا على ــ م ــ ونخرج من
م ــ عمود ــ م د ــ على ــ ب ك ــ فيكون اقصر من ــ ب د ــ على ما مر فى

(١) الشكل الثالث والتسعون ــ ٩٣ ــ

ع٩٣

الكرة والاسطوانة ص ١٢٠

يكون رأسه نقطة ـ ك ـ وسهمه ـ ك ب ـ وضلعه القائم ـ س ـ فإن
نقطة ـ م ـ ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من ـ ب ـ عمود
ـ ع ل ـ ب ك ـ ونتوهم قطعا زائدا لا يلقاه خطا ـ ب ع ـ ب ه ـ ويكون
الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطي ـ ب ه ـ ب ع ـ متوازيين

[illegible] ـ ب د ـ في [illegible] ـ م ـ

ـ د م ـ مساويا ـ لـ ب ز ـ ويكون [illegible] معلوم الوضع
ـ م ـ المشتركة بين قطعين معلومي الوضع معلومة ونخرج ـ م د ـ
ج منها الى خط ـ ب ه ـ المعلوم الوضع معلوم فنقطة ـ د ـ معلومة
نقطة ـ ب ـ معلومة ـ فـ ب د ـ قطر الكرة معلوم وخط ـ ب ز ـ منه
ـ لـ د ـ معلوم فقطعة ـ ا ب ج ـ الكرية معلومة وذلك ما اردناه (١)
وقد بان ان ـ ا ب ـ وسط في النسبة بين ـ ب د ـ قطر الكرة
م ـ اعني ـ ب ز ـ وان ـ د م ـ اصغر من ـ ب ا ـ وهو اصغر من
ـ وسطح ـ س ـ في ـ ك د ـ اصغر من سطح ـ ب د ـ في ـ د م ـ
ربع ـ ا ب ـ ونسبة ـ س ـ الى ـ ا ب ـ اصغر من نسبة ـ ا ب ـ
ك د ـ

ونقول لا يجوز ان تكون [illegible] وسط القطعة
كانت بل يجب ان يكون لها في الصغر حد لا يتجاوزه وذلك عند كون
متماسين عند نقطة ـ م ـ ونخرج ـ ع م ل ـ مماسا لها وموازيا
يكون لا [illegible] القطع الزائد ـ ع م ـ مساويا ـ لـ م ل ـ كما تبين

(١) [illegible]

الحل ونرسم على ـ ب د ـ كرة دائرتها العظيمة الحادثة من قطع سطح خطى
ب د ـ د م ـ المتقاطعين اياها دائرة ـ ا ب ج د ـ ونفصل من ـ ب د ـ ب ز
مثل ـ م د ـ ونخرج ـ طحا يمر بنقطة ـ ز ـ ويقوم ـ ب ز ـ عمودا عليه
فتحدث فى الكرة دائرة قطرها ـ ا ج ـ وتنفصل من الكرة قطعة ـ ا ب ج .

٥ نقول فهى التى سطحها الكرى مساو لسطح قطعة كرة ـ ح ن ف ـ
وجسمها مساو لقطعة ـ ص ق ـ ونصل ـ ا ب ـ ا د ـ ونجعل ـ د ه ـ مثل
نصف ـ ب د ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ز ط ـ الى ـ ز ب ـ
نصل ـ ا ط ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ مساويا لقطعة ـ ا ب ج ـ كما مر
فى الشكل الثانى من المقالة الثانية من الكتاب ولأن ـ د م ـ يساوى ـ ب ز ـ
١٠ يكون ـ ب د ـ فى ـ د م ـ مساويا لمربع ـ ا ب ـ وكان مساويا السطح
ـ ب ك ـ فى ـ ك ى ـ المساوى لمربع ـ ح ن ـ من اجل القطع الزائد كما تبين
فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات ـ فح ن ـ مساو
لا ب ـ فالدائرة التى نصف قطرها ـ ح ن ـ اعنى سطح قطعة ـ ح ن ف ـ
الكرى مساوية للدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ اعنى سطح قطعة
١٥ ـ ا ب ج ـ الكرية وايضا لأن نسبة ـ ب ك ـ الى ـ ن ح ـ اعنى ـ ا ب ـ
كنسبة مخروط السطح الى التى مخروط قطعة كرة ـ ص ق و ـ ونسبة
ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ب ـ كنسبة ـ ب ك ـ الى ـ ا ب ـ
فنسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ب ا ـ كنسبة مخروط السطح
الى ثلثى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ
٢٠ الى مربع ـ ب ا ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ
ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مرة ونصفه مثل مربع ـ ا ب ـ
كنسبة مخروط السطح الى تمام مخروط قطعة ـ ص ق و ـ وكان مربع
ـ ب ا ـ مثل سطح ـ د ب ـ فى ـ ب ز ـ ونصفه مثل سطح ـ ه د ـ فى
ـ ب ز ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى سطح ـ ه ب ـ فى ـ ب ز

كنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ وهى كنسبة ـ ا ب ـ
الى ـ س ـ بل ـ كنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ د ك ـ الى سطح ـ س ـ فى
ـ د ك ـ المساوى لمربع ـ د م ـ بل لمربع ـ ب ز ـ فنسبة مخروط السطح
الى مخروط قطعة ـ ص ق ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ك ـ الى سطح
ـ ه ب ـ فى ـ ب ز ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ د ك ـ الى مربع ـ ب ز ٥
بل كنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ الباقى الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه
الباقى وكان سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ كسطح ـ ط ز ـ فى ـ ز د ـ لكون نسبة
ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فنسبة مخروط السطح الى
مخروط قطعة ـ ص ق ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ الى سطح
ـ ط ز ـ فى ـ ز د ـ التى هى مؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة ١٠
ـ ب د ـ الى ـ ز د ـ اعنى نسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ا ـ بل كنسبة
مربع ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ز ـ التى هى كنسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ب ا
الى الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى
ـ ط ز ـ ومن نسبة دائرة نصف قطرها ـ ب ا ـ الى دائرة نصف قطرها
ـ ا ز ـ هى نسبة مخروط ارتفاعه ـ ا ب ـ وقاعدته دائرة نصف قطرها ١٥
ـ ا ب ـ وهو مخروط السطح بعينه الى مخروط ارتفاعه ـ ط ز ـ وقاعدته
دائرة نصف قطرها ـ ا ز ـ المساوى لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ فنسبة مخروط
السطح الى قطعة كرة ـ ص ق و ـ والى مخروط قطعة ـ ا ب ج ـ واحدة
فقطعة ـ ا ب ج ـ مساوية لقطعة ـ ص ق و ـ وقد بينا ان سطح قطعة ـ ا ب
ج ـ الكرى مساو لسطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى فاذا حصل ما قصدناه ٢٠
وذلك ما اردناه (١) .

ويتبين مما ذكرنا ان النسبة المذكورة اذا كانت اصغر من نسبة الاثنين
الى جذرها امتنع وجود المطلوب اما اذا لم يكن اصغر منها امكن ذلك وان
كانت مثل النسبة الاثنين الى جذرها يماس القطعان على نقطة ـ م ـ وحدها

(١) الشكل الرابع والتسعون ـ ٩٤ ـ

وكانت

٩٤

الكرة والاسطوانة ص١٢٢

وكانت القطعة المطلوبة نصف الكرة لاغير واتحدت نقطتا ـ ه ك ـ واذا كانت
اعظم من نسبة الاثنين الى جذرهما واصغر من نسبة الاثنين الى الواحد تقاطع
القطعان على نقطتين واذا اخرج منهما عمود ان على ـ ب ك ـ كان ماينفصل منه
فكل واحد من العمودين صالحا لأن يكون قطر الكرة وتكون القطعة المطلوبة في
احداهما اصغر من نصف الكرة وذلك انما يكون ان كان العمود المعين لقطر الكرة ٥
خارجا من ابعد التقاطعين من نقطة ـ ب ـ وتقع نقطة ـ ه ـ حينئذ خارجة
عما بين نقطتي ـ ب ك ـ ويكون في الاخرى اعظم من نصف الكرة وذلك
يكون اذا كان العمود المذكور خارجا من اقربهما من ـ ب ـ وتقع نقطة ـ ه
حينئذ فيما بين نقطتي ـ ب ك ـ واذا كانت النسبة مثل نسبة الاثنين الى الواحد
كان ما ينفصل من خط ـ ب ك ـ بالعمود الاقرب من ـ ب ـ مساويا ـ ١٠
لاب ـ والقطعة العظمى هي الكرة باسرها وما ينفصل بالعمود الاربعة تكون
القطعة المطلوبة من كرتها اصغر من النصف وسهم القطعة قريب من ثمن قطر
الكرة بل اقصر منه بشئ قليل يعرف ذلك بالاستقراء والحساب واذا كانت
النسبة اعظم من نسبة الاثنين الى الواحد لم يكن ما ينفصل من ـ ب ك ـ بالعمود
الاقرب صالحا لأن يكون قطر الكرة لأن ـ اب ـ يكون اطول منه بل كان ١٥
ما ينفصل بالعمود الابعد منه وحده صالحا لذلك وتكون القطعة اصغر من
النصف وسهمها اصغر من ثمن القطر وجميع ذلك على تقدير تساوى ـ ا ب ـ
في الاحوال كلها.

واذا تبين ذلك فلنبين ما وعدناه وهو ان مجسم خط ـ ب ز ـ في
مربع ـ ز ه ـ انما يكون اعظم مما يمكن ان يكون عند كون ـ ب ز ـ نصف ٢٠
ز ه ـ وليكن لبيانه ـ اب ـ نصف ـ ب ج ـ و ـ د ـ فيمابين ـ ا ب ـ اولا
اقول فمجسم خط ـ ا ب ـ في مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم خط ـ ا د ـ
في مربع ـ د ج ـ ونجعل ـ ج ه ـ مساويا ـ لج ب ـ فلأن نسبة ـ ا ب ـ
الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ب ه ـ يكون سطح ـ ا ه ـ في

ب ه ـ مساويا لمربع ـ ب ج ـ وسطح ـ اب ـ فى ـ ب ه ـ اعظم من
سطح ـ اد ـ فى ـ ده ـ لكون ـ ب ـ اقرب الى منتصف ـ اه ـ من
د ـ فمربع ـ ب ج ـ اعظم من سطح ـ اد ـ فى ـ ده ـ ونسبة سطح
ه د ـ فى ـ دب ـ وهو مقدار آخر الى سطح ـ ه د ـ فى ـ اد ـ اعنى نسبة
ب د ـ الى ـ دا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه د ـ فى ـ دب ـ الى مربع ـ ب ج ٥
وبالتركيب نسبة ـ ب ا ـ الى ـ دا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه د ـ فى
دب ـ مع مربع ـ ب ج ـ اعنى مربع ـ دج ـ الى مربع ـ ب د ـ فمجسم
خط ـ ب ا ـ فى مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم خط ـ اد ـ فى مربع ـ د
ج ـ (١) وايضا ليكن ـ د ـ فيما بين ـ ب ج ـ والباقى بحاله فيكون سطح ـ
اب ـ فى ـ ب ه ـ اعنى مربع ـ ب ج ـ اصغر من سطح ـ اد ـ فى ـ ده ـ ١٠
لكون ـ د ـ اقرب الى منتصف ـ اه ـ من ـ ب ـ وتكون نسبة سطح ـ
ب د ـ فى ـ ده ـ وهو مقدار آخر الى مربع ـ ب ج ـ اعظم من نسبته الى
سطح ـ اد ـ فى ـ ده ـ اعنى من نسبة ـ ب د ـ الى ـ دا ـ وبالعكس نسبة
مربع ـ ب ج ـ الى سطح ـ ب د ـ فى ـ ده ـ اصغر من نسبة ـ اد ـ الى ـ
دب ـ وبالتفصيل نسبة مربع ـ دج ـ الى سطح ـ ب د ـ فى ـ ده ـ اصغر ١٥
من نسبة ـ اب ـ الى ـ ب د ـ وبالعكس نسبة سطح ـ ب د ـ فى ده ـ
الى مربع ـ دج ـ اعظم من نسبة ـ دب ـ الى ـ ب ا ـ وبالتركيب نسبة
مربع ـ ب ج ـ الى مربع ـ دج ـ اعظم من نسبة ـ دا ـ الى ـ اب ـ
فمجسم ـ اب ـ فى مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم ـ اد ـ فى مربع ـ دج ـ
وذلك ما اردناه (٢). ٢٠

واقول ان كانت نقطتا ـ د ز ـ فيما بين نقطتى ـ اب ـ وكانت ـ د ـ
اقرب الى ـ ب ـ من ـ ز ـ كان مجسم خط ـ اد ـ فى مربع ـ دج ـ اعظم
من مجسم خط ـ از ـ فى مربع ـ ز ج ـ وذلك لأن مربع ـ ج د ـ اعظم
من مربع ـ ج ب ـ الذى هو اعظم من سطح ـ از ـ فى ـ ز ه ـ فنسبة

---

(١) الشكل الخامس والتسعون ـ ٩٥ ـ (٢) الشكل السادس والتسعون ـ ٩٦

٩٥

ا د ب ج ه



٩٦

ا ب د ج ه

الكرة والاسطوانة ص١٢٣

٣٥

ا ح ب ج د

٣٢

ا ب ح ج د

سطح — ه ز — في — ز ه — وهو مقدار آخر الى سطح — ه ز — في — ز ا — اعني نسبة — ز د — الى — ز ا — اعظم من نسبة سطح — ه ز — في — ز د — الى مربع — د ج — [illegible] — الى — ا ز — اعظم من نسبة مربع — د ج — الى مربع — د ج — [illegible] خط — ا د — في مربع — د ج — اعظم من مجسم خط — ا ز — في مربع [illegible]

وكل ذلك يبين انه كانت القطعة — د ا ز — اقل من نصف — ب ج — وكان — د — [illegible] الى — [illegible] — ز — الى مجسم — ا د — في مربع — د ه — اعظم من مجسم — ا ز — في مربع — ز ه — وهذا ما احتاج اليه ليثبت وروده (١)

وقد بين الشيخ ابو سهل القوهي هذا المطلوب بوجه آخر لم يورده [illegible] على مقدمات يطول الكتاب بذكرها.

ثم بين بعد ذلك الحكم المذكور في [illegible] الى [illegible] بيان الترتيب [illegible] ذلك وقدم على ذلك مقدمة وهي هذه

[illegible] قطرها — ا ب ج — و — ا ب ج د — قطرها [illegible] — و — د ك — مثل نصف القطر والقطع الكرة [illegible] — ا — ج ب — دائر [illegible] وعلى — ه ط — [illegible]

[illegible] نسبة مكعب — ا ب — الى القطعة — ا ب ج — التي هي نصف [illegible] نسبة مكعب — ه ب — الى القطعة — ه ب ز — التي هي اصغر [illegible] من نصف الكرة وكلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت [illegible] النسبة [illegible] في القطعة التي هي ابعد فلان مجسم — د ب — في مربع [illegible] مجسم خط — ب ط — في مربع — ط ك — كان [illegible] نسبة مكعب [illegible]

[illegible] الى مجسم خط — ب ط — في مربع — ط ك — وقد بينا فيما [illegible] ان نسبة مكعب [illegible] الى مجسم خط — ب ج — في مربع — ج ك — كنسبة

---

(١) الشكل السابع والعشرون — ٢٣ —

٩٧

ا ز د ب ج

الكرة والاسطوانة ص١٢٥

سطح ـ ه ز ـ فى ـ ز ه ـ وهو مقدار آخر الى سطح ـ ه ز ـ فى ـ ز ا ـ اعنى نسبة ـ ز د ـ الى ـ ز ا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه ز ـ فى ـ ز د ـ الى مربع ـ د ج ـ وبالتركيب نسبة ـ د ه ـ الى ـ ا ز ـ اعظم من نسبة مربع ـ ز ج الى مربع ـ د ج ـ فمجسم خط ـ ا د ـ فى مربع ـ د ج ـ اعظم من مجسم خط ـ ا ز ـ فى مربع ـ ز ج ـ .

٥

وبمثل ذلك تبين ان كانت نقطتا ـ د ز ـ فيما بين نقطتى ـ ب ـ ج وكان ـ د ـ اقرب الى ـ ب ـ من ـ ز ـ ان مجسم ـ ا د ـ فى مربع ـ د ه اعظم من مجسم ـ ا ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ وهذا مما نحتاج اليه فيما سنورده (١)

وقد بين الشيخ ابو سهل القوهى هذا المطلوب بوجه آخر لم نورده لكونه مبنيا على مقدمات يطول الكتاب بذكرها .

١٠

ثم بين بعد ذلك الحكم المذكور فى آخر اشكال كتاب ارشميدس ببيان اقرب متنا ولا مما ذكر هناك وقدم على ذلك مقدمة وهى هذه .

لتكن كرة دائرتها العظمى ـ ا ب ج د ـ و ـ ا ب ـ ج د ـ قطريها على المتقاطعين على قوائم عند ـ ح ـ و ـ د ك ـ مثل نصف القطر ولتقطع الكرة بسطح ينصفها ويمر على ـ ا ح ج ـ وبآخر نقسمها بمختلفين ويمر على ـ ه ط ز ـ ونصل ـ ا ب ـ ه ب .

١٥

اقول فنسبة مكعب ـ ا ب ـ الى قطعة ـ ا ب ج ـ التى هى نصف الكرة اصغر من نسبة مكعب ـ ه ب ـ الى قطعة ـ ه ب ز ـ التى هى اصغر واعظم من نصف الكرة وكلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت هذه النسبة فيها اصغر مما يكون فى القطعة التى هى ابعد فلأن مجسم خط ـ ب ه فى مربع ـ ح ك ـ اعظم من مجسم خط ـ ب ط ـ فى مربع ـ ط ك ـ كما تكون نسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ح ـ فى مربع ـ ح ك ـ اصغر من نسبته الى مجسم خط ـ ب ط ـ فى مربع ـ ط ك ـ وقد بينا فيما مر ان نسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ح ـ فى مربع ـ ح ك ـ كنسبة

٢٠

(١) الشكل السابع والتسعون ـ ٩٧ ـ

مخروط سطح قطعة – ه ب ز – الى قطعة – ه ب ز – فنسبة مخروط سطح قطعة – ا ب ج – الى قطعة – ا ب ح – اصغر من نسبة مخروط سطح قطعة ه ب ز – الى قطعة – ه ب ز – وبالابدال نسبة مخروط سطح قطعة – ا ب ج – الى مخروط سطح قطعة – ه ب ز – اصغر من نسبة قطعة – ا ب ج الى قطعة – ه ب ز – ونسبة مخروط سطح قطعة – ا ب ج – الى مخروط سطح قطعة – ه ب ز – المتشابهين كنسبة مكعب – ا ب – الى مكعب – ه ب – لأن كل واحد منهما كنسبة – ا ب – الى – ه ب – مثلثة بالتكرير فنسبة مكعب – ا ب – الى مكعب – ه ب – اصغر من نسبة قطعة – ا ب ج – الى قطعة – ه ب ز – وبالابدال نسبة مكعب – ا ب – الى قطعه – ا ب ج – التى هى النصف اصغر من نسبة مكعب – ه ب – الى قطعة – ه ب ز – التى هى اصغر اواعظم من النصف .

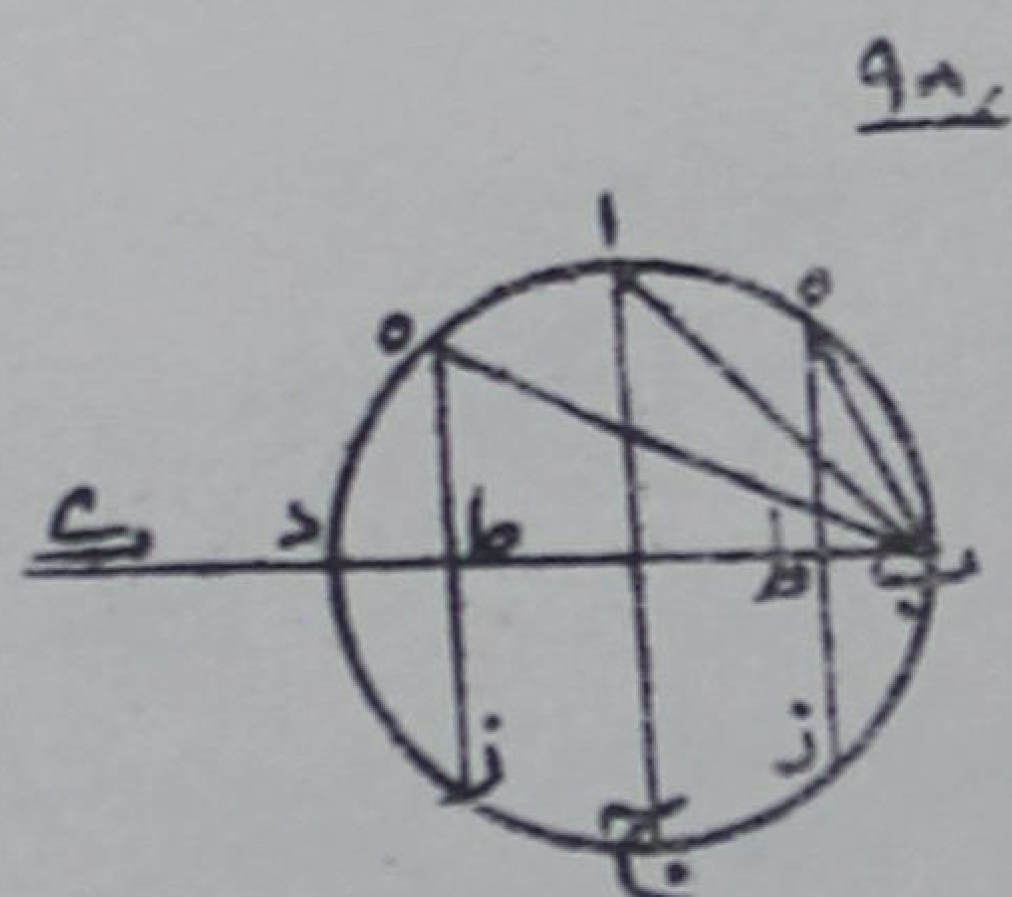
وبمثله تبين الحكم فى كل قطعتين تكون احداهما اقرب الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه (١) .

واذا تقدم ذلك فنقول كل قطعتين تكون احداهما نصف كرة والاخرى اصغرا واعظم من النصف وسطحاهما الكريان متساويان فجسم النصف اعظم من جسم الاخرى وان لم تكن احداهما نصف كرة بل كانت احداهما اقرب الى النصف من الاخرى فهى اعظم جسما من التى هى ابعد فلتكن القطعتان قطعتى – ا ب ج – د ه ز – وقطعة – ا ب ج – نصف كرتها فليكن سطحاهما متساويين .

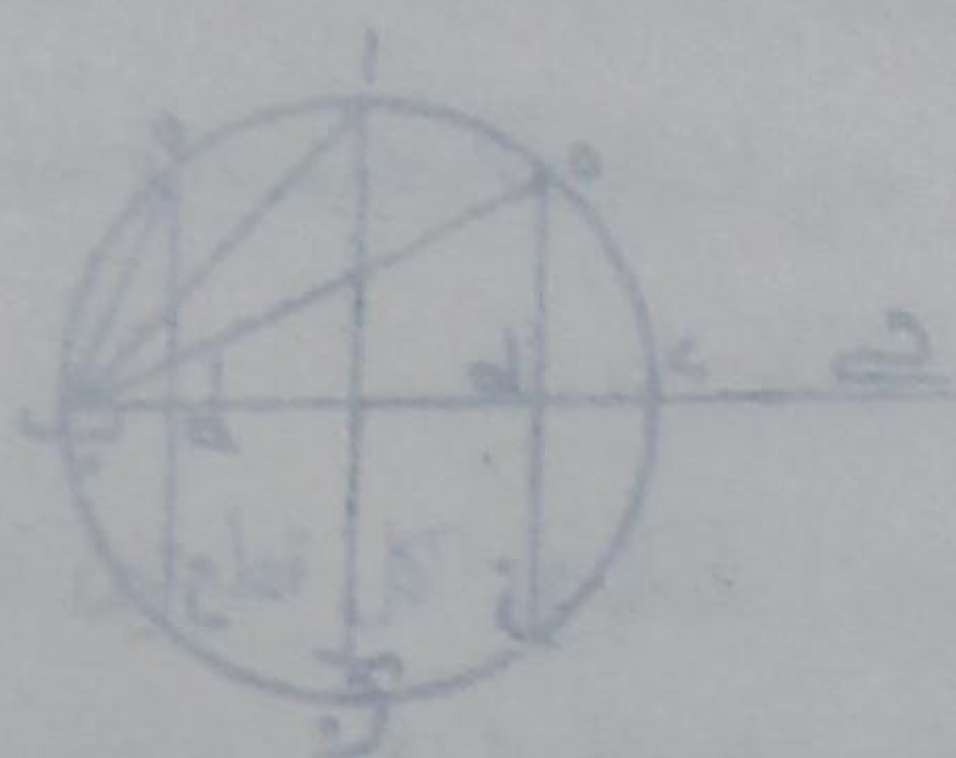
اقول فجسم قطعة – ا ب ج – اعظم من جسم قطعة – د ه ز – فنصل خطى – ا ب – د ه – ويكونان متساويين لتساوى السطحين ونسبة مكعب ا ب – الى – قطعة – ا ب ج – التى هى النصف اصغر من نسبة مكعب – د ه اعنى مكعب – ا ب – الى قطعة – د ه ز – التى هى اصغر او اكبر من النصف فاذا قطعة – ا ب ج – اعظم من قطعة – د ه ز – وبمثل ذلك تبين فى كل

(١) الشكل الثامن والتسعون –٩٨–

قطعتين



الكرة والاسطوانة ص١٢٦



٩٩



الكرة والاسطوانة

قطعتين تكونان جميعا اصغر او اعظم من نصف الكرة وكانت احداهما اقرب الى نصف الكرة من الاخرى ان التى هى اقرب اعظم جسما من التى هى ابعد بشرط ان يكون سطحاهما متساويين وذلك ما اردناه (١).

وايضا ان كانت القطعتان متساويتين اعنى قطعة ـ ا ب ج ـ التى هى نصف كرة وقطعة ـ د ه ز ـ التى هى اصغر او اعظم من نصف كرة كان سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى اصغر من سطح قطعة ـ د ه ز ـ الكرى والتى هى اقرب الى نصف الكرة اصغر سطحا من التى هى ابعد اذا كانتا متساويتين وذلك لأن نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى قطعة ـ ا ب ـ اصغر من نسبة مكعب ـ د ه الى قطعة ـ د ه ز ـ بل الى قطعة ـ ا ب ج ـ المساوية لها فمكعب ـ ا ب ـ اصغر من مكعب ـ د ه ـ و ـ ا ب ـ اقصر من ـ د ه ـ والدائرة التى نصف قطرها ا ب ـ اصغر من التى نصف قطرها ـ د ه ـ وكل واحدة من الدائرتين مساوية لسطح قطعتها الكرى فسطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى اصغر من سطح قطعة د ه ز ـ الكرى وبمثل ذلك تبين فى كل قطعتين تكونان اصغر او اعظم من النصف ويكون احداهما اقرب الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه.

فهذا ما اورده ابو سهل القوهى

تمت المقالة الثانية وتم بتمامها كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس.

مقالة

ارشميدس فى تكسير الدائرة وهى ثلاثة اشكال

(١) كل دائرة فهى مساوية لمثلث قائم الزاوية يكون احد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساويا لنصف قطر تلك الدائرة والثانى مساويا لمحيطها والحاصل انها تساوى سطح نصف قطرها فى الخط المساوى لنصف محيطها فلتكن الدائرة دايرة ـ ا ب ج د ـ والمثلث المذكور مثلث ـ ه ـ فان لم تكن الدائرة مساوية له فهى اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونرسم فى الدائرة مربع ـ ا ب ج ـ وهو يفصل منها اعظم من نصفها وننصف ـ ا ب ـ على ـ ف ـ وهكذا القسى

(١) الشكل التاسع والتسعون ـ ٩٩ ـ

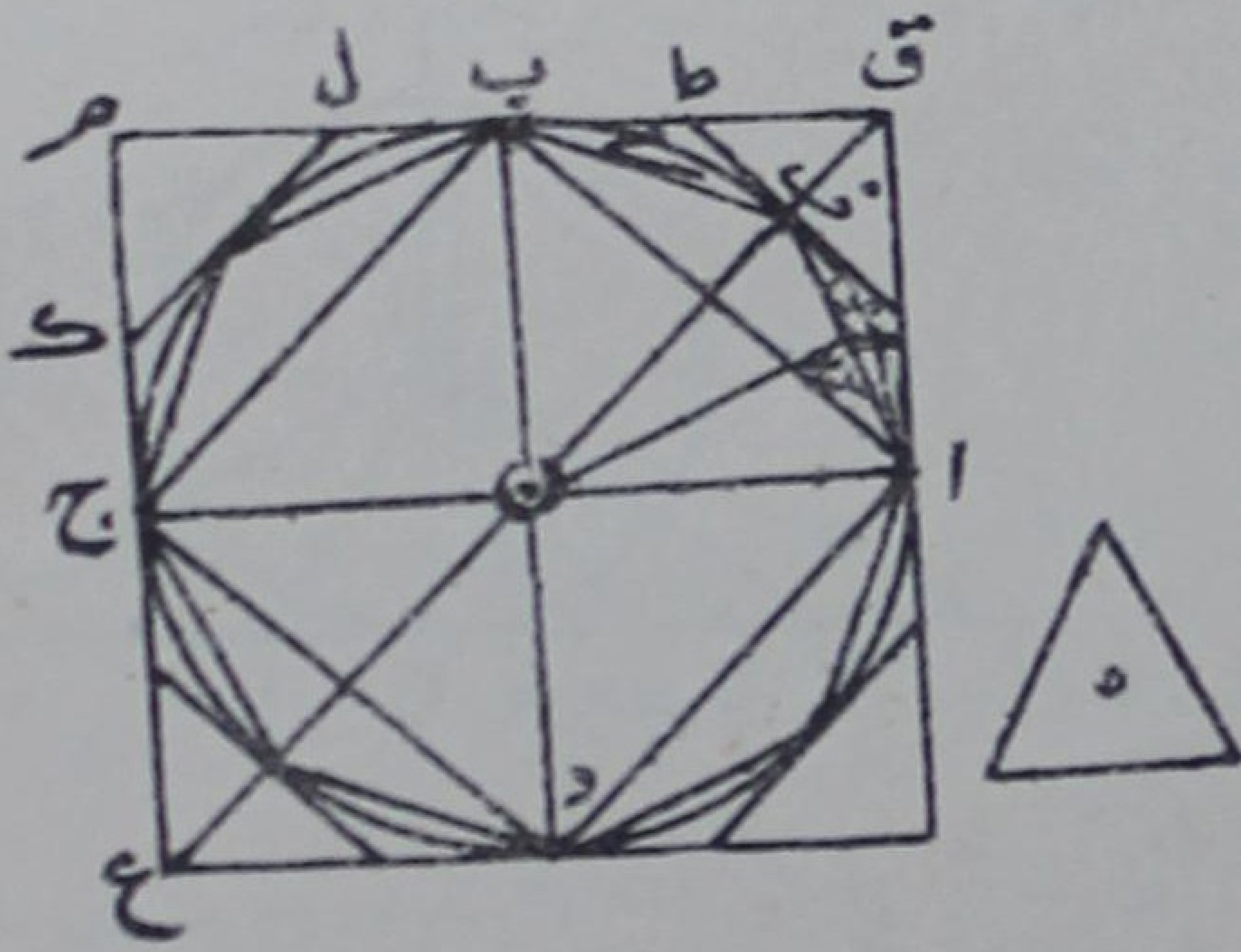
الاربع ونصل الاوتار فنفصل المثلثات الحادثة اعظم من نصف القطع لما مر بيانه
وهكذا مرة بعد اخرى الى ان تبقى من الدائرة قطع هى اصغر من مقدار زيادة
الدائرة على مثلث ـ ه ـ فيكون الشكل المتساوى الاضلاع الذى فى الدائرة
اعظم من المثلث وليكن المركز ـ ن ـ ونخرج منه على احد الاضلاع عمودا
٥ وليكن ـ ن س ـ وهو اصغر من ـ ن ص ـ المساوى لاحد ضلعى مثلث ـ ه ـ
ومحيط الشكل المتساوى الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المتساوى للضلع
الآخر من مثلث ـ ه ـ فسطح ـ ن س ـ فى محيط الشكل اعنى ضعف مقدار
الشكل اصغر من ضعف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم منه هذا
خلف (١) .

١٠ ثم لتكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع ـ ع ق ـ فهى
تفصل من المربع اعظم من نصفه وينصف قوس ـ ب ا ـ على ـ ف ـ ونخرج
ز ف ط ـ مماسا للدائرة على ـ ف ـ ويكون نصف قطر ـ ن ف ـ عمودا عليه
وهكذا نعمل فى سائر القسى ولأن ـ ق ب ـ ق ا ـ متساويان وكذلك ـ ط ب ـ
ط ف ـ ز ف ـ ز ا ـ الاربعة متساوية يكون ـ ط ق ـ ق ز ـ متساويين وهما معا
١٥ اطول من ـ ط ز ـ فق ط ـ اطول من ـ ب ط ـ فمثلث ـ ق ف ط ـ اعظم
من مثلث ـ ط ف ب ـ الذى هو اعظم من قطعة ـ ط ف ى ب ـ الخارجة
من الدائرة وكذلك فى البواقى فالمثلثات الاربعة التى على زوايا المربع تفصل
من باقى المربع بعد نقصان الدائرة منه اعظم من النصف وتنصف القسى هكذا
مرة بعد اخرى وتخرج الخطوط المماسة للدائرة الى ان تبقى قطع خارجة من
٢٠ الدائرة مجموعها اصغر من زيادة مثلث ـ ه ـ على الدائرة فيكون الشكل الكثير
الاضلاع الذى على الدائرة اصغر من مثلث ـ ه ـ ولكن سطح ـ ن ف ـ
نصف القطر فى محيط الشكل الذى على الدائرة اعنى ضعف مقدار الشكل اعظم
من ضعف المثلث لكون محيط الشكل اعظم من محيط الدائرة فالشكل اعظم من
المثلث وكان اصغر منه هذا خلف فاذا الدائرة مساوية بمثلث ـ ه ـ فسطح

---

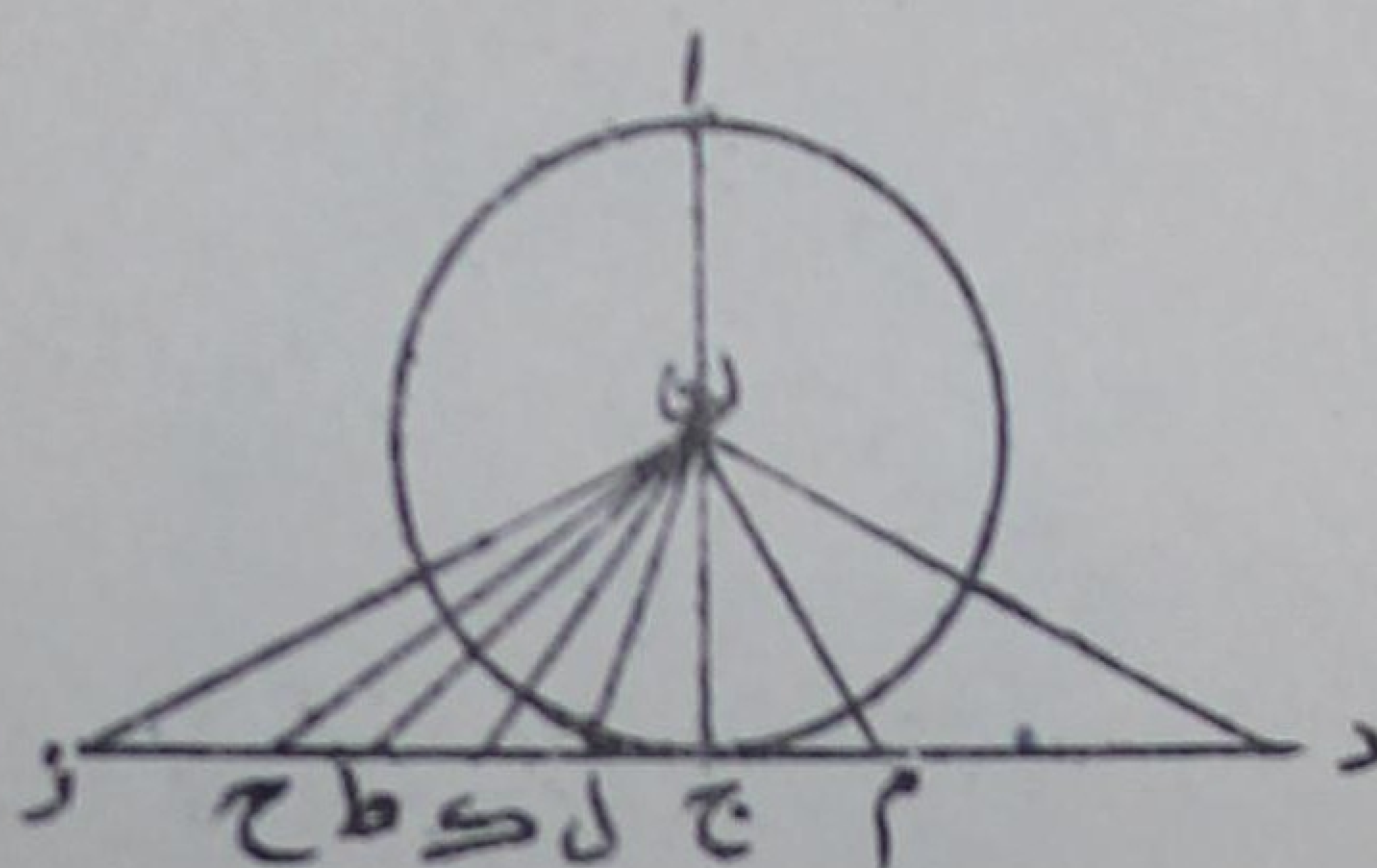
(١) الشكل الموفى المائة ـ ١٠٠

ع ١٠٠



الكرة والاسطوانة ص ٢٣٨

ع ١٠١



الكرة والاسطوانة ص ١٢٩

نصف القطر فى نصف المحيط مسا ولسطح الدائرة وذلك ما اردناه (١).

وقد بان من ذلك ايضا ان سطح نصف القطر فى نصف قطعة من المحيط يكون مساويا للقطاع الذى يحيط به تلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفى تلك القطعة.

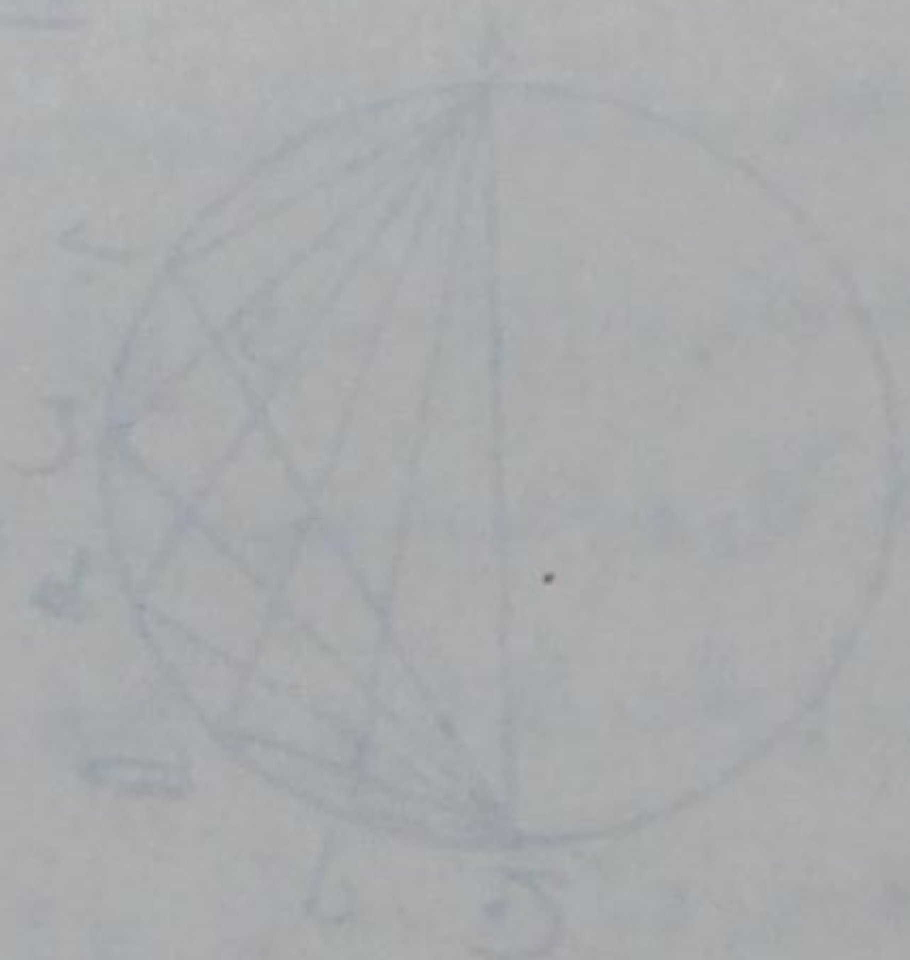
(ب) محيط الدائرة اطول من ثلاثة اضعاف قطرها باقل من سبع القطر واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر فليكن ـ ا ج ـ قطر الدائرة و ـ ه ـ مركزها و ـ د ز ـ مماسا للدائرة وزاوية ـ ز ه ج ـ ثلث زاوية قائمة اعنى نصف زاوية من زوايا المثلث المتساوى الاضلاع فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ج ـ هى نسبة الاثنين الى الواحد ولتكن كنسبة (٣٠٦) الى (١٥٣) واذا القينا مربع العدد الذى بازاء ـ ز ج ـ من مربع العدد الذى بازاء ـ ه ز ـ واخذنا جذر الباقى كان ـ ه ج ـ بذلك المقدار اكثر من (٢٦٥) بكسر ما وننصف زاوية ـ ز ه ج ـ على ـ ح ـ بخط ـ ه ح ـ فنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ج ـ واذا ركبنا وابدلنا كانت نسبة ـ ز ه ـ ه ج ـ معا الى ـ ز ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ح ـ فاذا جمعنا العددين اللذين بازاء ـ ز ه ـ ه ج ـ كان اكثر من (٥٧١) فنجعله بازاء ـ ه ج ـ ويصير الذى بازاء ـ ج ح ـ بهذا المقدار (١٥٣) واذا جمعنا مربعيهما واخذنا جذرهما كان ـ ه ح ـ بهذا المقدار اكثر من (٥٩١) وثمن وايضا ننصف زاوية ـ ح ه ج ـ على ـ ط ـ بخط ـ ه ط ـ ويكون كما تقدم نسبة ـ ح ه ـ ه ج ـ الى ـ ح ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ط ـ واذا جمعنا عددى ـ ح ه ـ ه ج ـ وجعلناهما بازاء ـ ه ج ـ كان ـ ه ج ـ اكثر من (١١٦٢) وثمن و ـ ط ج ـ بذلك المقدار (١٥٣) ويكون بمثل ما مر ـ ه ط ـ بذلك المقدار اكثر من (١١٧٢) وثمن وننصف ايضا زاوية ط ه ج ـ على ـ ك ـ بخط ـ ه ك ـ وتكون نسبة ـ ط ه ـ ه ج ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى خط ـ ج ك ـ فتصير هذه النوبة بازاء ـ ه ج ـ

(١) الشكل الواحد بعد المائة ـ ١٠١ ـ.

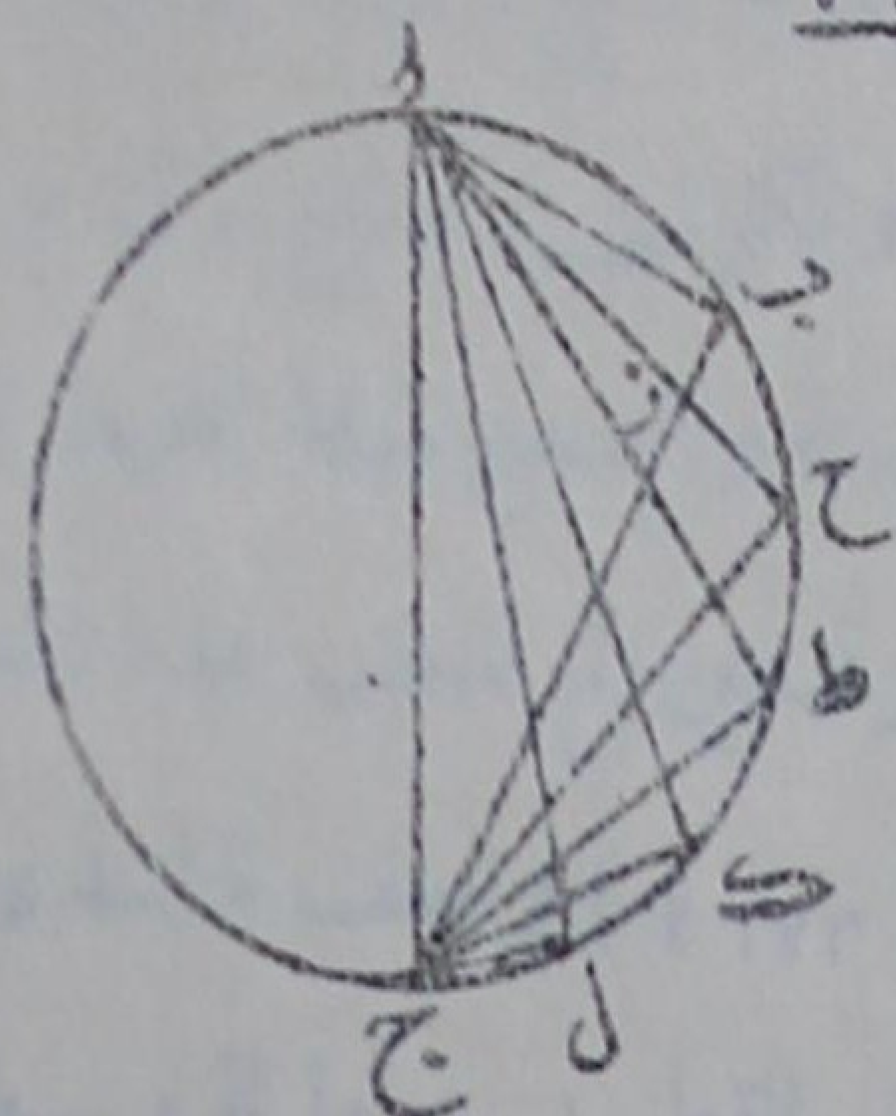
اكثر من (٢٣٣٤) وربع وثمن وبازاء ـ ج ك (١٥٣) ويكون ـ ه ك
بهذا المقدار اكثر من (٢٣٣٩) وربع وثمن وننصف ايضا زاوية ـ ك ه
ج ـ على ـ ل ـ بخط ـ ه ل ـ ويصير على القياس المذكور بازاء ـ ه ج ـ
اكثر من (٤٦٧٣) ونصف وربع ويكون ـ ج ل ـ بهذا المقدار (١٥٣)
فلكون زاوية ـ ز ه ج ـ ثلث قائمة تكون زاوية ـ ل ه ج ـ جزءا من ٥
ثمانية واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ـ ه ـ من خط ـ ج ه ـ زاوية
ج ه م ـ مثل زاوية ـ ج ه ل ـ فزاوية ـ ل ه م ـ جزء من اربعة وعشرين
جزءا من قائمة ويكون ضلع ـ ل م ـ ضلع الشكل المتساوى الاضلاع
والزوايا ذى الستة والتسعين ضلعا المحيط بالدائرة فاذا ضربنا العدد الذى بازاء
ل م ـ فى ستة وتسعين بلغ ضعف هذا العدد (١٤٤٨٨) ويكون القطر بذلك ١٠
المقدار ضعف (٤٦٧٣) ونصف فالذى بازاء محيط الشكل اعظم من ثلاثة
امثال الذى بازاء القطر بست مائة وسبعة وستين ونصف التى نسبتها الى عدد
القطر اقل من السبع فاذا محيط الشكل المذكور اطول من ثلاثة امثال قطر دائرة
بانقص من سبع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة من ثلاثة امثال القطر
وسبعه اكثر من ذلك النقصان لا محالة ونعيد الدائرة على قطرها ـ ا ج ـ ١٥
ونرسم عليه زاوية ـ ج ا ب ـ ثلث قائمة ولتكن نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب
التى هى نسبة الاثنين الى الواحد كنسبة (١٥٦٠) الى (٧٨٠) فيكون ـ ا
ب ـ بذلك المقدار اقل من (١٣٥١) وننصف زواية ـ ب ا ج ـ بخط ـ ا ح
ونصل ـ ج ح ـ ولان فى مثلثات ـ ا ح ج ـ ج ح ز ـ ا ب ز ـ زوايا
ح ا ج ـ ح ج ز ـ ب ا ز ـ متساوية وزوايا(١) ـ ح ب ـ قائمة تكون المثلثات ٢٠
متشابهة وتكون لذلك نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ج ـ كنسبة ـ ح ج ـ الى
ح ز ـ وكنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ز ـ وكنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ بل
كنسبة ـ ج ا ـ ا ب ـ جميعا الى ـ ج ب ـ ونسبة ـ ج ا ـ ا ب ـ جميعا
الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ج ـ وعددا ـ ا ج ـ ا ب ـ جميعا

---

(١) كذا اقل



١٠٢



اقل من (٢٩١١) وعدد - ج ب (٧٨٠)[١] فاذا جعلناهما بازاء - ا ح - ح ج - كان - ا ج - بذلك المقدار اقل من (٣٠١٣) ونصف وربع وننصف زاوية - ح ا ج - بخط - ا ط - ونصل - ط ج - فيكون على قياس مامر بازاء - ا ط - اقل من (٥٩٢٤) وبازاء - ط ج (٧٨٠) ويكون ذلك على نسبة (١٨٢٣) الى (٢٤٠) لأن نسبة كل واحد من العددين الاولين الى نظيره من هذين العددين نسبة ثلاثة وربع الى واحد ويكون - ا ج - بهذا المقدار اقل من (١٨٣٨) وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا من الواحد وننصف زاوية - ط ا ج - بخط - ا ك - فيكون بازاء - ا ك - اصغر من (٣٦٦١) وتسعة اجزاء الى احد عشر وبازاء - ك ج (٢٤٠) ويكون على نسبة (١٠٠٧) الى (٦٦) لأن نسبة كل واحد منهما الى نظيره من هذين نسبة اربعين الى احد عشر وننصف زاوية - ك ا ج - بخط - ا ل - فيكون بازاء ال - ا اقل من (٢٠٦) وسدس وبازاء - ل ج (٦٦) ويكون - ا ج بذلك المقدار (٢٠١٧) وربع فنسبة - ا ج - الى - ج ل - اصغر من نسبة (٢٠٧) وربع الى (٦٦) واذا ضربنا ستة وستين فى ستة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل ذى الستة والتسعين ضلعا الذى على الدائرة (٦٣٣٦) وهو اكثر من ثلاثة اضعاف الفين وسبعة عشر وربع باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوى الاضلاع والزوايا المذكورة التى على الدائرة تزيد على ثلاثة اضعاف قطرها باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط الدائرة اعظم منه فاذا محيط الدائرة يزيد على ثلاثة اضعاف قطرها باقل من سبعة واكثر من عشرة اجزاء الى احد وسبعين جزءا وذلك ما اردناه (١).

اقول وللمنجمين طريق آخر وهو انهم يحصلون وتر قوس صغيرة يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التى تبينت فى كتاب المجسطى وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا من اضلاع الشكل الذى فى الدائرة وتكون

(١) الشكل الثانى بعد المائة - ١٠٢

نسبته الى العمود الواقع من مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذى على الدائرة الشبيهة به الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا ويحصلون بحسبها المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص من احدهما فيتحصل المحيط باقرب تقريب .

٥ مثاله لتكن الدائرة ـ اب ـ ومركزها ـ ج ـ و ـ اب ـ منه جزء من سبع مائة وعشرين جزءا هى المحيط ونصل وتر ـ اب ـ فيكون مقداره بحساب ابى الوفا البوزجانى على الاصول المذكورة باقرب تقريب (ه لا كد نه ندنه) خامسة وهو وتر نصف درجة اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا واذا جعلناه ضلع شكل ذى سبع مائة وعشرين ضلعا فى الدائرة يكون محيط ذلك الشكل بحسبه (٣٧٦) نط ى نط ـ ثالثة واذا نصفنا وتر نصف درجة كان

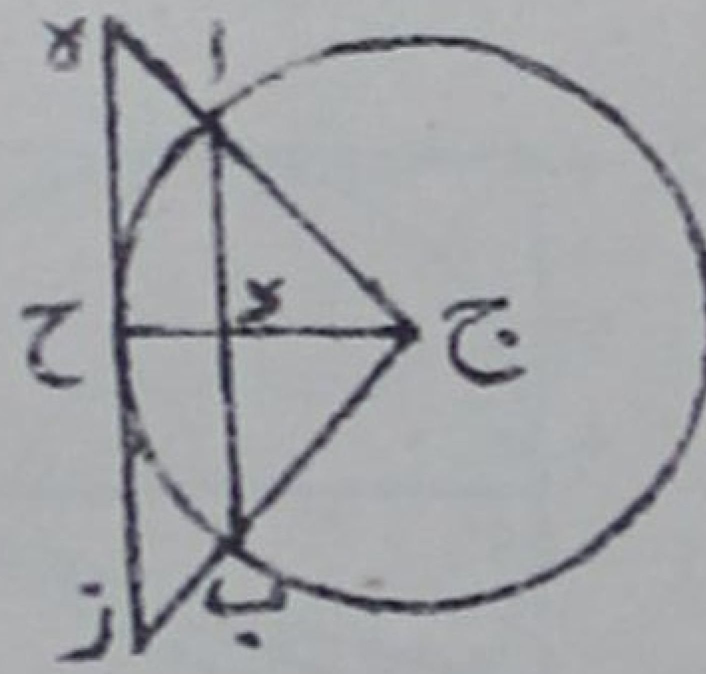
١٠ مقدار ـ اد ـ ديه مب كز نز كز ـ خامسة مربعة ـ ح د و ـ مدب ـ د نز كه يح ل ط ـ عاشرة ومربع نصف القطر الذى هو خط ـ اج ـ (٣٦٠٠) جزءا نقصنا من مربع ـ اد ـ منه بقى مربع ـ د ج ـ (٣٥٩٩) نه كج نه نز نه ـ ب لد ما جذره هو خط ـ د ج ـ نط نط نز نو نا سادسة ضربنا ـ اد ـ فى ـ ج ح ـ نصف القطر وقسمناه على ـ د ج ـ خرج مقداره ـ ح ه ـ يه مب

١٥ كج كط مه ـ خامسة ضعفناه بلغ ـ ه لا كد ـ نز ـ نط ـ لا ـ خامسة وهو مقدار ه ز ـ وهو ضلع شكل ذى سبع مائة وعشرين ضلعا على الدائرة شبيهة بالاول ومحيط الشكل بحسبه يكون (٣٧٦) يو نط كج ند يب ـ خامسة ايضا فاذا جعلنا القطر مائة وعشرين كان المحيط (٣٧٦) جزءا وكسرا اكثر من ـ نط ى نط ه ـ رابعة واقل من ـ نط كج ند يب ـ رابعة واذا حولناهما الى المقدار

٢٠ الذى ذكره ارشميدس كان المحيط يزيد على ثلاثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة اجزاء من سبعين جزءا (ولح ماكا) ثالثة واقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا ـ و ـ لز مز كز ـ ثالثة ويكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا ـ و ـ لح يد كط ـ ثالثة (١) .

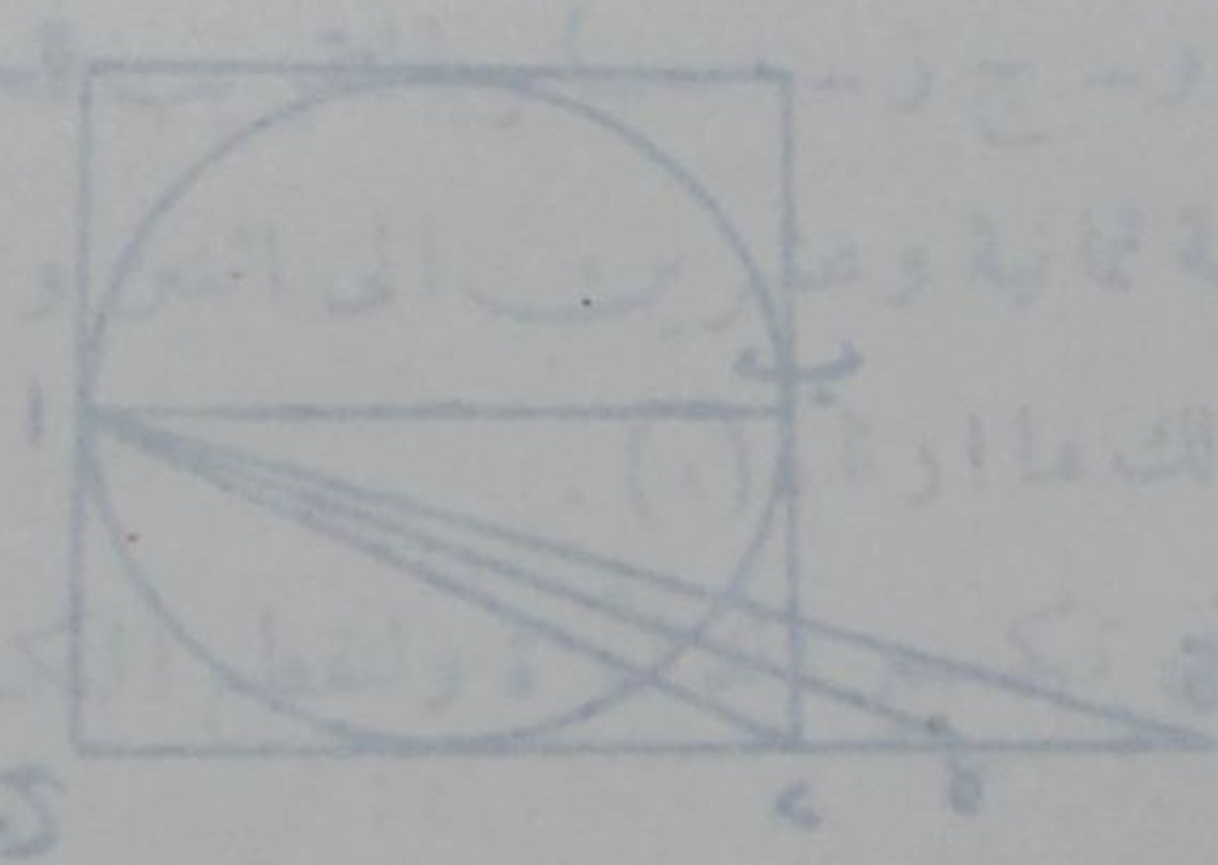
(١) الشكل الثالث بعد المائة ـ ١٠٣

١٠٣١



الكرة والاسطوانة ص ١٣٢

(...) [illegible] محيط الدائرة ثلاثة امثال القطر وسبعه وهي نسبة تقريبية [illegible] كانت نسبة سطح الدائرة الى مربع قطرها نسبة احد [illegible] وليكن قطر الدائرة [illegible] مربع [illegible] ثلاث نسبة [illegible] ا ج د نسبة احد وعشرين الى سبعة ونسبة [illegible] نسبة سبعة الى واحد فتكون نسبة مثلث [illegible] نسبة اثنين وعشرين الى سبعة ومربع [illegible] ولسطح الدائرة لان [illegible] القطر [illegible] المحيط فنسبة مربع [illegible] الدائرة نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة [illegible] عشر وذلك ما اردنا (٤)



[illegible] القول في [illegible] والكلام [illegible]

[illegible]

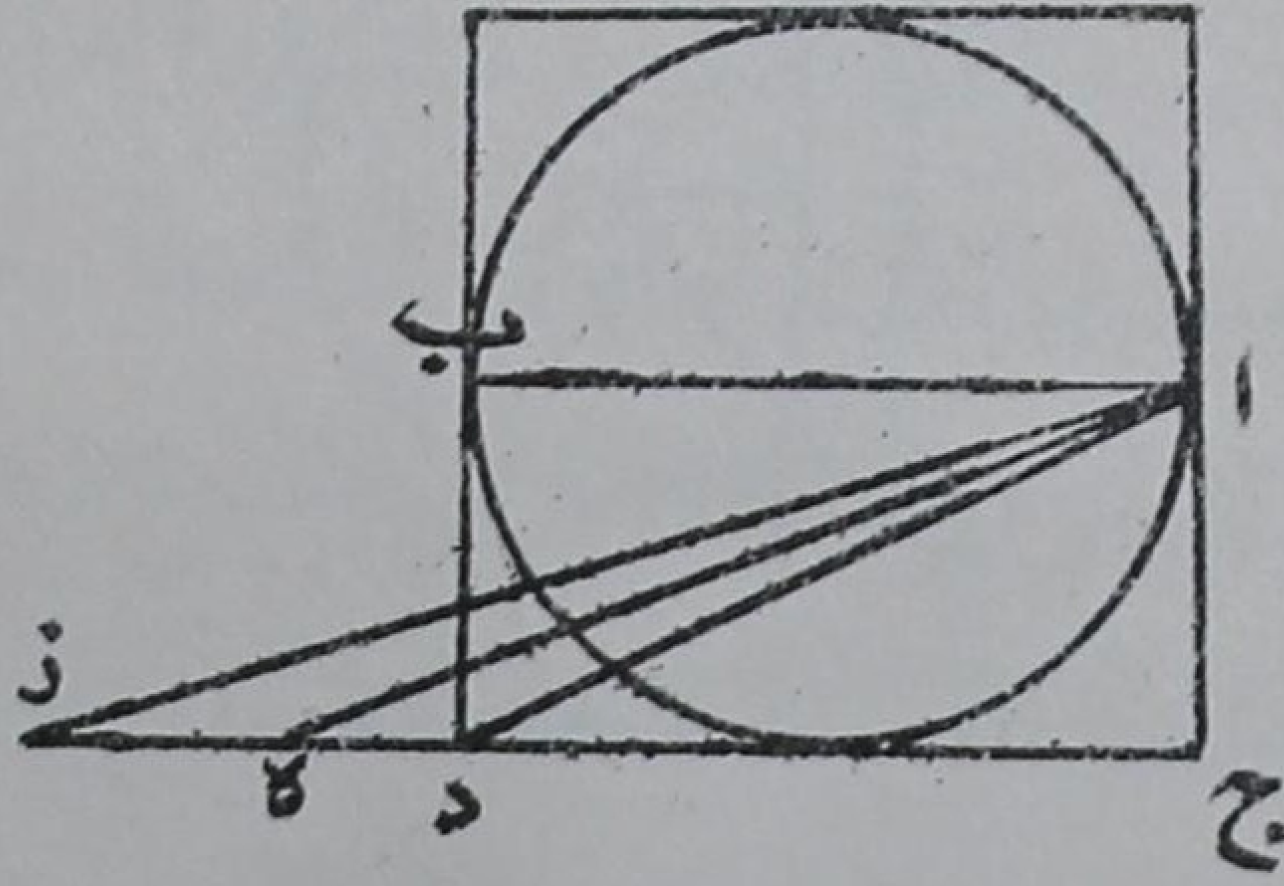
[illegible] الرابع عشر

[illegible] من نسخة المصنف [illegible]

[illegible] ومصليا على نبيه

[illegible] تعالى وحسن توفيقه

ش ١٠٢



الكرة والاسطوانة ص ١٣٣

(ج) اذا كان محيط الدائرة ثلاثة امثال القطر وسبعة وهى نسبة تقريبة اصطلح عليه المساحون كانت نسبة سطح الدائرة الى مربع قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك وليكن قطر الدائرة ـ اب ـ ونرسم عليه مربع ـ ج ح ـ وليكن ـ ج د ـ نصف ـ د ه ـ و ـ ه ز ـ سبع ـ ج د ـ فلان نسبة مثلث ـ اج ه ـ الى مثلث ـ اج د ـ نسبة احد وعشرين الى سبعة ونسبة ٥ مثلث ـ اج د ـ الى مثلث ـ اه ز ـ نسبة سبعة الى واحد تكون نسبة مثلث ـ اج ز ـ الى مثلث ـ اج د ـ نسبة اثنين وعشرين الى سبعة ومربع ـ ج ح اربعة امثال مثلث ـ اج د ـ ومثلث ـ اج ز ـ مسا ولسطح الدائرة لان ـ اج ـ مسا والنصف القطر و ـ ج ز ـ مسا وبالتقريب للمحيط فنسبة مربع القطر الى سطح الدائرة نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة ١٠ اربعة عشر الى احد عشر وذلك ما اردناه (١).

وهذا تمام القول فى تكسير الدائرة ولنقطع الكلام حامدين لله تعالى على حسن توفيقه .

صورة ما فى الرامفورية

وقع الفراغ من نسخه فى بلدة تبريز دامت عماراتها فى الرابع عشر ١٥ من ذى القعدة سنة تسع وسبع مائة من نسخة المصنف وقوبلت بها لمقبول بن اصيل الرومى الفير شهرى حامدا الله ومصليا على نبيه .

تمت الرسالة بعونه تعالى وحسن توفيقه ـ

---

(١) الشكل الرابع بعد المائة ـ ١٠٤ ـ

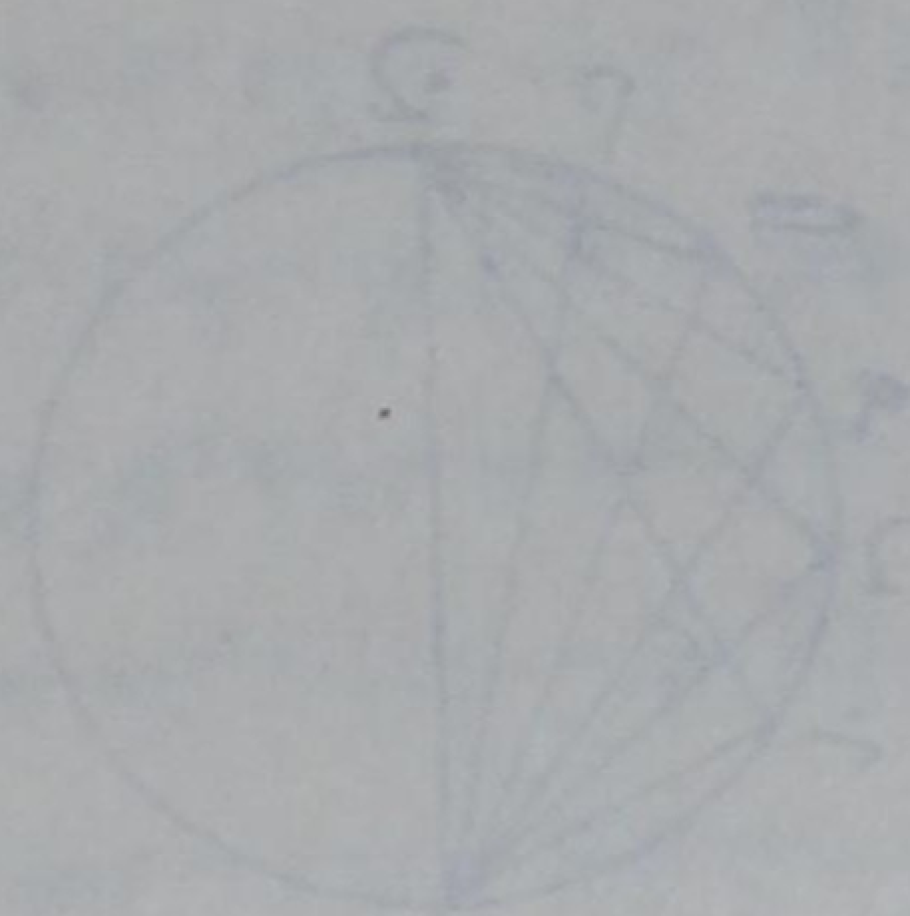
صورة ما على النسخة الآصفية

حصل الفراغ من نسخه يوم الجمعة من ايام ذى القعدة لسنة تسع وثلاثين وسبع مائة . والحمد لواهب القوة على حمده ومعطى المزايا للشاكر على رفده والصلوة على محمد نبيه وعبده وعلى المصطفين من آله المعصومين من بعده

تم الكتاب

بعون الملك

الوهاب



كتاب الطلوع والغروب

لاوطولوقس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب اوطولوقس فى الطلوع والغروب
من اصلاح ثابت وهو مقالتان وستة وثلاثون شكلا

المقالة الاولى

يه شكلا

صدر

يقال لبعض طلوعات الكواكب وغروباتها وخصوصا الثوابت انها خفية ولبعضها انها ظاهرة اما الخفية فالطلوع بالغدوات منها هو ان يطلع الكوكب عند طلوع الشمس والغروب بالغدوات ان يغيب عند طلوعها (١) والطلوع بالعشيات ان يطلع عند غروبها والغروب بالعشيات ان يغرب عند غروبها .

واما الظاهرة فالطلوع بالغدوات منها ان يظهر الكوكب طالعا (اولا قبل طلوع الشمس والغروب بالغدوات ان يظهر غاربا اولا قبل طلوعها والطلوع بالعشيات ان يظهر طالعا - ٢) اخيرا بعد غروبها والغروب بالعشيات ان يظهر غاربا اخيرا بعد غروبها .

الاشكال

(ا) طلوعات الثوابت وغروباتها الظاهرة تكون بالغدوات بعد الخفية وبالعشيات قبلها فليكن الافق - اجـ - ب د - ووضع دائرة الشمس كوضع دائرة - اهـ جـ ز - والمشرق من جانب - د - والمغرب من جانب -

(١) صف ق - عند غروبها (٢) سقط - من ر .

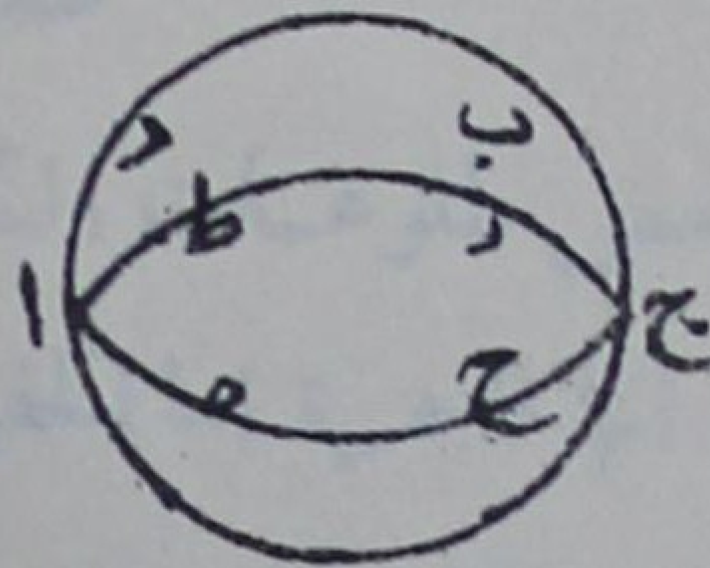
ب – ونصف – اه ج – (١) تحت الأرض ولتكن الشمس في نقطة [illegible]
والكوكب عند ذلك في – د – وطلوعه خفي بالغدوات فلا يظهر [illegible]
بعد ذلك عند مرور الشمس بقوس – اه ج – لأنه إنما يظهر حينئذ ويظهر أيضا
عند مرورها بقوس – ح ز ا – على ما سنبين فيما بعد فكوكب – د – يظهر عند ما تقطع
الشمس قوسا يكون مقدار ما يخرج فيه الكوكب – د – من ضوء الشمس
فيظهر طلوعه أولا والشمس في – ه – وحينئذ يكون طلوعه الظاهر بالغدوات
ولأن الشمس تمر بنقطة – ا – قبل مرورها بنقطة – ه – كان الطلوع الخفي
بالغدوات متقدما على الطلوع الظاهر وأيضا لتغرب الشمس في – ح –
وليطلع الكوكب – [illegible] – حينئذ وطلوعه خفي بالعشيات فأول الطلوع الظاهر يتقدم
لأنه إن لم يطلع ظاهرا [illegible] فهو لا يطلع عند مرور الشمس بقوس – ح ز ا –
على ما بيناه [illegible] والشمس في – [illegible] – لأنها تمر بنقطة – ح –
قبل مرورها بنقطة – [illegible] – يكون طلوع [illegible] الظاهر بالعشيات الذي
[illegible]

[illegible]

---

(١) [illegible] (٢) الشكل الأول [illegible]

عا



ب - ونصف - اه ج - (١) تحت الارض ولتكن الشمس طالعة من - ا -
وكوكب عند ذلك من - د - وطلوعه خفى بالغدوات نقول فسيظهر طلوعه
بعد ذلك عند مرور الشمس بقوس - اه ج - لأنه ان لم يظهر حينئذ لم يظهر ايضا
عند مرورها بقوس - ج زا - على ما سنبين فيما يجئ فكوكب - د - سيظهر بعد ان تقطع
الشمس قوسا يكون مقدار ما يخرج فيه كوكب - د - عن ضوء الشمس ٥
فليظهر طلوعه اولا والشمس فى - ه - وحينئذ يكون طلوعه الظاهر بالغدوات
ولأن الشمس تمر بنقطة - ا - قبل مرورها بنقطة - ه - كان الطلوع الخفى
بالغدوات متقدما على الطلوع الظاهر وايضا لتغرب الشمس فى - ج -
وليطلع كوكب - د - حينئذ وطلوعه خفى بالعشيات نقول فالطلوع الظاهر بتقدمه
لأنه ان لم يطلع ظاهرا فيما مر فهو لا يطلع عند مرور الشمس بقوس - ج زا - ١٠
على ما يجئ فليطلع ظاهرا بآخره والشمس فى - ح - ولأنها تمر بنقطة - ح -
قبل مرورها بنقطة - ج - يكون طلوع كوكب - د - الظاهر بالعشيات قبل
طلوعه الخفى وايضا لتغرب الشمس فى - ج - وليغرب كوكب - ب - خفيا
بالعشيات نقول فهو قد غرب ظاهرا بالعشيات قبل ذلك والا فهو لا يغيب
ظاهرا عند مرور الشمس وقوس - ج زا - فليغرب ظاهرا بآخره والشمس ١٥
فى - ح - ولأنها تمر بنقطة - ح - قبل مرورها بنقطة - ج - يكون الغروب
الظاهر بالعشيات قبل الغروب الخفى وايضا لتطلع الشمس فى - ا - وليغرب
كوكب - ب - خفيا بالغدوات وتبين بمثل ما مر ان غروبه الظاهر بالغدوات
يكون بعد ذلك ثم لتكن هذه الاشياء باعيانها ونقول كوكب - د - لا يطلع ظاهرا
عند مرور الشمس بقوس - ج زا - ولنفرض الشمس فى - ط - فلان ٢٠
ط - يطلع قبل - ا - و - د - يطلع مع - ا - فط . يطلع قبل - د - فاذا - د - لا يطلع
ظاهرا وكذلك فى سائر النقط وتبين بمثله ان كوكب - ب - لا يغرب ظاهرا
عند ذلك ايضا وذلك ما اردناه (٢) .

(ب) كل كوكب من الثوابت فانه يرى كل ليلة طالعا ظاهرا طلوعه من

---

(١) صف ق - نصف - اب ج - (٢) الشكل الاول - ا

اول طلوعاته الظاهرة بالغدوات الى آخر طلوعاته الظاهرة بالعشيات وذلك
الزمان اقل من نصف السنة وفى باقى الازمنة فلا يكون طلوعه ظاهرا اصلا فلنعد
الافق ودائرة الشمس ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ ومعها كوكب ـ د ـ خفى
الطلوع بالغدوات وليظهر طلوعه اولا بالغدوات والشمس فى ـ ه ـ وايضا
٥ لتغيب الشمس فى ـ ج ـ ويكون حينئذ كوكب ـ د ـ خفى الطلوع بالعشيات
وليظهر طلوعه آخرا بالعشيات والشمس فى ـ ح ـ وعند مرورها بقوسى ـ ا ه ـ
ح ج ـ اذا لم يكن كوكب ـ د ـ ظاهر الطلوع لم يكن عند مرورها بقوس
ج ز ا ـ ظاهر الطلوع ايضا وطلوعه انما يظهر عند مرورها بقوس ـ ه ح ـ فقط
ولأن ـ ه ح ـ اقل من نصف دائرة يكون ذلك الزمان اقل من نصف سنة
١٠ وذلك ما اردناه (١).

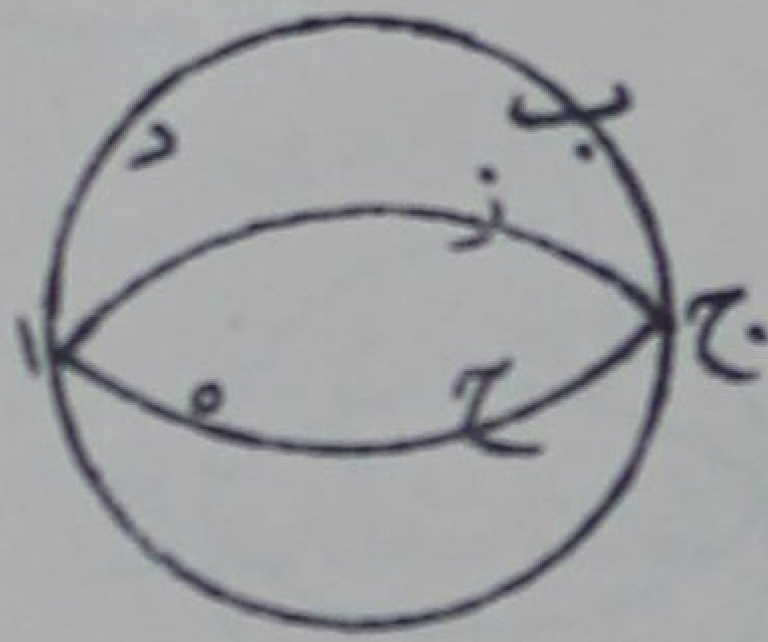
(ج) (٢) كل كوكب من الثوابت فانه يرى كل ليلة غاربا ظاهر الغروب من
اول غروباته الظاهرة بالغدوات الى آخر غروباته الظاهرة بالعشيات وذلك
الزمان اقل من نصف السنة وفى باقى السنة فلا يكون غروبه ظاهرا اصلا
ونعيد الشكل ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالغدوات
فيكون غروبه الظاهر بعد ذلك وليكن اولها والشمس فى ـ ه ـ ثم لتغرب
١٥ الشمس فى ـ ج ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالعشيات فيكون غروبه
الظاهر قبل ذلك وليكن آخرها والشمس فى ـ ح ـ واذا لم يكن غروبه عند
مرور الشمس بقوسى ـ ا ه ـ ح ج ـ ظاهرا ولا يكون عند مرورها بقوس
ج ز ا ـ ايضا ظاهرا فلا يكون غروب الكوكب ـ ب ـ ظاهرا الا عند مرور
الشمس بقوس ـ ه ح ـ وهو اقل من نصف السنة وذلك ما اردناه .

٢٠ (د) كل كوكب من الثوابت يكون على دايرة البروج فانه يحدث بعد اول
طلوعه الظاهر بالغدوات بنصف سنة غروبا ظاهرا بالغدوات وكل كوكب
يكون فى ناحية بنات نعش اعنى فى الشمال فانه يحدث ذلك فى زمان اكثر منه
وكل كوكب يكون فى ناحية الجنوب فانه يحدث ذلك فى زمان اقل منه وذلك

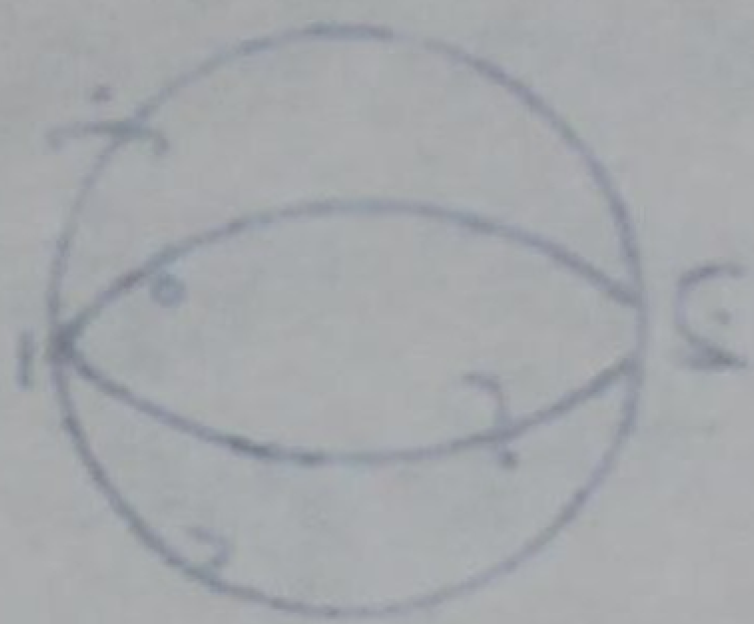
---

(١) الشكل الثانى ـ ٢ (٢) هذا العنوان خال عن الشكل فى الاصول

ح٢

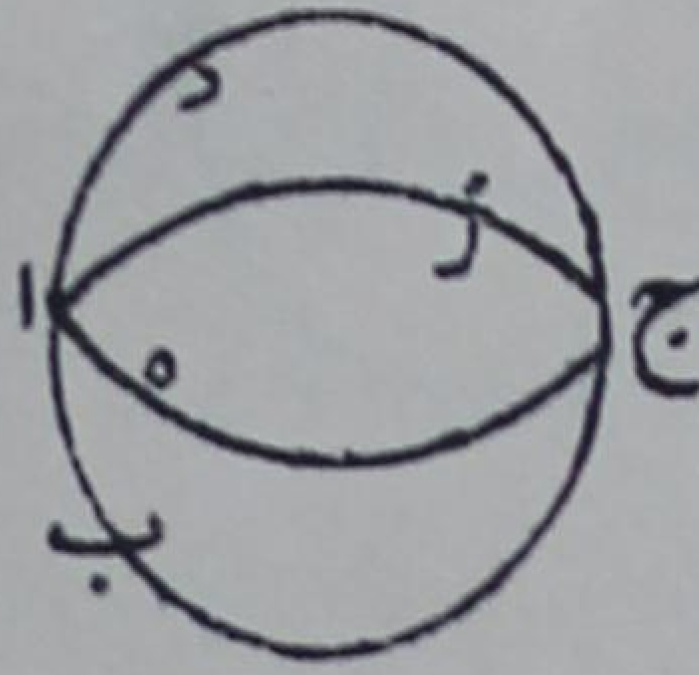


الطلوع والغروب ص٣



ح
ز
د ا
ه
ب

٣٧



الطلوع والغروب ص٥

انما يكون فى المساكن الشمالية واما فى الجنوبية فبالعكس من ذلك وليفهم ذلك
فيما ياتى من بعد من ذكر الشمال والجنوب وليكن الافق ـ اب ج د ـ والدايرة
الشمسية ـ اه ج ز ـ ونصف ـ اه ج ـ تحت الارض ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ
ومعها كواكب ـ ب ـ ا ـ د ـ منها ـ ا ـ على الدائرة الشمسية و ـ ب ـ فى الشمال
منها و ـ د ـ فى الجنوب فلأن هذه الكواكب حينئذ تكون فى طلوعات الخفية ٥
بالغدوات تكون طلوعاتها الظاهرة بعد ذلك فليكن هى كون الشمس فى ـ ه ـ
ولأن الكواكب المتقاطرة (١) التى على فلك البروج يطلع ويغيب على التبادل معا
فعند غروب ـ ا ـ يطلع ـ ج ـ ويصير نصف ـ اه ج ـ فوق الارض واذا
كانت الشمس فى ـ ج ـ طالعة كان كوكب ـ ا ـ فى غروبه الخفى بالغدوات
ويكون غروبه الظاهر بعد ذلك بقوس مساوية لقوس ـ اه ـ يخرج بها ١٠
الكوكب عن ضوء الشمس وهى قوس ـ ج ز ـ و ـ ه ج ز ـ نصف دائرة
وكان ـ ه ـ اول طلوعات كوكب ـ ا ـ الظاهرة و ـ ز ـ اول غروباته
الظاهرة فاذا ما بينهما نصف سنة ولأن كواكب ـ ب ـ ا ـ د ـ تطلع معا وكوكب
ـ ب ـ يغيب بعد كوكب ـ ا ـ وكوكب ـ د ـ يغيب قبله فتبين ان ذلك انما
يكون لكوكب ـ ب ـ فى اكثر من ذلك الزمان ولكوكب ـ د ـ فى اقل منه ١٥
وذلك ما اردناه (٢) .

(٥) وليكن لبيان ذلك فى الكواكب الجنوبية والشمالية ليكن الافق ـ اب ج د
والدايرة الشمسية ـ اه ج ز ـ وليكن كوكب ـ ب ـ من كواكب ـ ب ا د ـ
فى الشمال وكوكب ـ ا ـ على الدائرة الشمسية وكوكب ـ د ـ فى الجنوب
فنقول ان كوكب ـ ب ـ يحدث من طلوع الغدوات الظاهر غروب ٢٠
الغدوات الظاهر فى زمان اكثر من نصف سنة وكوكب ـ د ـ فى زمان
اقل فلتكن المتوازيتان اللتان يتحرك عليهما كوكبا ـ ب ـ ا ـ دايرتى
ـ ب ح ـ ا ط ـ فلأن كوكب ـ ب ـ يغيب بعد كوكب ـ ا ـ كان عند

---

(١) صف ج ـ المتناظرة (٢) الشكل الثالث ـ ٣

غروب كوكب - ا - كوكب - ب - فوق الارض ولكن اذا غاب
ا - طلع - ج - فليغب - ا - عند - ط - وليطلع - ج - عند - ك - وليصر
حينئذ وضع البروج كدائرة - ن ك - ل ط - ونصف - ا ه ج - الذى كان
تحت الارض كنصف - ط ن ك - وهو فوق الارض ويصير قوس - ا ه -
٥ قوس - ط ن - و - ه - التى كانت الشمس فيها عند اول طلوع - ب - الظاهر
بالغدوات هى - ن - وليكن الجزء الذى يطلع عند غروب - ب - فى - ح
هو - م - فاذا كانت الشمس فى - م - كان غروب - ب - خفيا بالغدوات
واول الغروبات الظاهرة يكون بعد ذلك ولا محالة تقطع الشمس قوسا حتى
يخرج كوكب - ب - عند الغروب عن ضوء الشمس وليكن هى قوس
١٠ م ع - وتكون مساوية لقوس - ط ن - اعنى قوس - ا ه - فتكون قوس
ع ك - اعظم من قوس - ط ن - ونأخذ - ن ك - مشتركة فتكون قوس
ن ك ع - اعظم من قوس - ط ن ك - وقوس - ط ن ك - نصف
الدائرة فقوس - ن ك ع - اعظم من النصف واول الطلوعات الظاهرة
بالغدوات حين تكون الشمس فى - ن - واول الغروبات الظاهرة بالغدوات
١٥ حين تكون فى - ع - فاذا يكون ما بينهما اعظم من نصف السنة وذلك
ما اردناه (١).

(و) وايضا كوكب - د - تحدث ذلك فى زمان اقل من نصف السنة
وذلك لأن - ا - اذا غابت عند - ط - غابت - د - قبل ذلك فى مدارها
عند - ص - وصارت وضع البروج كما ذكرنا - و - ا ه - مثل - ط ن
٢٠ والجزء الذى يطلع عند غروب - د - يكون على قوس - ط ن ك - قبل
نقطة - ك - وليكن - س - فاذا كانت الشمس عند - س - وطلعت غاب
كوكب - د - غروبا خفيا بالغدوات ويجب ان تقطع الشمس قوسا يخرج بها
د - عن ضوء الشمس الى ان يظهر غروبه بالغدوات وليكن هى قوس - س
ك ف - وتكون مساوية لقوس - ا ه - اعنى - ط ن - فيكون - ك ف -

---

(١) الشكل الرابع - ٤ اصغر